

Archimede ed il palinsesto di Costantinopoli

Archimede può essere considerato il più grande genio scientifico di tutti i tempi ed il primo vero grande precursore dell'attuale analisi matematica. Il grande merito di **Archimede** non risiede tanto nei risultati ottenuti, che sono molti e di grande spessore scientifico, bensì nel metodo nuovo da lui escogitato per conseguire tali risultati, come illustreremo con dovizia di particolari nel prosieguo di questo articolo. **Archimede** nacque a Siracusa nel 287 a. C. e morì nel **212 A.C.**. Secondo alcuni era figlio dell'astronomo **Fidia** e parente di **Gerone**, re di **Siracusa**. Studiò in Egitto con i successori di Euclide: **Conone** da Samo, **Eratostene** da Cirene. Morto Gerone (216 a.C.), Siracusa cadde nel disordine. Dopo un breve regno di **Gelone**, il figlio **Ieronimo** fu ucciso e fu proclamata la **repubblica**. Siracusa si alleò con i Cartaginesi di Annibale e la guerra contro i Romani fu inevitabile. Roma inviò il console **Marcello** il quale, dopo avere conquistato Leontini, assediò Siracusa. Soltanto con l'inganno e dopo due anni di terrore, Siracusa venne conquistata e barbaramente saccheggiata. <<Un legionario entra in una casa apparentemente disabitata e trova nel giardino un vecchio che disegna figure sulla sabbia. Il vegliardo solleva appena lo sguardo, vede solo che un piede sta calpestando quei segni e dice semplicemente: **noli turbare meos circulos**.

Quasi nello stesso istante la spada crudele del rude legionario pone fine ai suoi giorni (i Romani, al contrario dei Greci, erano ottimi soldati ma pessimi matematici)>> **Marcello** fu assai dispiaciuto quando seppe dell'accaduto. Fece seppellire **Archimede** con tutti gli onori e gli elevò un monumento funebre che rimase dimenticato per secoli. **Archimede** aveva chiesto ad amici e parenti di scolpire sulla sua tomba un cilindro circoscritto ad una sfera con una iscrizione che indicasse il rapporto tra i volumi e le superfici dei due solidi. Questo per ricordare all'intera umanità che aveva

scoperto che la superficie della sfera è equivalente alla superficie laterale del cilindro ad essa circoscritto e che il rapporto tra i volumi della sfera e del cilindro circoscritto vale $\frac{2}{3}$. Cicerone nel 75

A.C. lo rintracciò, trovò su di esso la **sfera inscritta nel cilindro** e dimostrò al mondo che **Archimede** non era un mito ma un uomo veramente vissuto. Moltissime e di ottima fattura sono le investigazioni contenute nelle sue opere. Qui ci limitiamo ad elencare le caratteristiche principali dei suoi lavori che esprimono sempre la genialità dell'autore. Nell'opuscolo sulla **misura del cerchio** **Archimede** introduce, senza approfondirlo, il concetto di **infinitesimo** e presenta i primi procedimenti rigorosi relativi alla determinazione approssimata del rapporto $\pi = 3,1416$ della circonferenza al suo diametro spingendo i suoi calcoli fino ai poligoni regolari inscritti e circoscritti di 384 lati. Di carattere analogo sono i due libri <<**Della sfera e del cilindro**>> nei quali, oltre alle regole per la determinazione di aree e volumi dei solidi geometrici, sono risolti svariati problemi sui solidi equivalenti. Di natura più elevata è il contenuto degli scritti dal titolo: **conoidi e sferoidi** ove vengono trattati misure relative ai solidi di rotazione. Con metodi sempre rigorosi ma ingegnosi si trovano trattate importanti proprietà ed applicazioni nell'opera: "**quadratura della parabole e spirali**". In questa opera il Nostro studia per la prima volta la spirale che porta il suo nome e cioè la **spirale di Archimede**. Particolarmente apprezzabile è l'opera denominata **Arenario** nella quale si trova un originale sistema di numerazione col quale si può rappresentare (con simboli relativamente semplici) non solo il numero dei granelli di sabbia di un mucchio grande quanto la terra ma anche quello di una quantità di sabbia grande quanto tutto l'universo. Non possiamo non ricordare il suo trattato sui **Galleggianti** (ampia e metodica esposizione di idrostatica) nel quale espone ed applica il suo famoso **principio di Archimede**. Ma l'opera più importante di **Archimede** e

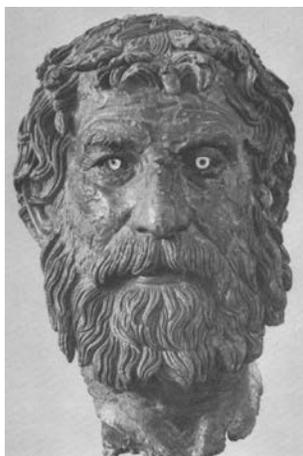
che lo rende immortale nel mondo della conoscenza è il "**Metodo**" scoperta quasi per caso nel 1906.

