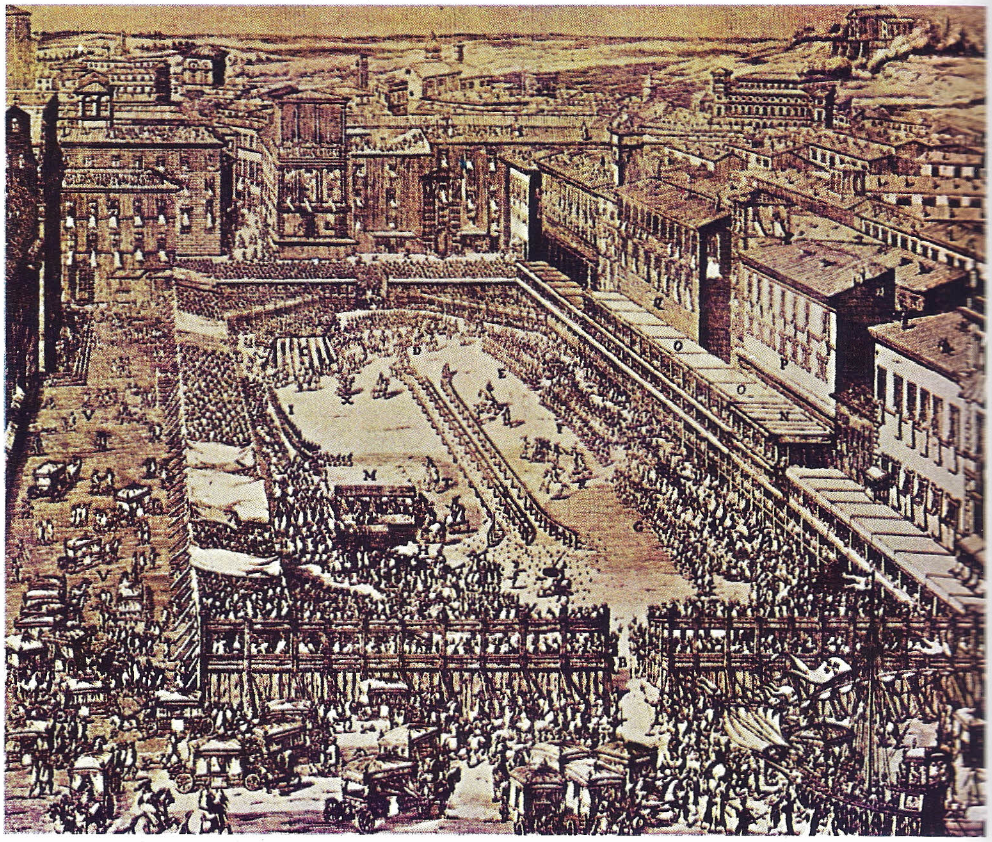
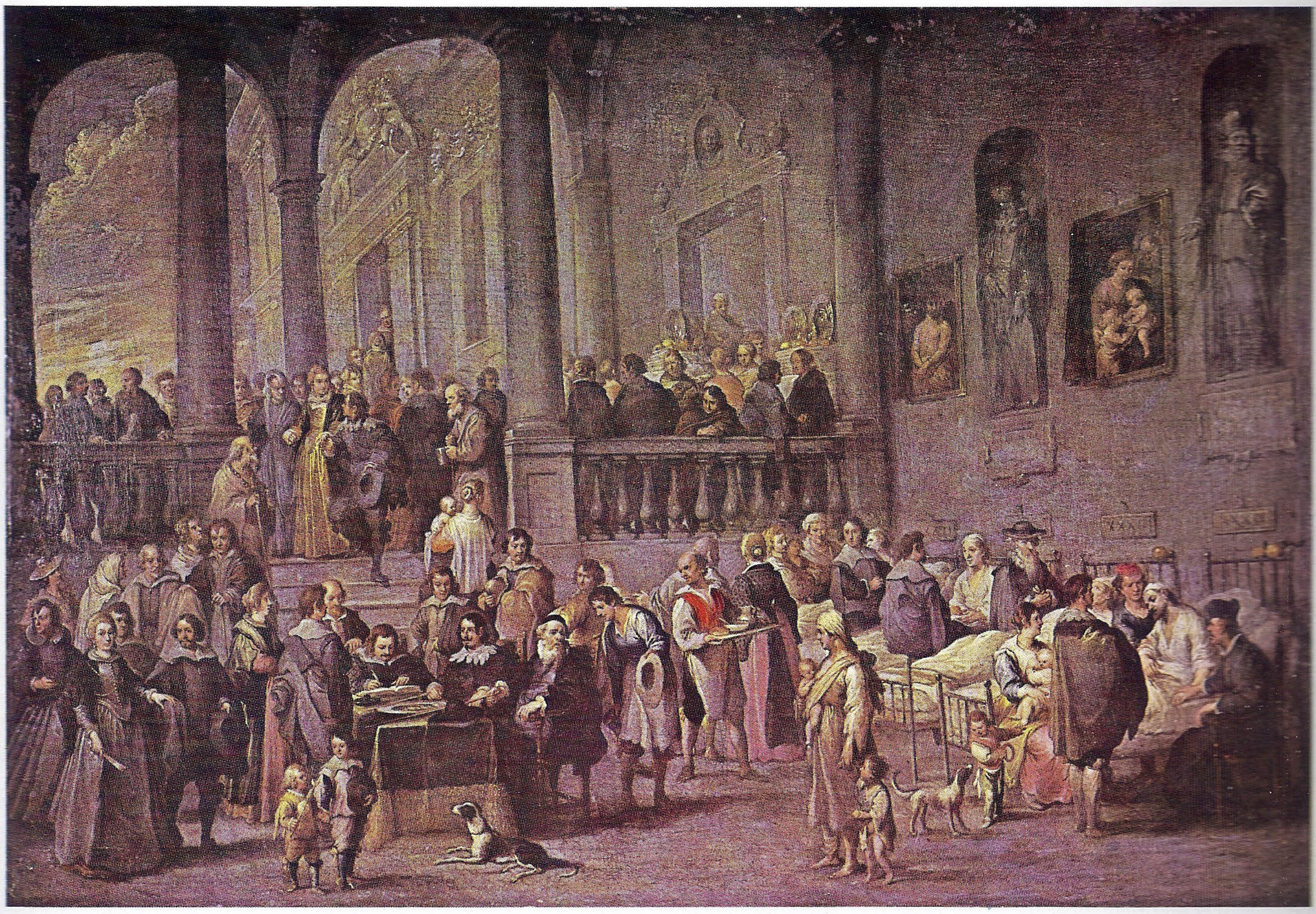
L'ORIGINE DEL CALCOLO INFINITESIMALE

