Unità Didattica N° 31

Costruzioni geometriche elementari

01) Costruire l'asse di un segmento a

02) Costruire il punto medio di un segmento a

03) Costruire La bisettrice di un angolo a

04) Costruire la perpendicolare ad una retta in un suo punto a

05) Costruire la perpendicolare ad una retta per un punto esterno ad essa

06) Costruire un angolo uguale ad uno dato

07) Costruire la parallela ad una retta per un punto esterno ad essa

08) Dividere un segmento in n parti uguali

O9) Costruire un triangolo dati i lati

10) Inscrivere un quadrato in una circonferenza

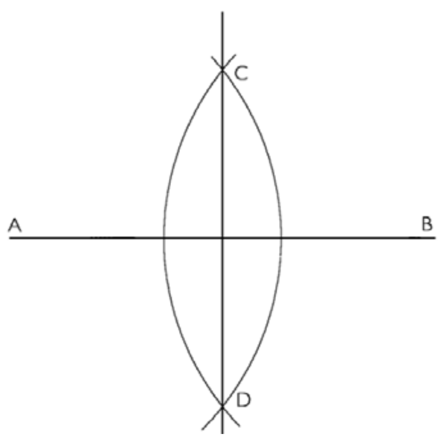
11) Inscrivere un esagono regolare in una circonferenza

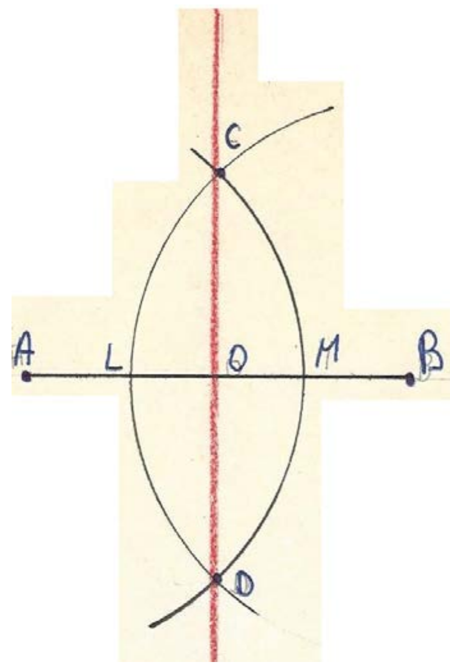
12) Inscrivere un triangolo equilatero in una circonferenza

13) Trisezione dell'angolo piatto a

Asse di un segmento e suo punto medio

Voglio l'asse del segmento AB. Centro il compasso prima in A e poi in B e con raggio a piacere maggiore della metà della lunghezza del segmento AB si tracciano due coppie di archi di circonferenze che si incontrano nei punti C e D. La reta CD è l'asse del segmento AB. Tale asse incontra il segmento AB nel suo punto medio O. Con tale procedimento individuiamo il punto medio di un segmento.

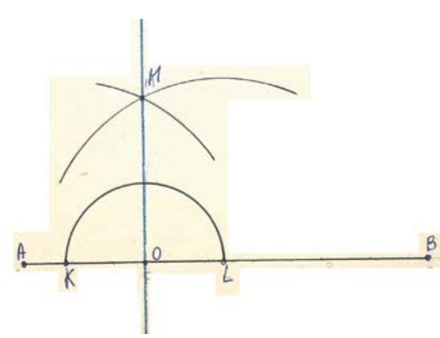




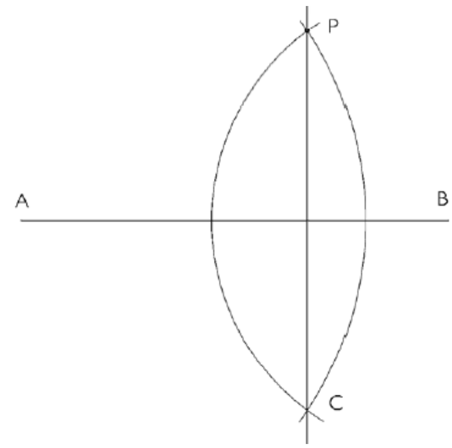
Perpendicolare ad un segmento in un suo qualsiasi punto

Per il punto O del segmento AB traccio la semicirconferenza avente raggio $OL = OK$ arbitrario.

Per i punti L ed K traccio due archi di circonferenza aventi raggi uguali. Questi due archi si incontrano nel punto M. Deve essere $LM = KM > OL = OK$. La retta MO è la perpendicolare richiesta.