Quest'opera, che fa di **Archimede** un gigante della matematica, contiene procedimenti ed osservazioni che poi ritroveremo nelle opere di Cavalieri, Torricelli, Newton e Leibnitz. Il Metodo può essere considerato, pur con le dovute precauzioni, il primo trattato di **calcolo integrale**.

Il **Metodo** è uno scritto di **Archimede** del quale si conoscevano soltanto alcuni frammenti riportati da **Erone** e riprodotti poi da **Piero della Francesca** e **Luca Pacioli**. L'opera è importante perché in essa Archimede espone, con rara maestria, un procedimento mediante il quale è possibile scoprire proprietà relative a curve, superfici e volumi difficilmente deducibili per altra via. Questo scritto anticipa di due millenni i procedimenti utilizzati dal moderno calcolo infinitesimale. L'opera è una lunga lettera scritta da **Archimede** ed inviata al matematico **Eratostene**. Trascurata dai suoi contemporanei non aveva avuto sorte migliore presso i suoi successori e forse, per questo motivo, era stata accantonata e smarrita. La copia più antica delle opere di **Archimede** è un manoscritto del decimo secolo che ci è pervenuto attraverso una serie di peripezie. Nel 1906 il filologo danese **Heiberg**, quasi per caso, scorre l'elenco degli antichi manoscritti conservati nella **Biblioteca Gerosolimitana di Costantinopoli** e si accorge che uno di essi potrebbe contenere le opere di **Archimede**. Scrive al responsabile della biblioteca e si fa mandare una fotografia di qualche pagina. Quando legge il contenuto non ha più dubbi: si tratta di un antico prezioso manoscritto in greco, su pergamena, forse del 900 d.C., con scritti di **Archimede**.

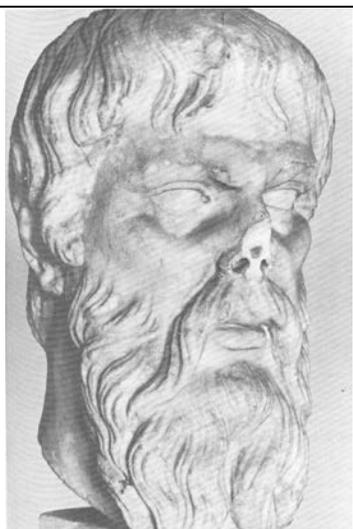
Heiberg va a **Costantinopoli** e decifra con grande fatica il documento perché qualcuno, verso il 1300, aveva voluto riutilizzare la stessa vecchia pergamena cancellando le opere di **Archimede** per scrivere cose di poco interesse. Con sua grande gioia negli ultimi fogli scopre un'opera di **Archimede** che si riteneva perduta. Si tratta di una copia della lettera scritta da **Archimede** al

Considera poi i segmenti MO ed OP come fili omogenei pesanti ed immagina di trasportare il segmento OP nella posizione TG ($TG=OP$) in modo che H sia il suo baricentro. Affinché i segmenti pesanti MO ed OP siano in equilibrio, deve valere la seguente proporzione: $TG:MO=KN:HK$ (condizione di equilibrio per una leva di primo genere che **Archimede** aveva dimostrato in precedenza). Dalla proporzione $OP:MO=KN:HK$ deduce la proporzione $S(APBCOA):S(ACF)=KN:HK=1:3$. Questo consente ad **Archimede** di affermare che il triangolo ACF è il triplo del segmento parabolico $APBCOA$ e questo, a sua volta, è $\frac{4}{3}$ del triangolo ABC . E così **Archimede**, sfruttando le condizioni di equilibrio di due corpi pesanti sospesi idealmente agli estremi di una leva di primo genere, trasforma l'integrale incognito (area del segmento parabolico $APBCOA$) in un integrale noto (area del triangolo ACF). Successivamente, per non contrapporsi ai canoni classici del sapere scientifico del suo tempo, dimostra il risultato trovato con la leva servendosi del metodo di esaustione, eliminando così le insidie dell'infinito attuale. Concludendo, possiamo affermare che **Archimede** ricorre a procedimenti rigorosi, come il metodo di esaustione, per dimostrare delle proprietà scoperte per altra via facendo ricorso alla sua intuizione o meglio a procedimenti che anticipano di due millenni la nascita del calcolo infinitesimale.



