# U.D. N°04

# I polinomi

# *Monomi*

Dicesi **monomio** una espressione algebrica non contenente le operazioni di addizione e sottrazione, cioè una espressione algebrica dove figura o l'operazione di moltiplicazione o l'operazione di divisione o entrambe. Sono **monomi**: $-3x^2y$ , $\dfrac{2ab^2x^3}{y^4z}$

Ogni monomio è costituito da una parte numerica detta **coefficiente** e da una **parte letterale**. $3ab \rightarrow$ **monomio**, $3 \rightarrow$ **coefficiente**, $ab \rightarrow$ **parte letterale**

Un monomio è **ridotto a forma canonica** (o **normale** o **tipica**) quando i suoi fattori letterali sono tutti fra loro diversi. $3ax^2y^5$ è un **monomio ridotto a forma normale**

$-3axy^3 5a^2xb$ non è un **monomio ridotto a forma normale**. Ridotto a forma normale diventa: $-15a^3bx^2y^3$

Dicesi **grado** di un monomio rispetto ad una lettera l'esponente con cui la lettera si presenta nel monomio. Il monomio $5ax^5y^2z^{12}$ ha grado **1** rispetto alla lettera **a**, grado **5** rispetto alla lettera **x**, grado **2** rispetto alla lettera **y**, grado **12** rispetto alla lettera **z**.

Dicesi **grado assoluto** o semplicemente **grado** di un monomio ridotto a forma canonica la somma degli esponenti delle sue lettere.

Il monomio $5a\,x^5\;y^2$ ha **grado assoluto** $1 + 5 + 2 + 12 = 20$ . Il monomio $\dfrac{3ax^2}{b^3} = 3ab^{-3}x^2$ ha grado $-3$ rispetto alla lettera **b**, mentre il **grado assoluto** è **zero**.

Due monomi si dicono **simili** se hanno la stessa parte letterale. I monomi $-3ab$ , $2ab$ , $\dfrac{1}{2}ab$ sono **monomi simili**. Due monomi simili aventi lo stesso coefficiente si dicono **uguali**.

$3ab^2$ e $3ab^2$ sono **monomi uguali** , $\dfrac{1}{2}xy^8$ e $-\dfrac{1}{2}xy^8$ sono **monomi opposti**

## Somma algebrica ( addizione e sottrazione ) di monomi simili

La **somma algebrica** di due o più monomi simili è un monomio che ha come coefficiente la somma algebrica dei coefficienti e come parte letterale la stessa parte letterale.

$$-\frac{7}{3}ax^2y + \frac{2}{5}ax^2y - 3ax^2y = \left(-\frac{7}{6} + \frac{2}{5} - 3\right)ax^2y = \frac{-35 + 6 - 45}{15}ax^2y = -\frac{74}{15}ax^2y$$

## Prodotto di due o più monomi

Il prodotto di due o più monomi è un monomio avente per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale il prodotto delle parti letterali.

$$\left(\frac{2}{3}a^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}ax^2\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}b^2x\right) = \left(+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\right)a^3b^2x^3 = \frac{1}{4}a^3b^2x^3$$

## Quoziente di due monomi

Il quoziente di due monomi è un monomio avente come coefficiente il quoziente dei coefficienti e come parte letterale il quoziente delle parti letterali.

$$\left(-\frac{3}{5}a^5y^4z^2b\right):\left(\frac{7}{15}a^2y^3z\right) = \left(-\frac{3}{5}\cdot\frac{15}{7}\right)a^{5-2}y^{4-3}z^{2-1}b = -\frac{9}{7}a^3yzb$$

$$\left(-\frac{6}{7}a^2b^5x^8y\right):\left(-\frac{33}{14}a^5b^2x^3d^5\right) = \left(\frac{6}{7}\cdot\frac{14}{33}\right)a^{2-5}b^{5-2}x^{8-5}yd^{-5} = \frac{4}{11}a^{-3}b^3x^5yd^{-5} = \frac{4}{11}\frac{b^3x^5y}{a^3d^5}$$

## Potenza di un monomio

La potenza di un monomio è un monomio che ha come coefficiente la potenza del coefficiente e come parte letterale la potenza della parte letterale . $\left(-\frac{1}{2}ax^2y^4\right)^3 = -\frac{1}{8}a^3x^6y^{12}$

## Massimo comune divisore di due o più monomi

Il massimo comune divisore ( $M.C.D.$ ) di due o più monomi interi a coefficienti interi è un monomio avente per coefficiente il $M.C.D.$ dei coefficienti e per parte letterale quella formata dalle sole lettere comuni prese una sola volta con l'esponente minore.