1 — La nascita del calcolo infinitesimale moderno risale all'inizio del Seicento, e quindi è press'a poco contemporanea al sorgere della fisica e della biologia moderna. Ciò dimostra che esso si inserisce direttamente in una fase decisiva dello sviluppo del pensiero umano, caratterizzata da un nuovo interesse via via piú maturo per quel tipo, per altro assai articolato, di conoscenza che siamo soliti qualificare come **scientifica**.
Non sarebbe difficile trovare dei nessi assai stretti fra l'affermarsi della fase in esame e le trasformazioni sociali del tempo. È fuori dubbio, infatti, che essa fu fortemente stimolata dall'avanzata della borghesia, graduale ma irresistibile per lo meno nei piú progrediti paesi d'Europa: fu la nuova classe borghese a favorire l'ampliamento degli studi anche verso problemi di natura tecnico-pratica, fu essa a guardare con fiducia alle idee piú ardite svincolate dai vecchi schemi (fiducia in certo senso parallela a quella con cui tale classe guardava alla propria crescente forza economica), fu essa ad appoggiarne la diffusione creando nuovi istituti culturali diversi dalle università (custodi fedeli, queste ultime, della filosofia e della scienza medievali).
In anni recenti qualche studioso vorrà vedere, in questo condizionamento da parte della nascente borghesia, una specie di onta per la scienza, un legame di autentico vassallaggio. Trattasi però di un palese equivoco, in primo luogo perché non fu solo la scienza ma tutta la cultura dell'epoca a subire tale condizionamento, in secondo luogo perché nel corso dei secoli tanto la scienza quanto la classe borghese saranno soggette a numerose e profonde trasformazioni, cosicché si modificheranno radicalmente anche i loro rapporti. Ne è una riprova il fatto che, allorquando una nuova classe (la classe operaia) si appresterà ad assumere la guida della società, non solo essa si guarderà bene dal ripudiare la scienza per la sua « origine borghese », ma al contrario la considererà come elemento fondamentale del proprio programma di ristrutturazione della cultura.

2 — Per l'appunto la fiducia testé menzionata nelle idee piú ardite, svincolate dai vecchi schemi, può aiutarci a comprendere uno degli atteggiamenti maggiormente caratteristici degli iniziatori del calcolo infinitesimale moderno.
Mentre i matematici del secolo precedente avevano soprattutto mirato a recuperare i testi dei grandi geometri greci, per riuscire ad assimilare il prezioso insegnamento, ora ci si pone apertamente il compito di andare al di là di essi. Sarà questa una delle molle principali che spingerà alla creazione del nuovo calcolo.
È risaputo che uno dei piú importanti e difficili problemi affrontati dai matematici greci era stato quello di calcolare lunghezze, aree, volumi (di linee, superfici e solidi, non trattabili con metodi elementari). Se ne erano occupati Eudosso ed Euclide, ma spettava soprattutto ad Archimede il



La scienza moderna nasce nel secolo XVII, che è in particolare il secolo nel quale si costituiscono in scienze rigorose la meccanica (terrestre e celeste), coll'aiuto di nuovi potenti strumenti matematici, dei quali il piú « rivoluzionario » è il calcolo infinitesimale. È un secolo, il 1600, carico di contraddizioni; borghesia e nobiltà, idee nuove e spregiudicate e superstizioni, istituzioni moderne quali le prime « accademie » e costumi a volte ancora nettamente medievali. Ecco qui sopra, ad esempio, una giostra in piazza Navona verso la metà del Seicento (incisione di F. Collignon).



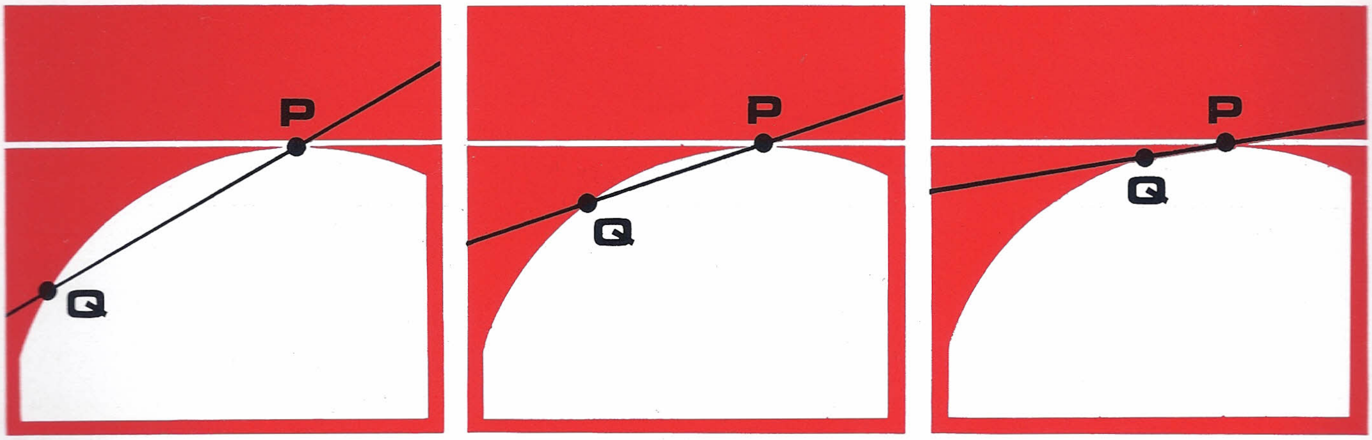
Anche nella medicina, prime grandi scoperte (circolazione del sangue ecc.) e permanenza di pregiudizi medievali. Sopra, una visita agli infermi (Cornelio De Wael, Palazzo Bianco, Genova).

merito di avervi recato contributi eccezionalmente significativi. Era riuscito a farlo sulla base del cosiddetto « metodo di esaustione », l'unico cui fa esplicitamente ricorso nelle opere recuperate dai matematici del secolo XVI.