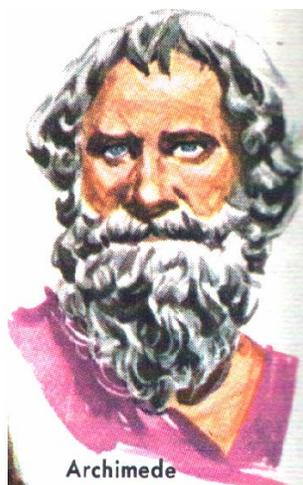
EUDOSSO di CNIDO

Grande matematico greco del quarto secolo a.C., amico e discepolo di Platone. A lui si deve la teoria delle proporzioni esposta nel V libro degli **Elementi** di Euclide. Per non servirsi dell'«**infinito attuale**» e degli infinitesimi attuali, vietati da Aristotele, applica in tutte le sue dimostrazioni uno schema di ragionamento molto rigoroso che nel 1647 fu chiamato da Grégoire de Saint Vincent: **metodo di esaustione** che può essere applicato secondo due procedimenti diversi nella forma ma non nella sostanza. Ad esempio, se vogliamo dimostrare che due grandezze omogenee A e B sono uguali, basta verificare che non è possibile avere $A > B$ né $A < B$ e quindi, per il principio del terzo escluso (*tertium non datur*) deve essere $A = B$. Applichiamo ancora il metodo di esaustione e dimostriamo l'uguaglianza delle due grandezze se verifichiamo che la differenza $A - B$ finisce col diventare piccola a piacere. Il **metodo di esaustione**, utilizzato in maniera sistematico fino al seicento, ci consente soltanto di dimostrare un risultato già noto. Anche il grande matematico siracusano applica sistematicamente il metodo di esaustione ma per dimostrare risultati ai quali è pervenuto utilizzando una teoria, rivoluzionaria per il suo tempo ma che contiene il DNA dell'attuale calcolo infinitesimale.



Eratostene

Matematico greco, famoso per avere inventato il **mesolabio**, uno strumento che permette di determinare meccanicamente le medie proporzionali fra due segmenti, ed il **crivello** che porta il suo nome e che serve per la ricerca dei numeri primi. E' il primo scienziato che misura il meridiano terrestre .



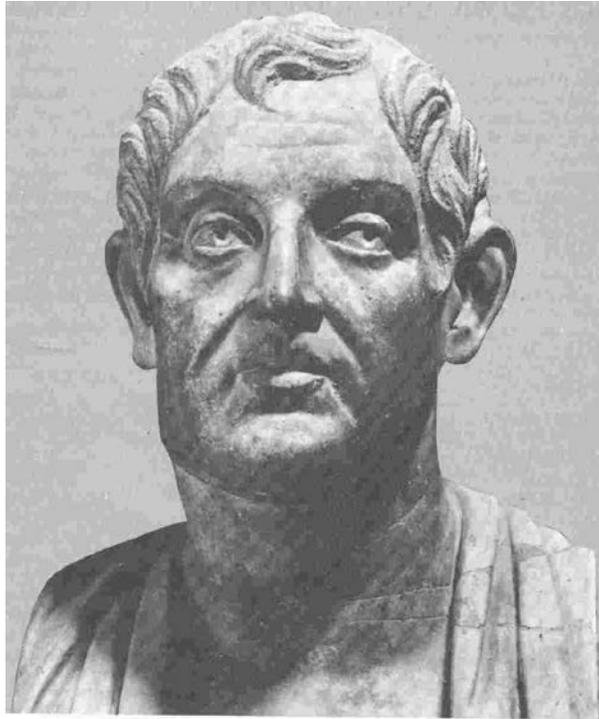
Archimede

Stella di prima grandezza, si fa apprezzare per l'originalità del suo pensiero, per l'acutezza del suo ingegno, per l'originalità delle sue scoperte. Nell'opera il <<Metodo>> **Archimede** ci spiega come sia possibile calcolare l'area di un segmento parabolico utilizzando, come indivisibili di una superficie piana a contorno curvilineo, infiniti segmenti, dotati di peso ed equivalenti ai trapezoidi infinitesimi dell'attuale calcolo integrale.