$12a^5b^4x^3y^7$ , $6a^3b^5x$ , $21a^4b^2z$ $\qquad M.C.D. = 3a^3b^2$

## Minimo comune multiplo di due o più monomi

Il **minimo comune multiplo** ($m.c.m.$) di due o più monomi interi è un monomio avente per coefficiente il $m.c.m.$ dei coefficienti e per parte letterale quella formata dalle lettere comuni e non comuni, prese una sola volta, con l'esponente maggiore.

$12a^5b^4x^3y^7$ , $6a^3b^5x$ , $21a^4b^2z$ $\qquad m.c.m. = 84a^5b^5x^3y^7z$

**Osservazione** Quando i coefficienti dei monomi non sono tutti numeri interi, allora si assume come coefficiente del $M.C.D.$ e del $m.c.m.$ il numero $+1$. Questo per semplicità e per opportunità di calcolo.

## Polinomi

**Definizione** Dicesi **polinomio** la somma algebrica di due o più monomi . I monomi si dicono i **termini** del polinomio . Un polinomio formato da due termini dicesi **binomio**, da tre termini **trinomio**, etc...

## Esempi di polinomi

$-5a^2b^3x + \frac{2}{3}ab^2x^3 - \frac{5}{4}ay^4$ Polinomio intero , $-3a^2b + 5\frac{ab^3}{x} - \frac{7}{4}\frac{ay^5x^7}{}$ Polinomio Frazionario

**Definizione** Dicesi **grado** di un polinomio rispetto ad una lettera il maggiore esponente con cui quella lettera figura nel polinomio. Il polinomio $5a^2b - \frac{7}{2}ab^3x^2 + \frac{1}{3}a^4bx$ è di **quarto** grado rispetto ad a, di **terzo** grado rispetto a b, di **secondo** grado rispetto ad x .

**Definizione** Dicesi **grado assoluto**, o semplicemente grado di un polinomio, il maggiore dei gradi (assoluti) dei suoi termini. Il polinomio

$$\begin{array}{ccccc} 8a^2b^3y^5 & - & \frac{5}{2}ab^5 & - & 3ax^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 10 & & 6 & & 3 \end{array}$$

è di **decimo** grado.

**Definizione** Un polinomio si dice **omogeneo** quando tutti i suoi termini hanno lo stesso grado (assoluto) Il polinomio $5a^2b^3c - \frac{7}{2}ab^5 + 6ax^2y^3$ è **omogeneo di sesto grado**.

**Definizione** Un polinomio si dice **ordinato secondo le potenze crescenti o decrescenti di una data lettera** se i suoi termini si succedono in modo che gli esponenti di quella lettera vadano crescendo o decrescendo. Il polinomio $6x^4 + 5x^3 - 2x + 5 = 0$ è un polinomio ordinato secondo le potenze decrescenti della x.

**Definizione** Un polinomio ordinato si dice **completo rispetto alla lettera ordinatrice** se contiene tutte le potenze di quella lettera, dal grado massimo al grado zero.

$8x^6 - 5x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 12x^2 + 5x - 2$ è un polinomio completo di sesto grado ordinato secondo le potenze decrescenti della x.

## Somma algebrica di polinomi

Per sommare algebricamente due o più polinomi basta sommare algebricamente i monomi simili.

$$\left(x^4-\frac{3}{5}x^3+2x^2-x-5\right)+\left(x^3-3x^2+\frac{2}{3}x-1\right)-\left(3x^4-\frac{2}{7}x+5\right)=$$

$$=x^4-\frac{3}{5}x^3+2x^2-x-5+x^3-3x^2+\frac{2}{3}x-1-3x^4+\frac{2}{7}x-5=$$

$$=(1-3)x^4+\left(-\frac{3}{5}+1\right)x^3+(2-3)x^2+\left(-1+\frac{2}{3}+\frac{2}{7}\right)x-11=$$

$$=-2x^4+\frac{2}{5}x^3-x^2-\frac{1}{21}x-11$$

## Prodotto di un polinomio per un monomio

Per moltiplicare un polinomio per un monomio basta moltiplicare ogni termine del polinomio per il monomio e sommare algebricamente i prodotti ottenuti.