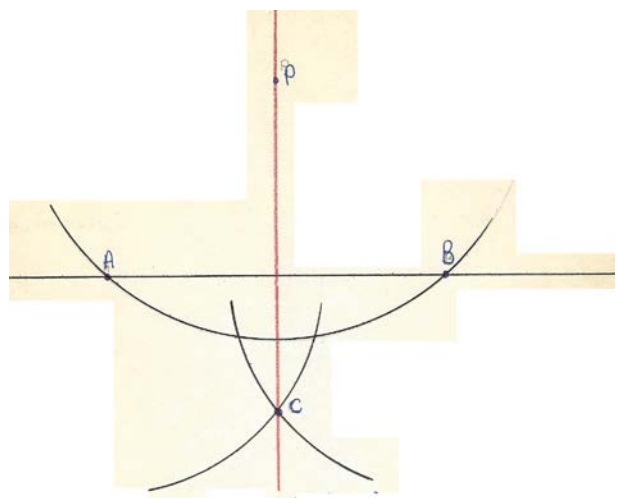


Perpendicolare ad una retta passante per un punto P esterno ad essa



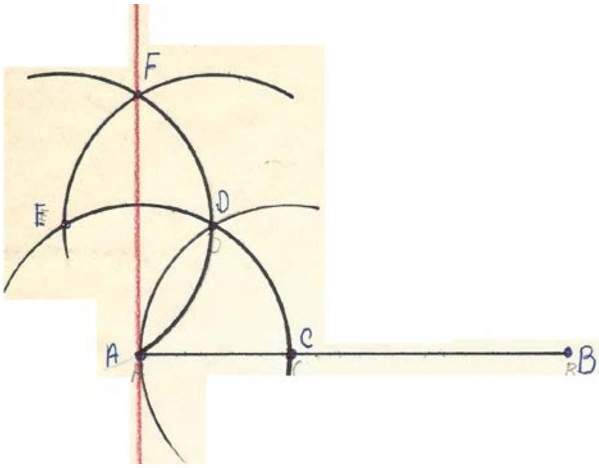
Si traccia il segmento AB e si individua il punto esterno P per il quale passerà la retta cercata. Dall'estremo A si traccia un arco di raggio AP e dall'estremo B si traccia un arco di raggio BP. I due archi si incontrano nei punti P e C. La retta PC è la perpendicolare richiesta.

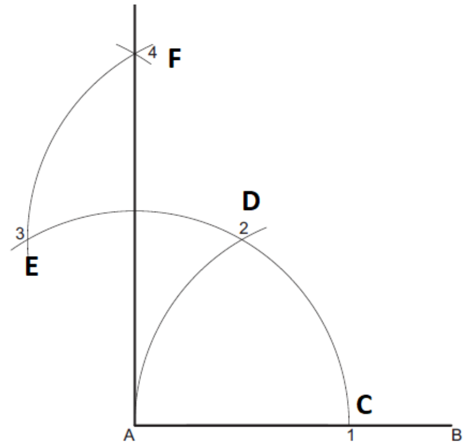
Altra costruzione



Data la retta r e il punto P non appartenente ad essa si centra il compasso nel punto P e si traccia una circonferenza avente raggio maggiore della distanza del punto dalla retta. Tale circonferenza individua sulla retta i punti A e B. Con apertura di compasso a piacere si centra nel punto A e nel punto B e si tracciano due archi di circonferenza che si incontrano nel punto C. La retta PC è la perpendicolare richiesta.

Perpendicolare ad un segmento in un suo estremo



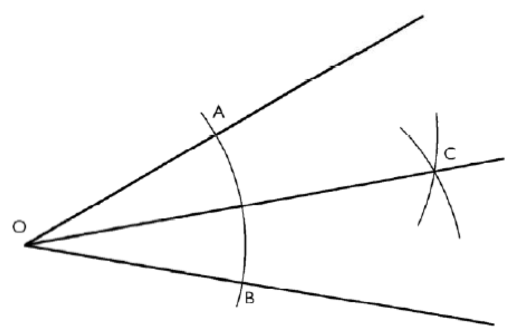


Sia C un qualsiasi punto del segmento AB. La circonferenza di centro C e raggio AC incontra nel punto D la circonferenza di centro A e raggio AC.

La circonferenza di centro D e raggio uguale ad AC incontra la prima circonferenza nel punto E. La circonferenza di centro E incontra la terza circonferenza nel punto F. La retta AF è la perpendicolare richiesta.