Orbene gli innovatori del secolo XVII non possono certo mettere in dubbio la coerenza logica di tale metodo, né la validità dei risultati che esso ci permette di raggiungere. Sottolineano però la sua estrema complessità e il suo carattere poco intuitivo, che rendono pressoché impossibile — quando ci si valga unicamente di esso — raggiungere nuovi risultati, che oltrepassino quelli già conseguiti da Archimede. Di qui la necessità, se non ci si vuole arrestare al livello dei greci, di cercare coraggiosamente altre vie meno tortuose e piú feconde di quella classica.

Il punto piú caratteristico del metodo di esaustione consisteva nell'« aggirare » con opportuni artifici l'ostacolo — che i greci avevano ritenuto pericolosissimo — rappresentato dall'introduzione in matematica dell'infinito, sia sotto forma dell'infinitamente grande sia sotto forma dell'infinitamente piccolo. La svolta operata dagli innovatori doveva dunque basarsi proprio sull'abbandono delle riserve tradizionali nei confronti del ricorso all'infinito. Il primo a compiere un passo decisivo in questa direzione fu Keplero, che concluse la sua famosa **Nova stereometria doliorum** (Nuova misura del volume delle botti) del 1615, ove sviluppò le sue considerazioni di tipo infinitesimale per giustificare un criterio empirico usato dai bottai austriaci, con un **Supplementum ad Archimedem** (Supplemento ad Archimede), ove i volumi di alcuni complicati solidi vengono calcolati mediante la suddivisione di essi in un numero (tendente all'infinito) di corpiccioli piccolissimi (al limite infinitesimi). Egli non fornisce per verità un metodo unico per tale scomposizione, ma di volta in volta ricorre a geniali accorgimenti diversi fra loro. Malgrado questa mancanza di un metodo unitario, e malgrado che alcuni risultati ottenuti risultino erronei, la nuova via da lui indicata si rivela però estremamente feconda, soprattutto perché incoraggia parecchi contemporanei a intraprendere con fiducia ulteriori tentativi nella direzione cosí aperta.

Un secondo importante passo è compiuto da Cavalieri che introduce il famoso metodo degli « indivisibili », basato sulla concezione delle linee come insieme (infiniti) di punti, e analogamente delle regioni piane come insiemi di linee, e dei solidi come insiemi di piani. Egli è convinto che questo metodo, se bene applicato, non possa condurre ad errori, ma i « fedeli » di Archimede sollevano contro di esso numerose obiezioni. Il piú autorevole di tali « fedeli » è il gesuita Paolo Guldino, il quale obietta che il continuo è senza dubbio divisibile all'infinito,



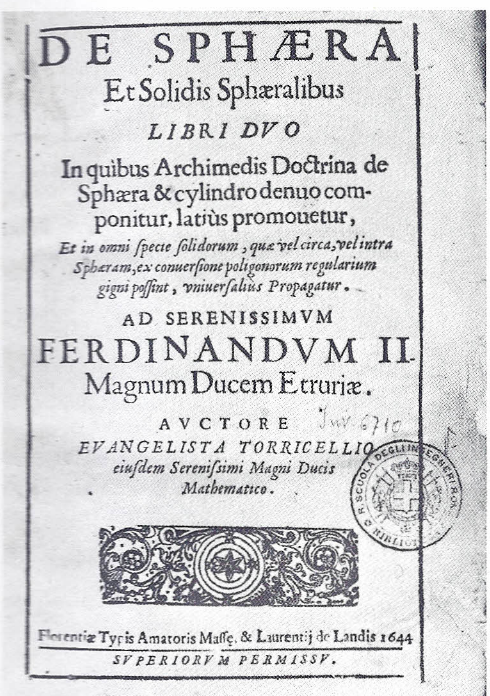
Il procedimento di « passaggio al limite » è alla base del calcolo infinitesimale. Nelle tre figure sovrastanti, si cerca di rendere « dinamicamente » evidente il fatto che la *tangente* a una curva in un suo punto *P* è il limite della *secante PQ* quando *Q* si muove sulla curva avvicinandosi a *P*, fino a coincidere con *P*. Nell'illustrazione a fianco osserviamo che quando *P* si avvicina indefinitamente a *Q* lungo una curva, il triangolo che ha per ipotenusa *PQ* e cateti paralleli agli assi coordinati diventa sempre piú piccolo (vedi la fig. in alto; in basso c'è l'ingrandimento). Ma il rapporto tra gli incrementi finiti Δx e Δy, pur diventando il rapporto tra gli « infinitesimi » (i « differenziali ») *dy* e *dx*, può avere un *limite* ben determinato.

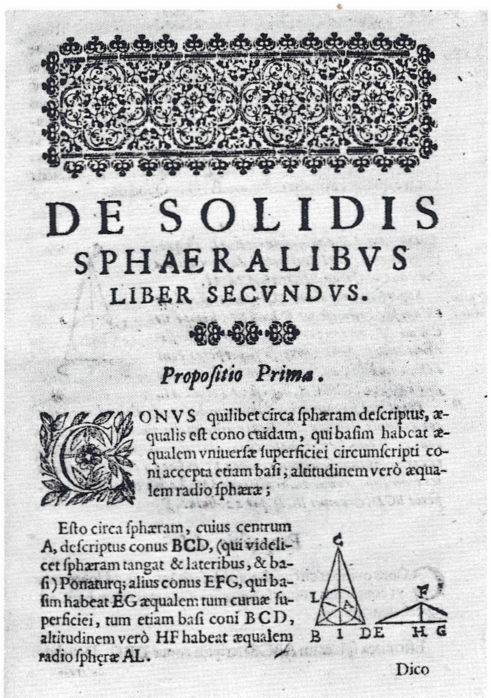
ma « non consta di infinite parti in atto, bensí soltanto in potenza, le quali non possono essere mai esaurite ». Emerge qui la distinzione (risalente ad Aristotele) fra infinito **in atto** e infinito **in potenza**, che costituirà uno dei temi centrali dei dibattiti intorno al nuovo calcolo.

Malgrado queste obiezioni, Evangelista Torricelli accoglierà il metodo di Cavalieri, ampliandolo con l'introduzione degli « indivisibili curvi », e riuscirà per questa via a conseguire risultati del maggior interesse. Il piú sorprendente di essi è che esistono solidi « acutissimi » i quali, pur estendendosi all'infinito, posseggono un volume finito.