$$\left(a^2+ab+a^3b^2\right)\cdot 3a^2bx=3a^4bx+3a^3b^2x+3a^5b^3x$$

## Prodotto di due o più polinomi

Il prodotto di due polinomi è il polinomio che si ottiene moltiplicando ciascun termine di uno di essi per tutti i termini dell'altro. Al risultato ottenuto bisogna applicare la somma algebrica dei monomi simili.

$$\left(-3x^2-2xy+5\right)\cdot\left(xy^2-5x^2y\right)=-3x^3y^2-2x^2y^3+5xy^2+15x^4y+10x^2y^2-25x^2y=$$

$$=7x^3y^2-2x^2y^3+5xy^2+15x^4y-25x^2y$$

Se i polinomi sono più di due, il loro prodotto si ottiene moltiplicando i primi due e, poi, moltiplicando il polinomio ottenuto per il terzo polinomio e cos' di seguito fino ad esaurire i polinomi dati.

## Prodotti notevoli

Si chiamano **prodotti notevoli** alcuni prodotti fra polinomi che si effettuano in base a determinate regole che ci consentono di semplificare certi calcoli.

**1) Prodotto della somma di due monomi per la loro differenza**: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

**Regola**: **Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza è uguale alla differenza dei loro quadrati.**

$$\left(\frac{2}{3}a^2by^3+5x^2t\right)\left(\frac{2}{3}a^2by^3-5x^2t\right)=\frac{4}{9}a^4b^2y^6-25x^4t^2$$

**2) Quadrato di un binomio**: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

**Regola**: Il quadrato di un binomio è uguale al quadrato del primo termine più il doppio prodotto del primo termine per il secondo , più il quadrato del secondo termine .

$$(2x+3y)^2=4x^2+12xy+9y^2ac \quad , \quad \left(-\frac{3}{5}xy^2+\frac{1}{3}x^2y\right)^2=\frac{9}{25}x^2y^4-\frac{2}{5}x^3y^3+\frac{1}{9}x^4y^2$$

$$\left(-2xy-\frac{1}{4}ax\right)^2=4x^2y^2+ax^2y+\frac{1}{16}a^2x^2$$

**3) Quadrato di un polinomio**

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$

$$(a+b+c+d)^2=a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$$

**Regola**: Il quadrato di un polinomio è uguale alla somma dei quadrati dei suoi termini più la somma algebrica dei doppi prodotti di ogni termine per ciascuno di quelli che lo seguono.

$$\left(-\frac{3}{4}a+2b^2-\frac{1}{3}c+2\right)^2=\frac{9}{16}a^2+4b^4+\frac{1}{9}c^2+4-3ab^2+\frac{1}{2}ac-3a-\frac{4}{3}b^2c+8b^2-\frac{4}{3}c$$

**4) Cubo di un binomio** $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

**Regola**: Il cubo di un binomio è uguale alla somma algebrica del cubo del primo termine , del triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo, del triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo, del cubo del secondo termine.

$$(a+2b)^3=a^3+3\cdot(a)^2\cdot(2b)+3\cdot a\cdot(2b)^2+8b^3=a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$$

$$\left(3x^2-\frac{1}{3}y\right)^3=27x^6+3\cdot\left(3x^2\right)^2\cdot\left(-\frac{1}{3}y\right)+3\cdot\left(3x^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}y\right)^2-\frac{1}{27}y^3=27x^6-9x^4y+x^2y^2-\frac{1}{27}y^3$$

$$\left(-\frac{3}{4}a^3-2a\right)^3=\left(-\frac{3}{4}a^3\right)^3+3\left(-\frac{3}{4}a^3\right)^2(-2a)+3\left(-\frac{3}{4}a^3\right)(-2a)^2+(-2a)^3=-\frac{27}{64}a^9-\frac{27}{8}a^7-9a^5-8a^3$$