Con quest'opera **Archimede** elabora il calcolo infinitesimale anticipando di due millenni **Torricelli**, **Cavalieri**, **Newton** e **Leibnitz**. Per questo motivo può essere considerato il primo matematico autore di una teoria sul calcolo infinitesimale .



Mosaico raffigurante la morte di Archimede, il più grande matematico dell'antichità ed uno dei più grandi matematici di tutti i tempi. Durante la seconda guerra punica Siracusa si schiera dalla parte di Cartagine; pertanto subisce l'assedio dei Romani dal 214 al 212 a.C., anno in cui deve arrendersi. Durante il saccheggio, **Archimede** viene ucciso da un soldato romano. Secondo un'altra versione, più verosimile, un soldato romano entra nella casa dello scienziato e lo trova immerso nello studio di alcune figure geometriche tracciate per terra. Infastidito dall'inopportuna presenza **Archimede** redarguisce il rude soldato con la celebre frase: «**Noli tangere circulos meos**». Il soldato, non riconoscendolo, lo uccide, infrangendo gli ordini del console romano **Marcello** il quale, consapevole della grandezza di **Archimede**, aveva ordinato di risparmiargli la vita.



ARISTOTELE

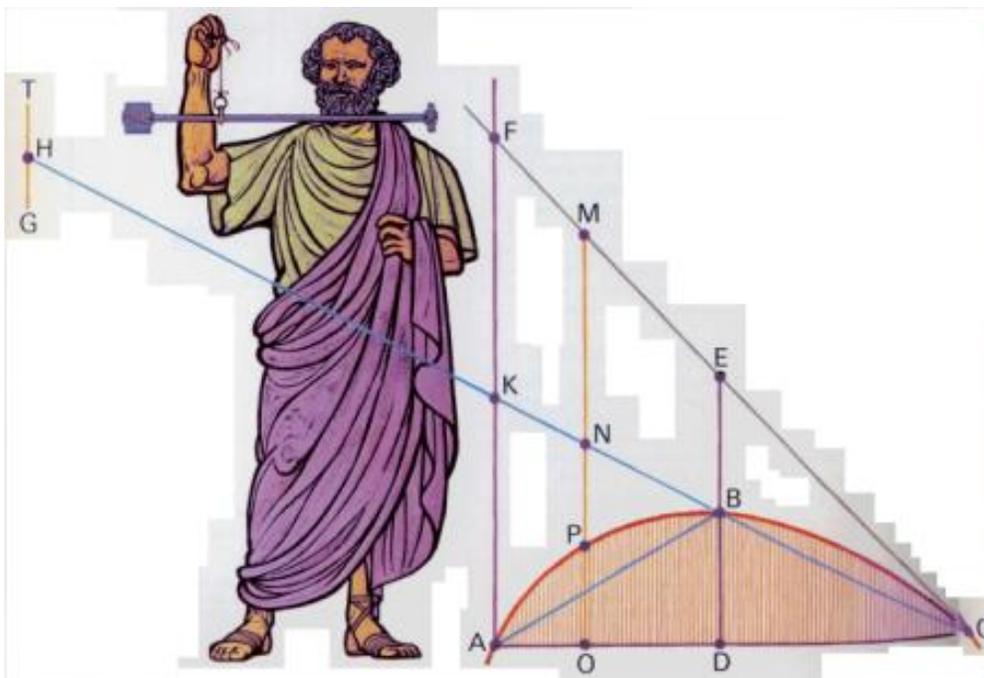
Aristotele nasce a Stagira nel 384 a.C. , entra nella scuola di **Platone** a diciassette anni e vi rimane per venti anni , cioè fino alla morte del maestro (348 a.C.). Nel 342 a.C. è chiamato a Pella da **Filippo re della Macedonia** in qualità di precettore di **Alessandro Magno**. Nell'**Accademia**, la celebre scuola di Platone, Aristotele conosce i più noti scienziati dell'epoca , a cominciare dal famoso matematico **Eudosso di Cnido**. Nel 335 a.C., morto Filippo e salito Alessandro al trono della Macedonia , Aristotele torna ad Atene dove fonda la celebre scuola denominata **Liceo** . Nel 323 a.C. , morto Alessandro , ci fu in Atene una forte reazione antimacedone . Per sfuggire ai nemici ,Aristotele si ritira a Calcide , dove muore nel 322 a.C. Egli può essere considerato la mente filosofica più universale del mondo greco ; Dante lo definisce il <<**maestro di color che sanno**>> . Grande naturalista, lascia lavori fondamentali nel campo delle scienze biologiche. Nel campo della fisica dà un notevole contributo con l'opera denominata la **Fisica** nella quale, dopo una introduzione storica, tratta.a) della natura e del concetto di corpo e del movimento; b) dello spazio e del tempo; c) delle forme del movimento. Con quest'opera il Nostro si pone l'obiettivo di spiegarci non solo come il mondo è costituito ma perché esso è costituito proprio così e non in un'altra maniera. Alle scienze matematiche Aristotele dedica poco tempo; va detto, però, che l'aver affermato che l'**infinito attuale**, e quindi anche l'**infinitesimo attuale**, non esiste (**infinitum actu non datur**) ha avuto una influenza negativa sul pensiero matematico dei suoi successori. Egli, infatti, ritiene possibile