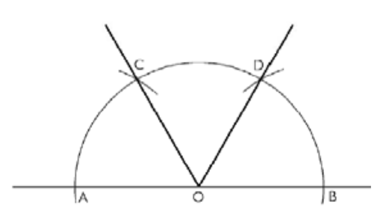
Tracciare la bisettrice di un angolo

Con centro nel vertice O e raggio a piacere si traccia un arco che individua sui due lati dell'angolo i punti A e B. Con la stessa apertura di compasso e centro in A e B si tracciano due archi che intersecandosi individuano il punto C. La semiretta OC divide l'angolo in due parti uguali.



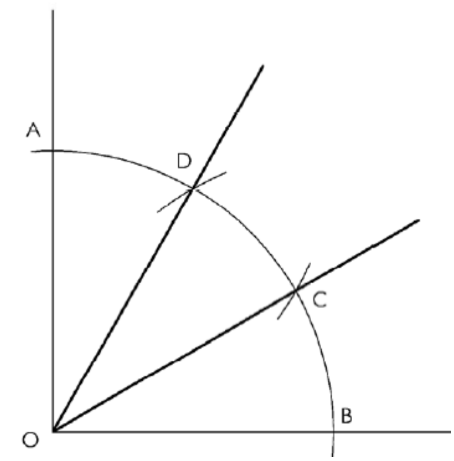
Trisezione dell'angolo piatto

Si disegna un angolo piatto di vertice O. Con centro nel vertice O si traccia un arco AB di raggio a piacere. Con centro rispettivamente nei punti A e B, con la stessa apertura di compasso, si tracciano due archi che individuano i punti C e D. Le semirette OC e OD dividono l'angolo piatto in tre parti uguali.



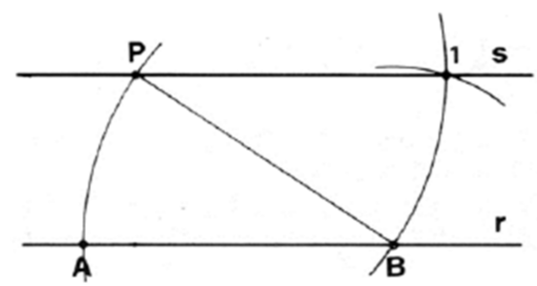
Trisezione dell'angolo retto

Si disegna un angolo retto con vertice O. Con centro in O e raggio a piacere si traccia in arco AB. Con centro rispettivamente in A e B, con la stessa apertura di compasso, si tracciano due archi che individuano sull'arco AB i punti C e D. Le semirette OC e OD dividono il tre parti uguali l'angolo retto.



Retta s passante per il punto P e parallela alla retta r

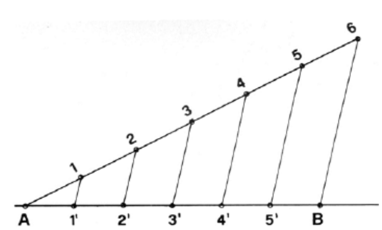
Sulla retta r scelgo a piacere un punto B e lo unisco col punto P. L'angolo di centro B e raggio PB incontra la retta r nel punto A. L'arco di centro P e raggio PB incontra l'arco precedente nel punto 1. La retta 1P è la retta s cercata.



Dividere un segmento in n parti uguali

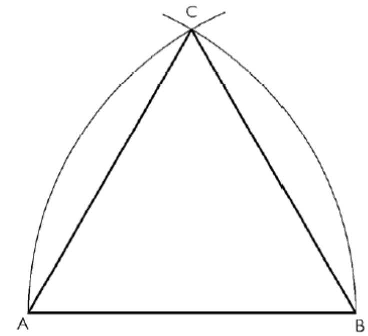
Voglio dividere il seg,mento **AB**

A **B** in n (6) parti uguali. Da un estremo (ad esempio A) disegno una semiretta inclinata di un certo angolo rispetto al segmento **AB** . Su tale semiretta, a partire dal punto A, riporto 6 segmenti uguali e indico gli estremi con i numeri **1,2,3,4,5,6** . Congiungo il punto 6col punto B e dai punti **5,4,3,2,1** traccio le parallele al segmento **6B** .Tali parallele, per il teorema di Talete, individuano sul segmento **AB** 6 segmenti uguali.