**5) Cubo di un trinomio**

$$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+3c^2a+3c^2b+6abc$$

**Regola**: Il cubo di un trinomio è uguale alla somma algebrica dei cubi dei suoi termini, dei tripli prodotti del quadrato di ciascun termine per ciascuno dei rimanenti e del sestuplo prodotto dei suoi tre termini. $(x+2y+3z)^3=x^3+8y^3+27z^3+6x^2y+9x^2z+12xy^2+36y^2z+27xz^2+54yz^2+36xyz$

**6)** $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ $\qquad$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

$$(2a+1)(4a^2-2a+1)=8a^3+1 \quad , \quad \left(\frac{2}{5}ax-b^2\right)\left(\frac{4}{25}a^2x^2+\frac{2}{5}ab^2x+b^4\right)=\frac{8}{125}a^3x^3-b^6$$

## Potenza di un binomio , triangolo di Tartaglia

**Potenza di un binomio** è una potenza del tipo: $(a+b)^n$

Vogliamo sviluppare questa potenza senza moltiplicare tra loro gli n fattori uguali $(a+b)$ .
Per $n=0$ , $n=1$ , $n=2$ , $n=3$ lo sappiamo già fare . Vediamo come si fa a sviluppare $(a+b)^n$ per un **n** numero intero qualsiasi . Lo sviluppo di $(a+b)^n$ è un polinomio avente $n+1$ termini , di grado **n** , omogeneo , completo ed ordinato secondo le potenze decrescenti di a e crescenti di b . I coefficienti del suddetto polinomio si deducono dal **triangolo di Tartaglia** tenendo presente che i coefficienti estremi sono sempre uguali ad 1 , e che ogni altro coefficiente si trova addizionando al coefficiente che gli sta sopra con quello che sta alla sinistra di questo .

| n | coefficienti | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | | | | |
| 2 | 1 | 2 | 1 | | | | | | |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | |
| 4 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | |
| 5 | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | |
| 6 | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | |
| 7 | 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | |
| 8 | 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 |

Il triangolo di **Tartaglia** può essere scritto anche a forma di triangolo isoscele

| $n$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | | | | 1 | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | 1 | | 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | 1 | | 2 | | 1 | | | | | | |
| 3 | | | | | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | | | | | |
| 4 | | | | | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 | | | | |
| 4 | | | | 1 | | 5 | | 10 | | 10 | | 5 | | 1 | | | |
| 6 | | | 1 | | 6 | | 15 | | 20 | | 15 | | 6 | | 1 | | |
| 7 | | 1 | | 7 | | 21 | | 35 | | 35 | | 21 | | 7 | | 1 | |
| 8 | 1 | | 8 | | 28 | | 56 | | 70 | | 56 | | 28 | | 8 | | 1 |

## REGOLA PRATICA PER IL CALCOLO DEI COEFFICIENTI

**1)** I termini estremi hanno coefficiente uguale ad 1

**2)** scritto un coefficiente, si ottiene il successivo moltiplicando il coefficiente scritto per l'esponente di **a** nel termine già scritto e dividendo il prodotto ottenuto per il numero che indica il posto occupato dal monomio di cui abbiamo già scritto il coefficiente (oppure dividendo per l'esponente di **b** aumentato di 1)

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} (a+b)^2 & = & a^6 & + & 6a^5b & + & 15a^4b^2 & + & 20a^3b^3 & + & 15a^2b^4 & + & 6ab^5 & + & b^6 \\ & & 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & 6 & & \end{array}$$

$$6=\frac{1\cdot 6}{1}\ ,\ 15=\frac{6\cdot 5}{2}\ ,\ 20=\frac{15\cdot 4}{3}\ ,\ 15=\frac{20\cdot 3}{4}\ ,\ 6=\frac{15\cdot 2}{5}$$