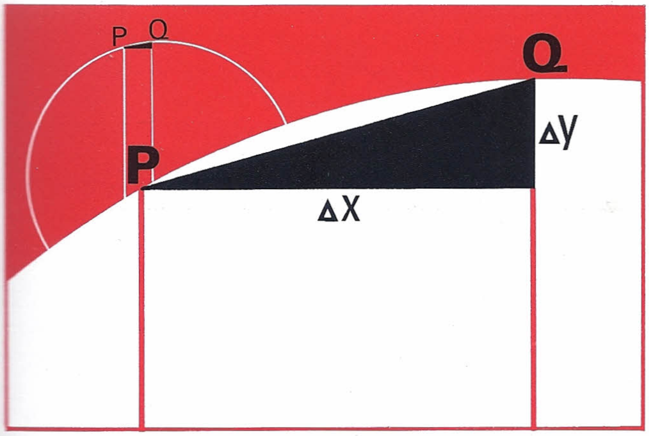
3 — Altri tre generi di problemi, oltre a quelli testé considerati, conducevano all'introduzione in matematica dell'infinito (in grandezza o in piccolezza). Ci limiteremo a darne un cenno molto schematico.

Il primo è connesso allo sviluppo della meccanica. È noto che Galileo diede un contributo decisivo a questo sviluppo, iniziando lo studio scientifico della cinematica (lo studio della statica poteva invece farsi risalire all'antichità, in particolare alle ricerche di Aristotele e di Archimede). Orbene, sono proprio i concetti piú caratteristici della cinematica come quelli di **velocità** e di **accelerazione** che esigono di prendere in considerazione rapporti fra grandezze infinitamente piccole. In termini moderni: la velocità è il rapporto fra lo spazio percorso da un mobile e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo quando questo tempo tende a zero; l'accelerazione è l'analogo rapporto tra la variazione di velocità e il tempo richiesto per tale


DE SPHÆRA
Et Solidis Sphæralibus
LIBRI DVO
In quibus Archimedis Doctrina de Sphæra & cylindro denuo componitur, latiùs promouetur,
Et in omni specie solidorum, quæ vel circa, vel intra Sphæram, ex conuersione polygonorum regularium gigni possint, vniuersalius Propagatur.
AD SERENISSIMVM
FERDINANDVM II
Magnum Ducem Etruriæ.
AVCTORE
EVANGELISTA TORRICELLIO
eiusdem Serenissimi Magni Ducis Mathematico.
Florentiæ Typis Amatoris Massæ, & Laurentij de Landis 1644
SVPERIORVM PERMISSV.


DE SOLIDIS
SPHAERALIBVS
LIBER SECVNDVS.
Propositio Prima.
CONVS quilibet circa sphæram descriptus, æqualis est cono cuidam, qui basim habeat æqualem vniuersæ superficiei circumscripti coni accepta etiam basi; altitudinem verò æqualem radio sphæræ;
Esto circa sphæram, cuius centrum A, descriptus conus BCD, (qui videlicet sphæram tangat & lateribus, & basi) Ponaturq; alius conus EFG, qui basim habeat EG æqualem tum curuæ superficiei, tum etiam basi coni BCD, altitudinem verò HF habeat æqualem radio sphæræ AL.
Dico

Tra i precursori del calcolo infinitesimale, che deve essere considerato come fondato dall'inglese Newton e dal tedesco Leibniz, abbiamo l'italiano Galilei e i suoi scolari Bonaventura Cavalieri ed Evangelista Torricelli, che si avvalevano del metodo detto degli « indivisibili », di tipo infinitesimale. Come si vede dal frontespizio (qui a lato) di un'opera del faentino Torricelli, i fondatori del nuovo calcolo si richiamavano ad Archimede, rientrato nella cultura europea nel secolo precedente, intuendo che il grande siracusano si era servito di un metodo simile al loro.



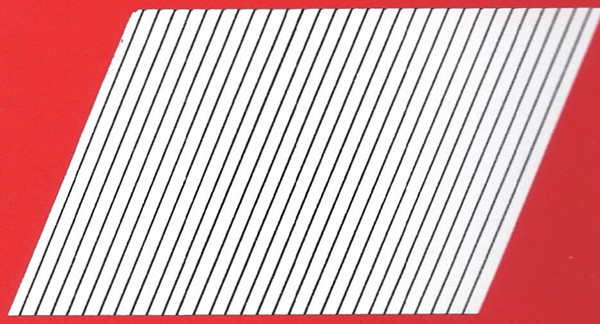
variazione, quando questo tempo tende a zero. Non si può sostenere che Galileo possegga in termini precisi l'idea di limite; certo è però che la intuisce con notevole chiarezza e soprattutto che, in taluni casi di particolare importanza, riesce ad eseguire calcoli esattissimi che noi sappiamo inscindibilmente connessi a tale idea. Cosí accade, per esempio, quando dimostra che « se un mobile scende, a partire dalla quiete, con moto uniformemente accelerato, gli spazi percorsi da esso in tempi qualsiasi stanno fra loro come i quadrati dei tempi ». Il legame fra la meccanica e il nascente calcolo infinitesimale si rivelerà sempre piú stretto ed essenziale nei prosecutori delle ricerche galileiane.

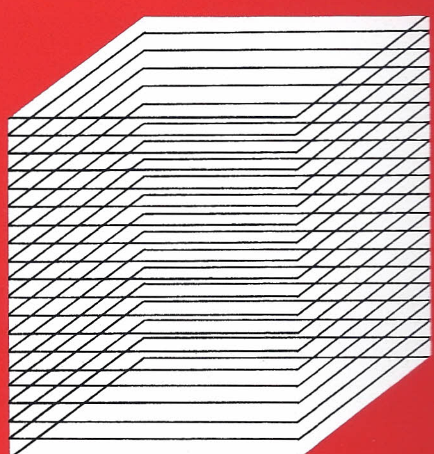
Il secondo tipo di problemi che diedero un grande stimolo all'introduzione dell'infinito (in grandezza e in piccolezza) nella matematica, è ancora di natura geometrica, ma non piú legato alla determinazione delle aree e dei volumi bensí a quella delle tangenti.