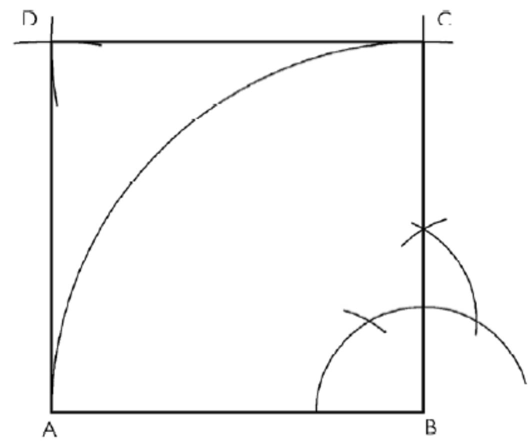
Costruire il triangolo equilatero di lato AB

Si disegna un segmento **AB** uguale al lato del triangolo equilatero cercato. Contro rispettivamente nei punti A e B si tgracciano due archi di circonferenza ri raggo **AB** che si intersecano nel punto C. Unendo il punto C con A e B si ottiene il triangolo equilatero di lato **AB**.



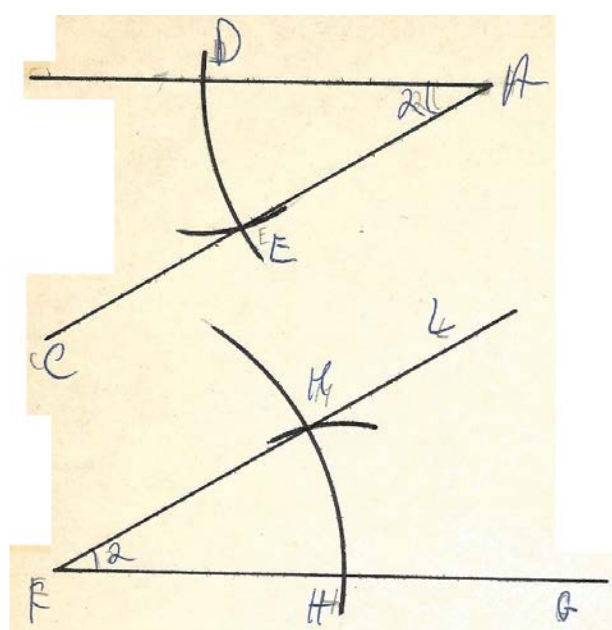
Costruire il quadrato di lato AB

Sia **AB** il lato del quadrato da costruire. Dall'estremo B si costruisce la perpendicolare p al lato **AB**. L'arco di centro B e raggio **AB** incontra la perpendicolare p nel punto C. Gli archi di centri C ed A e raggio **AB** si incontrano nel punto D. Il quadrilatero ABCD è il quadrato cervcato.



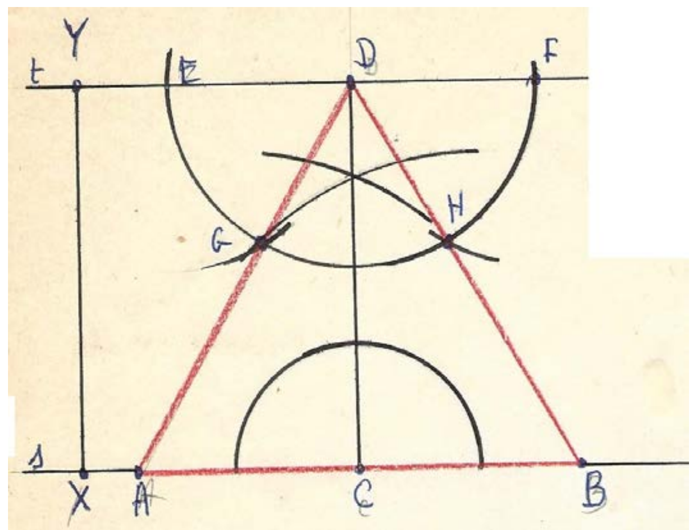
Costruire un angolo uguale all'angolo dato α

Voglio costruire un angolo uguale all'angolo α di vertice A. Descrivo la circonferenza di centro A e raggio arbitrario **AD = AE**. Sulla semiretta FG considero il segmento **FH = AD**. La circonferenza di centro F e raggio FH incontra la circonferenza di centro H e raggio DE nel punto M. Unisco F con M. L'angolo richiesto è $M\hat{F}H = \alpha$

