L’ infinito nell’antica Grecia

I Greci avevano orrore dell’infinito e indietreggiavano “*di fronte al silenzio degli spazi infiniti*”; infatti i matematici greci non parlavano mai di infinito e i filosofi preferivano parlare d’illimitato.

FILOLAO

Il primo a introdurre questo termine è stato il pitagorico **Filolao ,** che nelle parole “*limite*” e “*illimitato*” individuò la coppia di opposti che sono causa e principio di tutte le cose. In particolare, per i pitagorici, il limite era associato al bene e l’illimitato al male.

ARISTOTELE

Aristotele affrontò più a fondo i problemi dell’infinito, che chiamava ***apeiron*** .Si tratta di un’entità imperfetta, incompleta, confusa e priva di forma che la mente dell’uomo non può afferrare, non per sua incapacità ma perché non esiste come entità attuale. La natura, infatti, dice Aristotele, evita ciò che è infinito, poiché esso è privo di quelle completezze e finalità verso cui la natura è costantemente tesa.Se il nostro mondo ha avuto una nascita improvvisa, l’età della Terra è potenzialmente infinita; tuttavia essa non è mai, in nessun istante, effettivamente infinita.Se i numeri interi sono potenzialmente infiniti , perché si può sempre aggiungere uno ad un qualsiasi altro numero grande a piacere, tuttavia l’insieme infinito dei numeri , in quanto tale , non esiste. Le grandezze fisiche, per la maggior parte , non possono essere infinite neppure in potenza, perché, se lo fossero, sarebbero più grandi dell’universo stesso. E ciò è impossibile. Lo **spazio** è potenzialmente infinito, perché può essere diviso in parti sempre più piccole. E potenzialmente infinito è soprattutto il **tempo** , sia perché si può sempre aggiungere un istante a qualsiasi quantità di tempo, sia perché si può suddividere , come lo spazio , in parti sempre più piccole. Ma per quanto questo processo di suddivisione o di aggiunta possa protrarsi e tendere verso l’infinito non lo realizza mai. Fino al Rinascimento, il concetto aristotelico di infinito dominò in tutte le discussioni sull’argomento. La sua portata era insieme fisica, cosmologica, matematica, filosofica e teologica;è in questa unità dei diversi domini del sapere che si coglie la dinamica dell’interrogarsi sull’infinito. Il pensiero di Aristotele ha le sue radici negli interrogativi sulla struttura del mondo. La scienza della natura e l’analisi del movimento lo conducono ad affrontare la questione dell’infinito. Secondo Aristotele l’infinito coinvolge tre concetti: primo la **grandezza,** che è divisibile all’infinito; secondo il **numero,** che è componibile all’infinito; terzo il **tempo** che è componibile e divisibile . La conclusione di Aristotele è negativa, cioè l’infinito non esiste come totalità, come **essere attuale** , come forma compiuta.Questa impossibilità vale sia per una totalità materiale e sia per una immateriale.In particolare, il mondo in quanto grandezza fisica è finito, chiuso dall’ultima delle sfere celesti. Tuttavia Aristotele ammette l’infinito secondo un’altra modalità: **infinito potenziale.** Si tratta di una modalità di esistenza inferiore, subordinata all’essere attuale. L’infinito in potenza, che è possibilità, si esprime con una proprietà della grandezza continua che per quanto si divida si può continuare la sua divisione all’infinito. Aristotele così scrive nella “Fisica”: “*Ma l’infinito si trova ad essere il contrario di ciò che si dice ;in effetti, non è ciò che non ha nulla all’esterno di sé; ma ciò di cui qualcosa è sempre all’esterno di sé*”. Insomma, sostiene Aristotele, l’infinito si trascina dietro di sé una sua intrinseca incompletezza e non esiste se non come processo, come perenne divenire, come potenzialità. Questa posizione contrappone Aristotele alle scuole di pensiero atomiste. Un esempio di **infinito potenziale** riposa nell’idea stessa del contare e cioè nell’idea di poter procedere nell’affannosa e inutile ricerca del numero maggiore di tutti gli altri, basta aggiungere uno a qualunque numero per ottenerne uno maggiore e accorgersi che non è possibile trovare l’ultimo elemento. Questa possibilità, invece, ci viene offerta dall’altro tipo di infinito, **l’infinito in atto** ; esso è costituito, per esempio, da qualsiasi segmento continuo che contiene, per sua natura, un’infinità compiuta di elementi costituita da tutti i suoi punti. Il concetto di infinito dopo che aveva già tormentato i filosofi e i matematici Greci ed era stato poi comodamente assunto come attributo della divinità, venne escluso dal mondo umano. A riportarlo potenzialmente verso di noi ha cominciato Galilei quando, puntando il cannocchiale verso Giove ha sfondato i limiti imposti ai nostri occhi e ha portato avanti la formidabile intuizione di Giordano Bruno degli infiniti mondi che popolano un universo privo di confini.