## Divisione di un polinomio per un monomio

Per dividere un polinomio per un monomio basta dividere ciascun termine del polinomio per il monomio. $\left(-18a^5b^3x^2+9a^3b^4x-21a^2b^2x^3\right):\left(-3a^2b\right)=6a^3b^2x^2-3ab^3x+7bx^3$

$$\left(-3a^2b+4a^3c^4-8ab^4c^2+2\right):\left(-6a^3b^2c\right)=\frac{1}{2}a^{-1}b^{-1}c^{-1}-\frac{2}{3}c^3b^{-2}+4b^2a^{-2}-\frac{1}{3}a^{-3}b^{-2}c^{-1}=$$

$$=\frac{1}{2abc}-\frac{3c^3}{3b^2}+\frac{4b^2c}{a^2}-\frac{1}{3a^3b^2c}$$

## Divisione fra due polinomi

Spesso per indicare un generico polinomio in una certa variabile ( ad esempio x ) si usa uno dei seguenti simboli: $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ (si legge: << a di x >> , << b di x >> , << c di x >>), cioè una lettera maiuscola per indicare un polinomio ed una lettera minuscola racchiusa tra due parentesi rotonde per indicare la variabile del polinomio. Siano dati due polinomi $A(x)$ e $B(x)$, il primo di grado **n** ed il secondo di grado **m** $(\leq n)$.

Dividere il polinomio $A(x)$ (detto **dividendo**) per il polinomio $B(x)$ (detto **divisore**) significa trovare due polinomi $Q(x)$ (detto **quoziente**) di grado $n-m$ ed $R(x)$ (detto **resto**) di grado minore di **m** per i quali sussiste la seguente relazione:

$$\begin{array}{ccccccc} A(x) & = & Q(x) & \cdot & B(x) & + & R(x) \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{dividendo} & & \text{quoziente} & & \text{divisore} & & \text{resto} \end{array}$$

Se $R(x) = 0$ la divisione è **esatta** ed il polinomio $A(x)$ è **divisibile** per il polinomio $B(x)$.

In questo caso scriviamo: $A(x):B(x) = Q(x)$ oppure: $\dfrac{A(x)}{B(x)} = Q(x)$

Se $R(x)$ non vale **zero** la divisione non è esatta e si scrive: $\dfrac{A(x)}{B(x)} = Q(x) + \dfrac{R(x)}{B(x)}$

**Regola** Per eseguire la divisione fra due polinomi secondo le potenze decrescenti di una stessa lettera si opera come segue:

**1)** si divide il primo termine del **dividendo** per il primo termine del **divisore**: il monomio ottenuto è il primo termine del **quoziente**

**2)** si moltiplica il monomio ottenuto per il divisore ed il prodotto che si ricava , cambiato di segno , si scrive sotto il dividendo

**3)** si divide il primo termine del primo resto per il primo termine del divisore ottenendo il secondo termine del quoziente

**4)** l'operazione cessa quando si trova come resto parziale un polinomio di grado minore rispetto al grado del polinomio divisore $(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 5x - 3):(3x^2 - 2x + 1)$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x^4$ | $-3x^3$ | $+x^2$ | $-5x$ | $-3$ | $3x^2$ | $-2x$ | $+1$ |
| $-2x^4$ | $+\frac{4}{3}x^3$ | $-\frac{2}{3}x^2$ | | | $\frac{2}{3}x^2$ | $-\frac{5}{9}x$ | $-\frac{7}{27}$ |
| # | $-\frac{5}{3}x^3$ | $+\frac{1}{3}x^2$ | $-5x$ | $-3$ | | | |
| | $+\frac{5}{3}x^3$ | $-\frac{10}{9}x^2$ | $+\frac{5}{9}x$ | | | | |
| | # | $-\frac{7}{9}x^2$ | $-\frac{40}{9}x$ | $-3$ | | | |
| | | $+\frac{7}{9}x^2$ | $-\frac{14}{27}x$ | $+\frac{7}{27}$ | | | |
| | | # | $-\frac{134}{27}x$ | $-\frac{74}{27}$ | | | |

$Q(x) = \dfrac{2}{3}x^2 - \dfrac{5}{9}x - \dfrac{7}{27}$

$R(x) = -\dfrac{134}{3}x - \dfrac{74}{27}$

**Osservazione** Se il dividendo è un polinomio incompleto, l'operazione di divisione si dispone come per i polinomi completi, spostando però i termini del dividendo in modo da lasciare liberi i posti dei termini mancanti

**Osservazione** Se i polinomi non sono ordinati, prima di eseguire la divisione, bisogna ordinarli secondo le potenze decrescenti della lettera rispetto alla quale si vuole eseguire la divisione

**Osservazione** Se $A(x)$ e $B(x)$ contengono più lettere bisogna stabilire rispetto a quale lettera si vuole eseguire la divisione