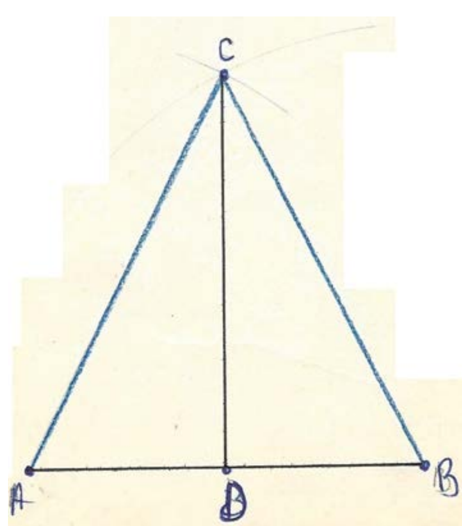


Costruire il triangolo equilatero data l'altezza XY

Da C, punto arbitrario della retta s, conduco il segmento perpendicolare **$CD = XY$**. Sia t la retta parallela ad s (**$t \| s$**) condotta dal punto D. Con centro sul punto D descrivo una circonferenza di raggio arbitrario che incontra la retta t nei punti E ed F. Con lo stesso raggio con centri nei punti E ed F descrivo due circonferenze che incontrano la circonferenza di centro D nel punti G ed H. La retta DG incontra la retta s nel punto A, la retta DH incontra la retta s nel punto B. Il triangolo **ABD** è il triangolo richiesto.



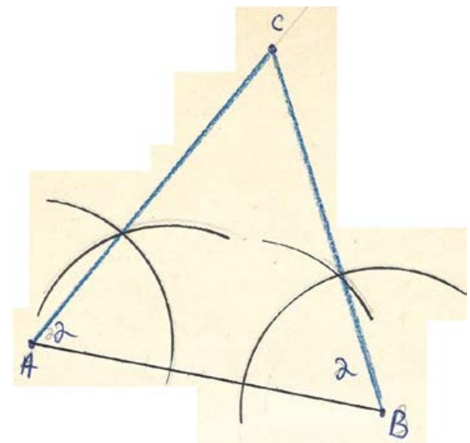
Costruire il triangolo isoscele di base AB e di lato AC



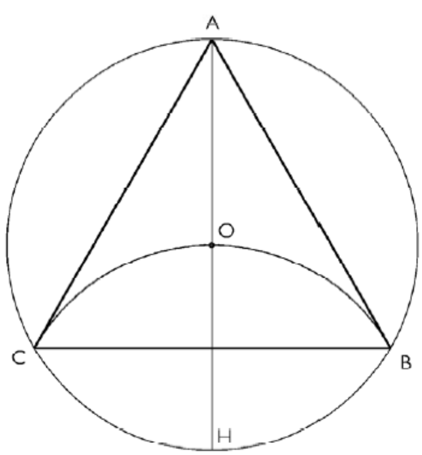
Centrando su A e su B con raggio AC si trova C. ABC è il triangolo richiesto.

Costruire il triangolo isoscele di lato AB e di angolo alla base α

Si costruisce l'altro angolo alla base α e si trova il vertice C.

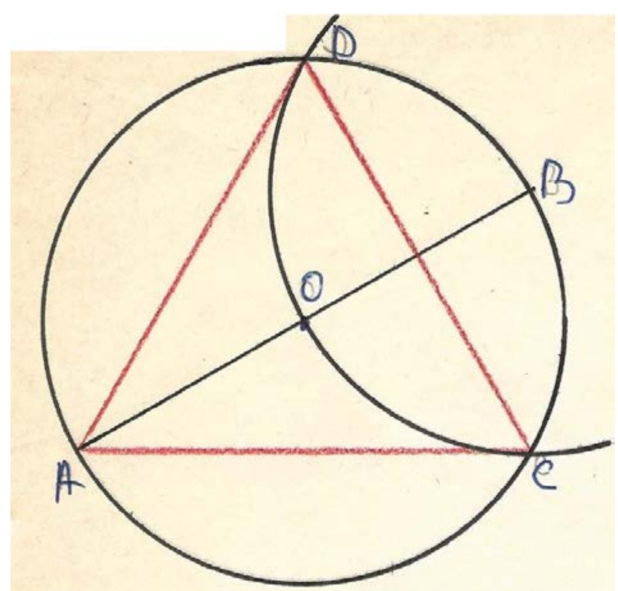


Divisione della circonferenza in 3 parti uguali (triangolo equilatero inscritto nella circonferenza)