Gli antichi matematici greci avevano preso in considerazione solo pochi generi di curve, ideando di volta in volta qualche metodo particolare per la determinazione delle tangenti alle principali fra esse (cerchi, ellissi, ecc.). Nel Seicento l'ideazione della geometria analitica ad opera di Descartes e di Fermat condusse ad un radicale ampliamento del concetto di curva, e di conseguenza aprí la via al fondamentale problema della ricerca delle tangenti ad una curva generica (ovviamente connesso al problema della ricerca dei punti di massimo e di minimo nei quali la tangente risulta parallela all'asse delle ascisse).

Furono sufficienti semplici considerazioni geometriche per comprendere l'analogia fra la tangente in un punto P della curva e le secanti che collegano tale punto con un altro punto Q della curva; l'intuizione stessa ci mostra infatti che la secante PQ si avvicina sempre piú alla tangente, allorché il punto Q si muove verso P. Di qui a considerare la tangente come una secante passante per P e per un punto infinitamente prossimo a P, il passo è molto breve. Ma che significato potremo attribuire al concetto di punti infinitamente prossimi l'uno all'altro?

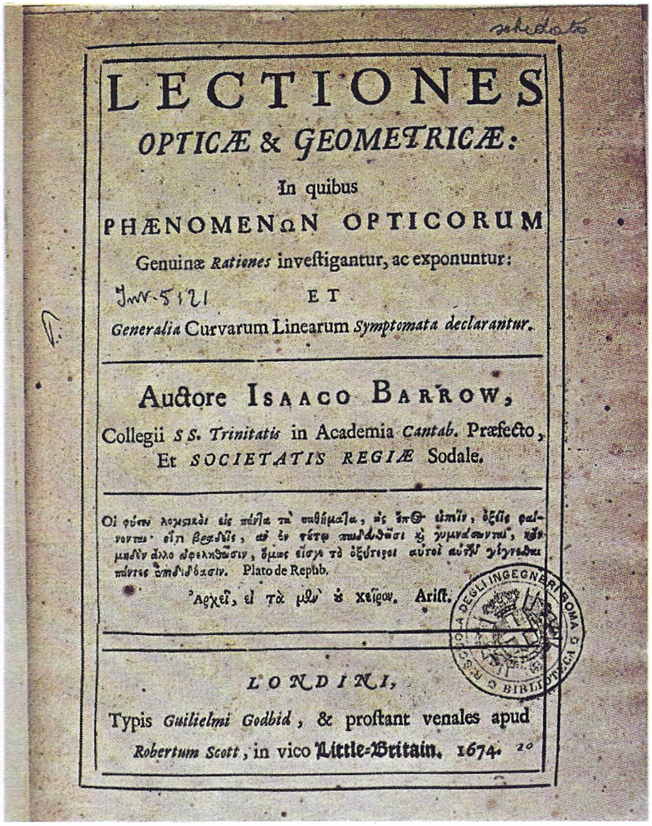
Furono soprattutto i matematici francesi (Fermat, Roberval, Pascal) a interessarsi di questo problema; il risultato di maggior rilievo da essi ottenuto in tali indagini fu la comprensione (dovuta in particolare a Pascal) dell'enorme importanza spettan-





Come è composto il « continuo »? Galileo pensava di scrivere un libro *De compositione continui*. Non lo fece, ma il suo ardito pensiero era che il continuo fosse composto da infinite particelle « indivisibili », prive di grandezza, ma non nulle. L'idea di considerare un segmento, una superficie piana, un solido come composti rispettivamente da *tutti* i punti, *tutte* le linee (*omnes lineae*), *tutte* le sezioni piane tra loro parallele, permise a Bonaventura Cavalieri e ad Evangelista Torricelli di ritrovare molte misure di aree e volumi di Archimede, e di andare anzi al di là delle scoperte del sommo matematico dell'antichità. Il « metodo degli indivisibili » è però di portata assai piú limitata del metodo del passaggio al limite, nel quale non si considerano « infinitesimi in atto » (gli « indivisibili ») ma « infinitesimi in potenza » (i « differenziali »).

Ritratto di John Wallis, membro della Royal Society; fu uno dei precursori del calcolo infinitesimale, sviluppando, contemporaneamente a Cavalieri e a Torricelli, il « metodo degli indivisibili ».



LECTIONES
OPTICÆ & GEOMETRICÆ:
In quibus
PHÆNOMENΩN OPTICORUM
Genuinæ *Rationes* investigantur, ac exponuntur:
ET
Generalia Curvarum Linearum *Symptomata declarantur.*

Auctore ISAACO BARROW,
Collegii *S S. Trinitatis* in Academia *Cantab.* Præfecto,
Et *SOCIETATIS REGIÆ* Sodale.

[illegible] Plato de Repub.
[illegible] Arist.

LONDINI,
Typis *Guilielmi Godbid*, & prostant venales apud
Robertum Scott, in vico Little-Britain. 1674.

Ecco il frontespizio delle *Lectiones* (1674) dell'inglese Isaac Barrow, maestro del grandissimo Isaac Newton. Già Barrow aveva avuto intuizioni del nuovo calcolo (teorema di Torricelli-Barrow: lega le operazioni di « derivazione » e di « integrazione »).

te, nello studio di una curva di equazione $y=f(x)$, al suo cosiddetto « triangolo caratteristico », cioè al triangolo rettangolo avente per ipotenusa la corda che collega il generico punto P della curva ad un altro punto Q, situato sulla medesima curva e molto prossimo a P, ed avente per cateti l'incremento Δx subíto dall'ascissa e quello Δy subíto dall'ordinata nel passaggio da P a Q. Le piú elementari nozioni di trigonometria dimostravano infatti che la posizione della retta secante PQ dipende dal rapporto $\Delta y/\Delta x$ fra i due incrementi anzidetti; onde segue che la posizione della tangente alla curva in P dipenderà dal limite di questo rapporto quando Q tende a P, cioè quando Δx tende a zero. Di qui l'importanza di saper calcolare questo limite, cioè di saper calcolare quella che oggi chiamiamo la derivata della funzione $f(x)$. Mentre la ricerca delle lunghezze, delle aree e dei volumi è stata il punto di partenza per il calcolo degli integrali, il problema della determinazione delle tangenti è stato — come risulta ormai ovvio — il punto di partenza per il calcolo delle derivate.