ZENONE

Le differenze tra le due modalità dell'infinito vengono meglio alla luce, anche se non saranno risolte, con i famosi paradossi di **Zenone** di Elea. Soprattutto quelli che riguardano l'infinità della retta.Non tanto la sua lunghezza infinita, quanto la sua infinita divisibilità.Infatti se il veloce Achille pensa di correre in linea retta aggiungendo sempre 1 m al suo percorso finito, non giungerà mai al traguardo. E quando lo stesso Achille sfida nella corsa dei 100 m piani una tartaruga , concedendole un piccolo vantaggio iniziale, prima o poi, nella realtà la raggiunge e la supera.Tuttavia se affrontiamo il problema logico della gara giungeremmo ad una situazione paradossale, Achille non raggiungerà mai la tartaruga.Poniamo che la lenta tartaruga parta con un vantaggio di 10 m rispetto ad Achille; questi in un secondo avrà coperto la distanza; ma in quel secondo anche la tartaruga si sarà spostata di 1 cm.Allora Achille in 1/1000 di secondo coprirà quella distanza. Ma la tartaruga intanto avrà percorso una frazione infinitesima di cm. E così via, all'infinito.In definitiva, per quanto veloce corra Achille e per quanto lenta sia la tartaruga , in quella gara logica c'è sempre e solo un vincitore: la tartaruga. Il paradosso di Zenone è un vero rompicapo perché fa un uso improprio e intuitivo dell'infinito e questo turberà fisici e matematici fino alla fine del XVII secolo quando il problema troverà la sua soluzione con la matematica moderna, con la definizione del rapporto tra discreto e continuo, per opera di Pierre Varignon, che utilizzando il lavoro pubblicato da Leibniz nel 1684 sul nuovo calcolo differenziale e integrale, formula nel 1707 una sua teoria sui movimenti vari. La divisibilità senza termine di Zenone fu riformulata nel modo seguente: dividiamo in due un segmento di retta, poi facciamo la stessa cosa con uno dei sottosegmenti così ottenuti e così di seguito; questa divisione, o dicotomia , non ha termine.Se inoltre riuniamo i sotto segmenti prodotti in successione da questa dicotomia ci avviciniamo al segmento iniziale. Tutto questo è ciò che oggi chiamiamo convergenza di una serie geometrica.

CONCLUSIONE

Prendendo le mosse da Zenone il concetto di infinito è passato dalla filosofia alla letteratura dilagando in infinite varianti senza nulla perdere della propria capacità di fascino intellettuale. Platone lo uso nel "Parmenide", un dialogo in cui Zenone compare come protagonista. Eudosso e Archimede lo adottarono per approssimare il cerchio mediante poligoni regolari;Tommaso d'Aquino ne estrasse dimostrazioni dell'esistenza di Dio. Kant ne dedusse la seconda antinomia della ragion pura;Schopenhauer l'impossibilità di conoscere se stessi.Tutta l'opera di F. Kafka è un rifacimento letterario dei paradossi di Zenone.Il pathos dei suoi romanzi nasce precisamente dal numero infinito di ostacoli che fermarono i loro eroi. L'uomo ha conquistato solo di recente il **concetto di infinito** , infatti, verso la fine del IX secolo la matematica lo ha reso un'entità trattabile , quindi, un concetto comprensibile. La svolta avviene nella seconda parte dell'ottocento. Il primo ad affrontare il problema fu B. Bolzano nel suo libro "I paradossi dell'infinito" pubblicato nel 1851.Bolzano in questa opera sostiene l'esistenza degli insiemi infiniti attuali.Altri si occuparono del problema come Dedekind, Weiestrass, Veronese, ma sarà il matematico tedesco di origine russa G. Cantor a dimostrare che l'infinto esiste non solo in potenza ma anche nella sua forma attuale.Per Cantor che elabora una completa teoria degli insiemi , è infinito quell'insieme che può essere posto in corrispondenza biunivoca con una sua parte. Ciò che è stato accennato nella conclusione sarà oggetto di approfondimento nei prossimi numeri.

Antonio Tropeano