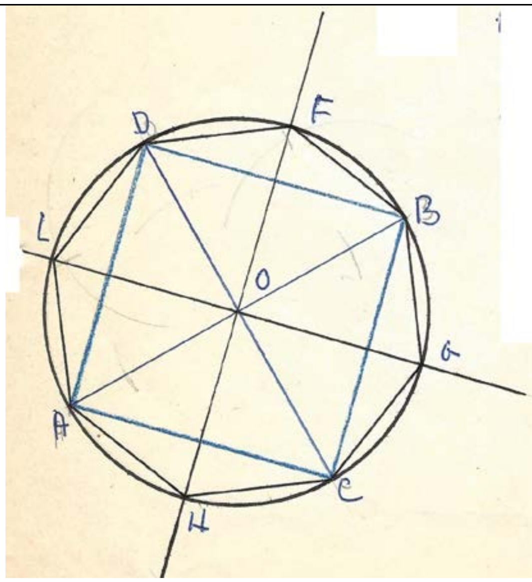
Sono dati la circonferenza, il suo centro O e quindi il suo diametro AH

Con centro H e raggio OA si traccia un arco di circonferenza che interseca la circonferenza nei punti B e C. ABC è il triangolo equilatero inscritto nella circonferenza.

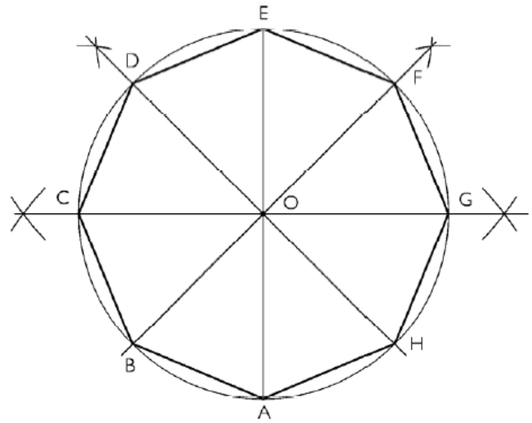


Sono dati la circonferenza, il suo centro O e quindi il suo diametro AB. L'arco di circonferenza di centro B e raggio OB interseca la circonferenza nei punti D e C. ADC è il triangolo equilatero inscritto nella circonferenza.

Quadrato ed ottagono inscritto in una circonferenza



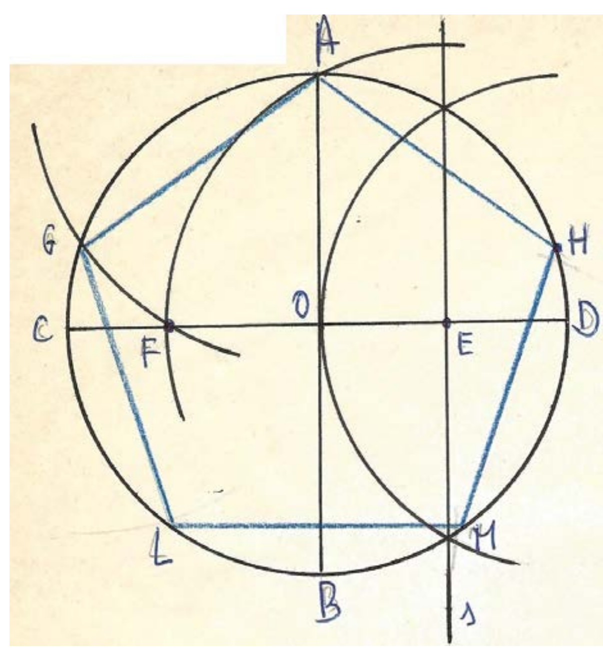
AB e CD sono due diametri perpendicolari della circonferenza di centro O. Il quadrilatero ACBD è il quadrato richiesto. Le bisettrici dei due diametri perpendicolari individuano i punti LFGH. Il poligono AHCGBFDL è l’ottagono richiesto.



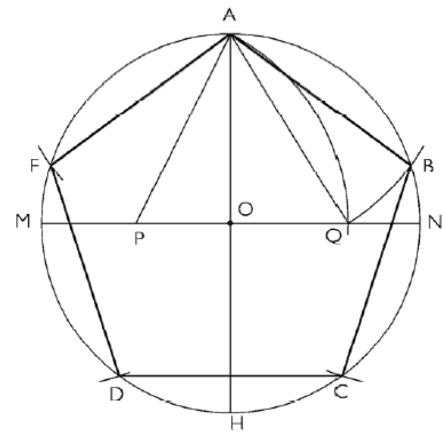
Si tracciano i diametri ortogonali AE e CG. Le bisettrici dei due diametri perpendicolari incontrano la circonferenza nei punti BDFH. Il quadrilatero BDFH è il quadrato richiesto, il poligono ABCDEFGH è l’ottagono richiesto.