Il terzo tipo di problemi cui si è fatto cenno all'inizio del paragrafo è collegato a calcolo di carattere numerico. Già nei primi decenni del Seicento si era cominciato a diffondere l'uso di algoritmi infiniti (quello per esempio delle cosiddette « frazioni continue » ad opera di Pietro Antonio Cataldi); nella seconda metà del secolo il ricorso a tali algoritmi, in particolare alle serie e ai prodotti infiniti, si estende fra un numero sempre maggiore di matematici, in ispecie presso la scuola inglese. Nel 1655 esce la celebre **Arithmetica infinitorum** di John Wallis, ove gli anzidetti algoritmi vengono adoperati per calcolare lunghezze di curve e aree di superfici; basti ricordare il famoso sviluppo in prodotto infinito di π (rapporto tra la circonferenza e il diametro) ancora oggi noto per l'appunto col nome di Wallis. Sotto la sua influenza si studia lo sviluppo in serie non piú di un numero, ma di una funzione; l'esempio piú significativo è lo sviluppo, dovuto a Nicolò Mercator, della funzione logaritmica in serie di potenze. Nella maggioranza dei casi non ci si preoccupa ancora delle condizioni di convergenza delle serie usate, e proprio perciò si perviene con stupore a taluni risultati assurdi. Ma non ci si lascia intimorire da essi, e si continua a procedere con fiducia lungo la nuova via che si rivela in genere straordinariamente feconda.

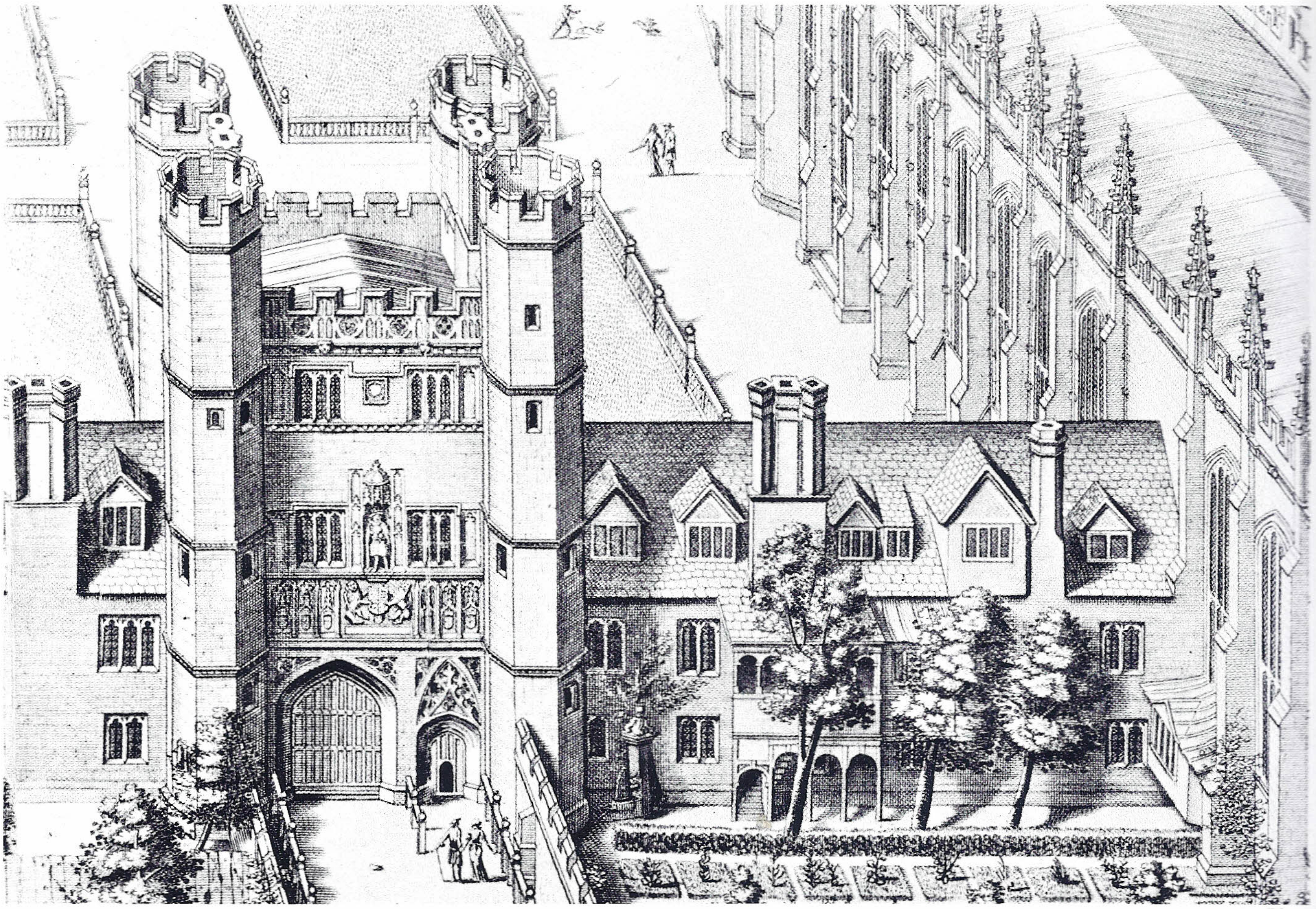
Proprio questa fecondità è ormai ciò che interessa, non piú il rigore che era stato il vanto della matematica greca. Nel costume degli analisti si instaura una spregiudicatezza, che continuerà ad imporsi vittoriosamente in quasi tutto il secolo successivo. Le menti piú acute percepiscono la singolarità di questa situazione, ma fanno appello, per giustificarsi, alla grandiosità dei successi. Assai significativo da questo punto di vista è il celebre motto attribuito a D'Alembert: « Andate avanti, e la fede vi verrà »; in altre parole: mettetevi al corrente delle grandi scoperte conseguite mediante la nuova branca della matematica (fondata sull'impiego sistematico di considerazioni infinite) e la loro imponenza dissolverà i vostri dubbi.

Le « montagne russe » pongono problemi di dinamica; quale velocità acquista il carrello in discesa? Come evitare deragliamenti? Tutti i problemi della dinamica sono strettamente legati al calcolo infinitesimale.