**Osservazione** Per eseguire la prova della divisione dei polinomi $A(x)$ e $B(x)$ basta tenere presente la relazione: $A(x) = Q(x) \cdot B(x) + R(x)$ cioè moltiplicando il quoziente per il divisore ed aggiungendo il resto si dovrà ottenere il dividendo

## Divisione di un polinomio per un binomio di primo grado

Supponiamo che il divisore $B(x)$ sia un binomio di primo grado: $B(x) = x + k$

### TEOREMA DEL RESTO

Il resto **R** della divisione di un polinomio intero $A(x)$ per un binomio del tipo $x + k$ è uguale al valore numerico che il polinomio dividendo assume quando al posto della **x** si sostituisce il secondo termine del divisore cambiato di segno (cioè $-k$).

### DIMOSTRAZIONE

$A(x) = Q(x) \cdot B(x) + R(x)$ Ma: $B(x) = x + k$ , $A(x) = (x + k) \cdot B(x) + R(x)$

$x = -k \Rightarrow A(-k) = (-k + k) \cdot B(-k) + R(-k)$ , $A(-k) = R(-k)$

$(5x^2 - 7x + 11):(x - 2)$ , $R = 5(2)^2 - 7(2) + 11 = 20 - 14 + 11 = 17$

$(x^3 - 6x^2 - 4x + 3):(x + 2)$ , $R = (-2)^3 - 6(-2)^2 - 4(-2) + 3 = -8 - 24 + 8 + 3 = -21$

### TEOREMA DEL RESTO

Il resto **R** della divisione di un polinomio $A(x)$ per un binomio del tipo $ax + b$ è uguale al valore numerico che il polinomio dividendo $A(x)$ assume quando al posto della **x** sostituiamo il numero $-\frac{b}{a}$

## DIMOSTRAZIONE

$$A(x) = Q(x)\cdot B(x) + R(x) \ , \ A(x) = (ax+b)\cdot B(x) + R(x) \ , \ x = -\frac{b}{a} \ \Rightarrow$$

$$A\left(-\frac{b}{a}\right) = \left(-a\frac{b}{a}+b\right)\cdot B\left(-\frac{b}{a}\right) + R\left(-\frac{b}{a}\right) \quad , \quad A\left(-\frac{b}{a}\right) = R\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$$\left(3x^3 - 2x^2 - 5\right):(2x-5) \quad , \quad R = 3\left(\frac{5}{2}\right)^3 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 = \frac{5}{8}$$

## Regola di Ruffini

Serve a trovare rapidamente il quoziente ed il resto della divisione di un polinomio $A(x)$ per un binomio del tipo $x+k$ oppure del tipo $ax+b$

- $B(x) = x + k$ $\qquad \left(2x^4 - 9x^2 - 16\right):(x+3)$

termine noto del divisore cambiato di segno

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 0 | −9 | 0 | −16 | Termine noto del dividendo |
| −3 | | −6 | 18 | −27 | 81 | |
| | 2 | −6 | 9 | −27 | 65 | Resto |

coefficienti del quoziente Q(x) che è un polinomio inferiore di un grado rispetto al dividendo

$$Q(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x - 27 \quad , \quad \boxed{R = 65}$$

- $B(x) = ax + b$ $\qquad$ Si procede come segue:

**1)** Si divide ogni termine del dividendo $A(x)$ ed ogni termine del divisore per **a**

**2)** si esegue la divisione come nel caso precedente

**3)** i coefficienti dei termini del quoziente non vengono alterati

**4)** il resto trovato, moltiplicato per **a**, è il resto della divisione del polinomio $A(x)$ per il polinomio $B(x)$

$$\left(7x^3 - 2x^2 - 3x + 1\right):(3x-1) \quad , \quad a = 3 \quad , \quad b = -1$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $\frac{7}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ | $-1$ | $\frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{3}$ | | $\frac{7}{9}$ | $\frac{1}{27}$ | $-\frac{26}{81}$ |
| | $\frac{7}{3}$ | $\frac{1}{9}$ | $-\frac{26}{27}$ | $\frac{1}{81}$ |

$$Q(x) = \frac{7}{3}x^2 + \frac{1}{9}x - \frac{26}{27} \ , \ R = \frac{1}{81}\cdot 3 = \frac{1}{27}$$