soltanto la divisione di un continuo (ad esempio una linea piana) in un numero quanto si vuole grande di parti, mediante una infinità potenziale di suddivisioni successive, sempre prolungabili ma mai esauribili. Nega, così, l'esistenza di un continuo, composto da una infinità in atto di ultimi elementi indivisibili. Il conflitto aristotelico tra l'infinito potenziale e quello attuale, che traduce il problema della composizione del continuo, sarà risolto definitivamente dal matematico tedesco **Georg Cantor**, autore di una aritmetica dei **numeri trasfiniti**, secondo cui, in determinate circostanze, il tutto può essere uguale ad una sua parte.



La biblioteca di Costantinopoli

In questa biblioteca si trova il famoso palinsesto (pergamena sulla quale il testo più antico, lavato e raschiato, viene sostituito con uno nuovo) che contiene l'unica copia dell'opera più famosa di **Archimede** dal titolo <<**Metodo sui teoremi meccanici**>>. E' una lettera di 174 pagine inviata da **Archimede** ad **Eratostene** nella quale fa vedere come è possibile calcolare l'area di un segmento parabolico utilizzando i segmenti pesanti, paragonabili agli attuali trapezoidi infinitesimi che stanno alla base del moderno calcolo infinitesimale. Il testo di **Archimede**, copiato a Costantinopoli mille anni fa, era stato sostituito nel **XII secolo**, da un "Eucologion", una raccolta di preghiere della Chiesa ortodossa orientale. Il manoscritto venne scoperto casualmente nel 1899 da un **paleografo** greco, **Athanassios Papadopulos Kerameus**, nel monastero del santo Sepolcro di Gerusalemme. Successivamente il manoscritto fu depositato presso la biblioteca **Metochion di Costantinopoli** e scoperto nel **1906** dal filologo danese **Heiberg**.



Archimede pesa la parabola

Per **Archimede** una qualsiasi superficie piana a contorno curvilineo è formata da tanti segmenti paralleli che la riempiono tutta. L'area della superficie piana è la somma delle aree degli infiniti segmenti che costituiscono gli elementi indivisibili della superficie stessa. Ma sommare le aree di questi infiniti segmenti non è facile per i seguenti motivi: se questi segmenti hanno area nulla, la loro somma è zero, se hanno area piccola, ma finita, la loro somma non può essere una quantità finita. Il Nostro risolve il problema attribuendo ad ogni segmento un peso che rappresenta l'area di un trapezoide infinitesimo inscritto nel segmento parabolico, secondo le vedute dell'attuale calcolo infinitesimale. Oggi sappiamo che la somma di infiniti termini infinitesimi può essere una quantità finita. Inoltre **Archimede** usa il <<metodo meccanico>> per scoprire una proprietà che poi dimostrerà rigorosamente col metodo di esaustione seguendo la tradizione classica di Euclide: questo per non contraddire la concezione filosofica dell'infinito attuale sostenuta da Aristotele e seguita da tutti gli scienziati del suo tempo.

Ricerca effettuata dalle alunne

Amoroso Valentina VB

Cece Filomena VB

Iannaccone Elena VB

Nargi Carmen VB

visionata da Salvatore Amico, docente di Matematica e Fisica presso il Liceo Scientifico “ P.S.

Mancini “ Avellino Anno Scolastico 2004/2005

e pubblicata su

Tiri Mancini

il giornale del Liceo Scientifico di Avellino, diretto brillantemente dal Docente referente

Lia Silvestri

e dalla Vice Direttrice

Giovanna Napolitano