4 — Tradotte in termini piú moderni, le ricerche volte a determinare lunghezze, aree e volumi fanno parte del calcolo integrale; quelle dirette a determinare tangenti, punti di massimo o di minimo, velocità e accelerazioni fanno parte del calcolo delle derivate. Risulta chiaro da quanto detto che i due calcoli trassero origine da problemi notevolmente diversi, pur caratterizzati tutti dall'applicazione di procedimenti infiniti. Si trattava ora di individuare il rapporto tra tali generi di calcolo, il che richiedeva come prima tappa il passaggio dal concetto di « integrale definito » di una funzione a quello di « integrale indefinito »; e di comprendere poi che questo integrale è una nuova funzione, la cui derivata risulta uguale alla funzione integranda (teorema di « inversione »).

Una lettura accurata degli scritti di Torricelli e di quelli dell'inglese Isaac Barrow (il maestro di Newton) ci rivela che essi erano giunti, sia pure soltanto per alcuni casi particolari e in forma parecchio oscura, a intravedere tale risultato. Ma non si può dire che fossero riusciti a coglierne tutta l'importanza e ad attirare su di esso l'attenzione dei propri contemporanei. La mancata consapevolezza della centralità del teorema di inversione fu la causa principale che impedí per parecchi decenni di dare un carattere sistematico al nuovo campo di indagini di cui tutti, o quasi tutti, ormai intuivano il grande interesse.

Il merito di aver posto fine a questo disordine spetta a Newton ed a Leibniz, i quali vennero perciò considerati gli « inventori » dell'analisi infinitesimale (articolantesi per l'appunto nei due calcoli anzidetti, degli integrali e delle derivate). Sorse anzi fra essi una famosa contesa circa la priorità dell'invenzione, contesa che non fece purtroppo onore né all'uno né all'altro. A voler essere rigorosi si deve comunque riconoscere che, pur avendo dato contributi fondamentali alla sistema-



Ecco il Trinity College di Cambridge cosí come era all'epoca nella quale vi soggiornò Newton. Nella pagina accanto, i frontespizi della massima opera di Newton, e delle *Opere complete* di Leibniz.

zione della nuova branca della matematica, né Newton né Leibniz riuscirono a darle un assetto logico soddisfacente (questo verrà raggiunto solo dai grandi analisti dell'Ottocento, in particolare da Cauchy), cosicché l'analisi infinitesimale conserverà per tutto il Settecento — come già notammo — un carattere in certo senso ambiguo, aperto a parecchi dubbi.
Newton elaborò il suo nuovo calcolo (il cosiddetto « calcolo delle flussioni ») fra il 1665 e il 1670, quando era poco piú che ventenne, ma non pubblicò che parecchi anni piú tardi gli scritti dedicati alla esposizione delle proprie idee sull'argomento. Il fatto è che nutriva egli stesso parecchi dubbi in proposito, come è dimostrato da due circostanze: 1) che, pur essendosi indubbiamente valso di esso nella esecuzione dei numerosi calcoli contenuti nella grande opera **Philosophiae naturalis principia mathematica,** non osò confessarlo apertamente per non compromettere il successo delle proprie concezioni meccanico-astronomiche legandole a un tipo di trattazione matematica troppo innovatrice; 2) che elaborò, accanto al metodo delle flussioni, un altro calcolo (« delle prime ed ultime ragioni ») meno agile e meno lontano da quello classico dei greci, ma proprio perciò piú accettabile dai conservatori, sistematicamente adoperato nell'opera anzidetta.
Il linguaggio di Newton è alquanto diverso dal nostro in quanto egli adopera il termine « fluente » per indicare un concetto press'a poco analogo a quello di « funzione », e il termine « flussione » per indicare ciò che siamo soliti chiamare « derivata ». Certo è, comunque, che riesce ad enunciare con chiarezza le principali regole di derivazione (calcolo delle flussioni a partire dalle fluenti) e quelle di integrazione (calcolo delle fluenti a partire dalle flussioni), a determinare con esattezza il legame che intercede fra i due calcoli, a impostare e risolvere alcune equazioni differenziali, a farne numerose applicazioni alla geometria e alla meccanica.
Leibniz cominciò a interessarsi di analisi infinitesimale nel 1672, e poco dopo ebbe occasione di entrare in contatto con l'ambiente dei matematici inglesi (incluso lo stesso Newton), contatto che lo stimolò a proseguire ed approfondire questo genere di indagini.
La sua idea maggiormente innovatrice fu quella di estendere le ricerche, compiute dai matematici della generazione precedente, sul rapporto $\Delta y/\Delta x$ fra i cateti del « triangolo caratteristico » (cui poco sopra abbiamo fatto cenno), al caso in cui il numeratore e il denominatore di tale rapporto non siano piú delle grandezze finite ma siano delle grandezze infinitesime. Questa ardita estensione lo condusse a sostituire al « rapporto incrementale » $\Delta y/\Delta x$ il « rapporto differenziale » dy/dx. Per

verità egli non ci dice esattamente che cosa siano i « differenziali » dy e dx, ma fornisce alcune regole ben precise per operare su di essi, e in particolare per operare sul loro rapporto (cioè su quella che oggi chiamiamo la derivata di y rispetto a x). Si tratta di regole identiche a quelle stabilite da Newton per le flussioni, e che dimostrano una pari utilità nella risoluzione dei problemi geometrici.

In termini moderni si potrebbe dire che Leibniz determina il tipo di « algebra » applicabile ai differenziali, scoprendo che essa risulta per molti aspetti analoga allo solita algebra valida per le grandezze finite.

Ciò che distingue Leibniz da Newton non è soltanto la diversità delle notazioni da essi usate, ma la sicura fiducia che Leibniz nutre nel nuovo calcolo, fiducia che gli proviene dalla sua stessa concezione del mondo come costituito da « monadi » prive di dimensioni (né piú né meno che i differenziali). Una riprova di tale fiducia ci è fornita dalla rapidità con cui diede notizia dei risultati raggiunti, a partire dal 1684.