Pentagono inscritto in una circonferenza

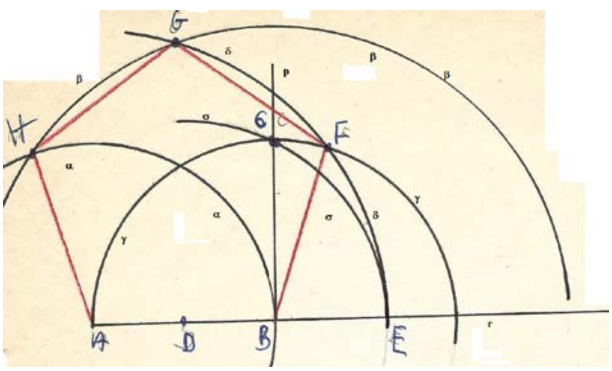
CD e **AB** sono due diametri della circonferenza di centro O. L’arco di circonferenza di centro D e raggio DO incontra il diametro CD nel punto E. L’arco di circonferenza di centro E e raggio EA incontra il diametro CD nel punto F. L’arco di circonferenza di centro A e raggio AF incontra la circonferenza nel punto G. AG è il lato del pentagono richiesto.

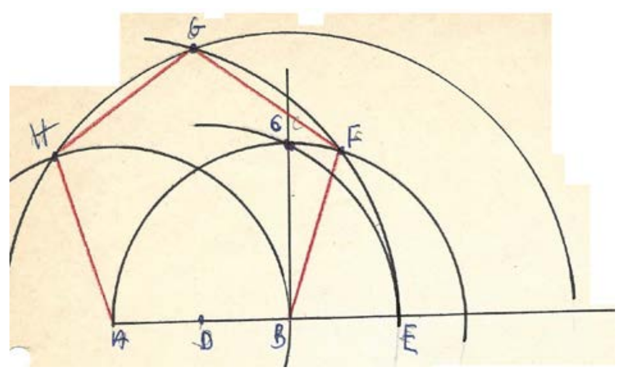


Si traccia la circonferenza di centro O e raggio OA e si disegna il diametro AH. Sia MN il diametro $\perp$ ad AH. Il punto P divide il raggio OM in due parti uguali. L'arco di circonferenza di centro P e raggio AP interseca il diametro MN nel punto Q. AQ è il lato del pentagono richiesto. A partire da A si riportano i 5 lati del pentagono uguali al segmento AQ.



Costruire il pentagono di lato AB



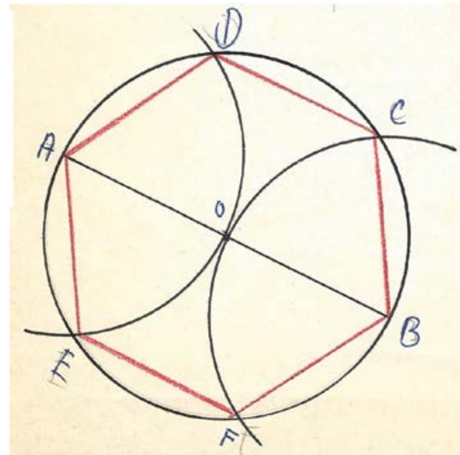


- D è il punto medio del lato **AB** • r =retta contenente il lato **AB**
- α = arco di circonferenza di centro A e raggio **AB**
- γ == arco di circonferenza di centro B e raggio **AB**
- p è la retta perpendicolare al lato **AB** nel punto B
- $C = p \cap \gamma$ • σ = arco di circonferenza di centro D e raggio DC
- $E = r \cap \sigma$ • δ = arco di circonferenza di centro A e raggio AF
- $F = \delta \cap \gamma$ • β = arco di circonferenza di centro B e raggio AF
- $G = \delta \cap \beta$ • $H = \beta \cap \alpha$