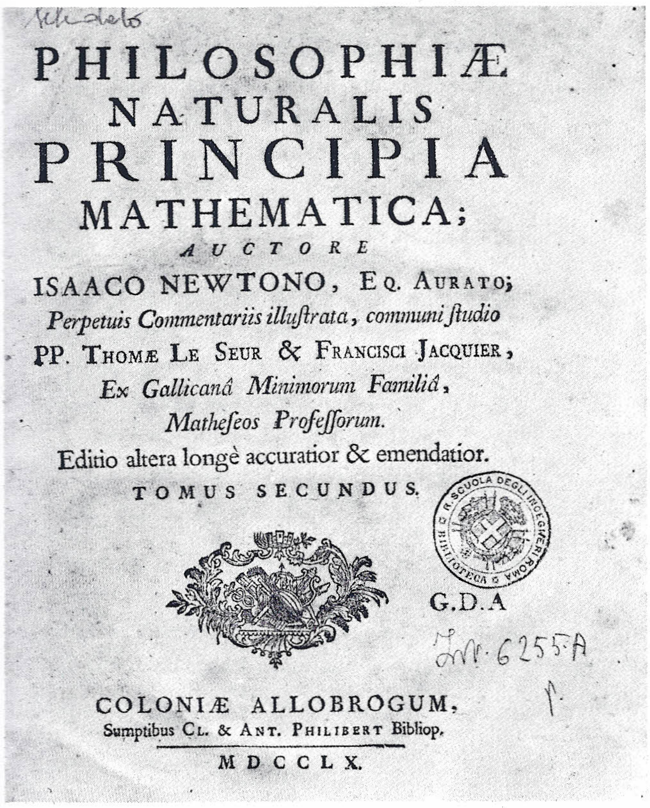
Dal calcolo delle derivate, passò poi ben presto a quello delle aree, concepite come somme di indivisibili. Il segno di integrale, da lui introdotto per indicare l'operazione che ci porta da tali indivisibili alla misura della regione piana da essi riempita, ricorda da vicino l'iniziale del termine somma (in caratteri maiuscoli). Una geniale intuizione lo indusse però a comprendere che l'integrale di una variabile y, funzione della variabile indipendente x, non deve fare riferimento alla sola y ma anche al differenziale dx. Giunse cosí a indicarlo con il famoso simbolo $\int y dx$, ancora oggi usato nei trattati di calcolo. La struttura stessa di questo simbolo gli agevolò inoltre l'individuazione del rapporto fra integrale e differenziale (rapporto costituito, come sappiamo, dal teorema di inversione).

Il simbolismo leibniziano si rivelò subito estremamente felice, e permise di dare al nuovo ramo della matematica un assetto sistematico assai soddisfacente. Fu pertanto accolto da pressoché tutti i contemporanei, che lo ritennero di gran lunga preferibile a quello di Newton; solo gli inglesi si rifiutarono di adottarlo, il che li portò per circa un secolo ad isolarsi dal piú vivo ambiente matematico del continente.

L'indiscutibile successo conseguito dalla formulazione leibniziana dell'analisi infinitesimale non fu tuttavia esente da inconvenienti, in quanto favorí una certa confusione fra l'algebra degli infinitesimi e l'algebra delle grandezze finite, a tutto danno di una trattazione rigorosa dell'importante argomento. Come già si accennò piú sopra, solo nell'Ottocento i problemi ad esso connessi vennero notevolmente chiariti, con la dimostrazione che tutta l'analisi infinitesimale classica si fonda in realtà sul concetto di limite.

In anni recenti sono state riesaminate, alla luce dei piú sottili metodi della logica moderna, le idee originarie di Leibniz per vedere se la sua concezione « atomistica » del continuo possa venire, essa pure, trattata in forma rigorosa entro un opportuno linguaggio. Ne è sorto un affascinante campo di ricerche, oggi noto come « analisi non-standard », dove ovviamente si sottintende che quella « standard » è l'analisi infinitesimale classica sviluppata dai grandi trattatisti del secolo scorso.

Ludovico Geymonat


PHILOSOPHIÆ NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA;

AUCTORE

ISAACO NEWTONO, EQ. AURATO;

Perpetuis Commentariis illustrata, communi studio

PP. THOMÆ LE SEUR & FRANCISCI JACQUIER,

Ex Gallicanâ Minimorum Familiâ, Mathefeos Profefforum.

Editio altera longè accuratior & emendatior.

TOMUS SECUNDUS.

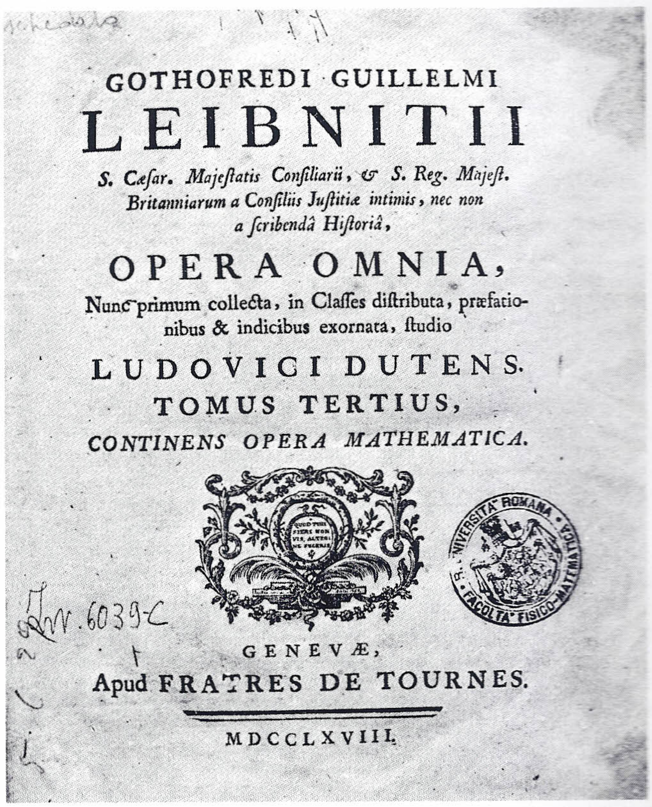
G.D.A

Inv. 6255 A

COLONIÆ ALLOBROGUM,

Sumptibus CL. & ANT. PHILIBERT Bibliop.

MDCCLX.


GOTHOFREDI GUILLELMI LEIBNITII

S. Cæsar. Majeftatis Confiliarii, & S. Reg. Majeft. Britanniarum a Confiliis Juftitiæ intimis, nec non a fcribendâ Hiftoriâ,

OPERA OMNIA,

Nunc primum collecta, in Claffes diftributa, præfationibus & indicibus exornata, ftudio

LUDOVICI DUTENS.

TOMUS TERTIUS,

CONTINENS OPERA MATHEMATICA.

Inv. 6039-C

GENEVÆ,

Apud FRATRES DE TOURNES.

MDCCLXVIII.