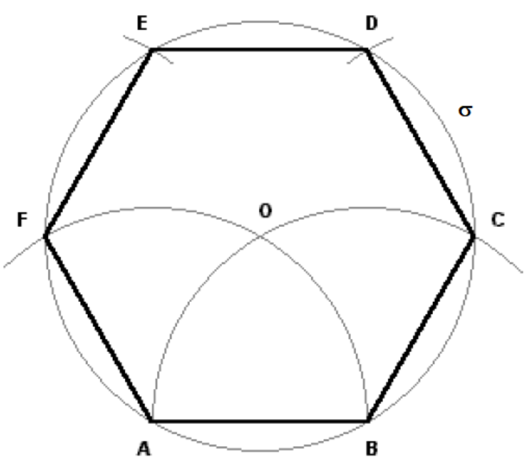
Il quadrilatero **ABFGH** è il rombo richiesto

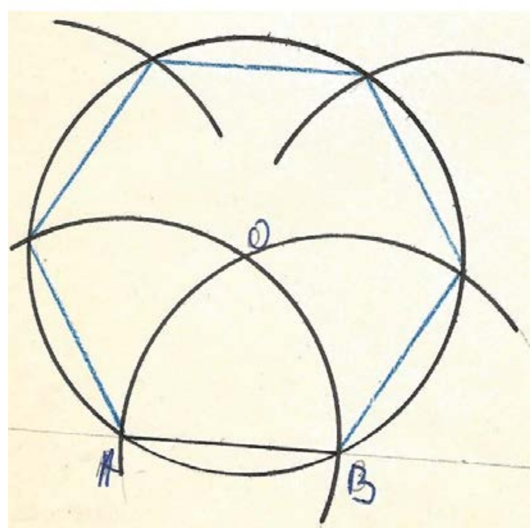
Esagono inscritto in una circonferenza

Sia **AB** il diametro della circonferenza. L'arco di circonferenza di centro A e raggio OA=OB interseca la circonferenza nei punti D ed E. L'arco di circonferenza di centro B e raggio OA=OB interseca la circonferenza nei punti F e C. Il poligono **ADCBFE** è l'esagono cercato.



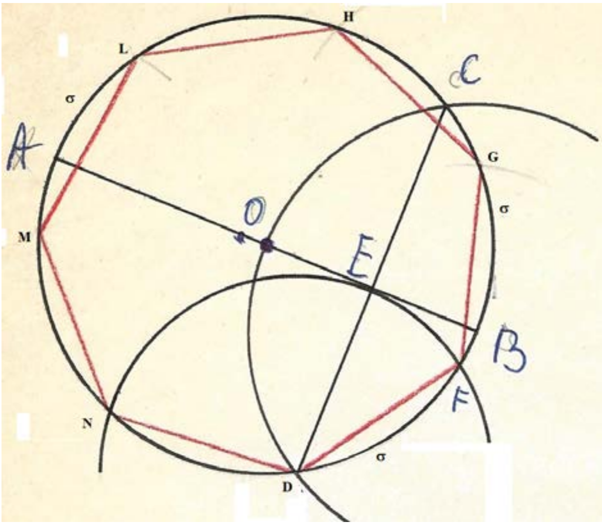
Costruire l'esagono di lato AB

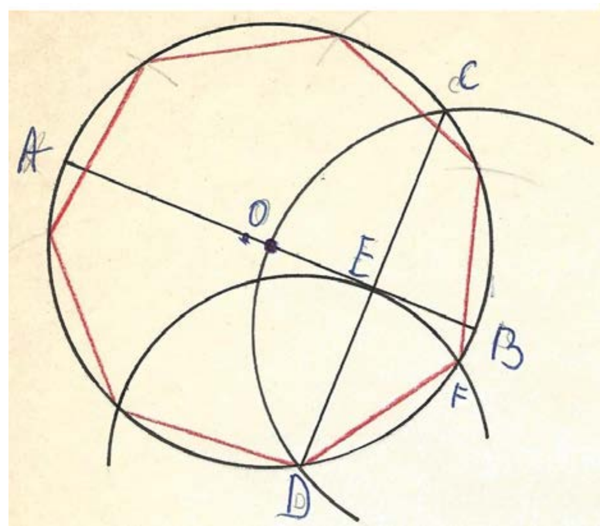




Sia dato il lato **AB** dell'esagono da costruire. Gli archi di circonferenza aventi rispettivamente come centri gli estremi A e B del lato e come raggi lato **AB** si incontrano nel punto O. La circonferenza σ di centro O e raggio AB incontra i precedenti archi nei punti C ed F. La circonferenza di centro F (C) e raggio AB incontra σ nel punto E (D). Il poligono **ABCDEF** è l'esagono di lato **AB** cercato

Ettagono inscritto in una circonferenza

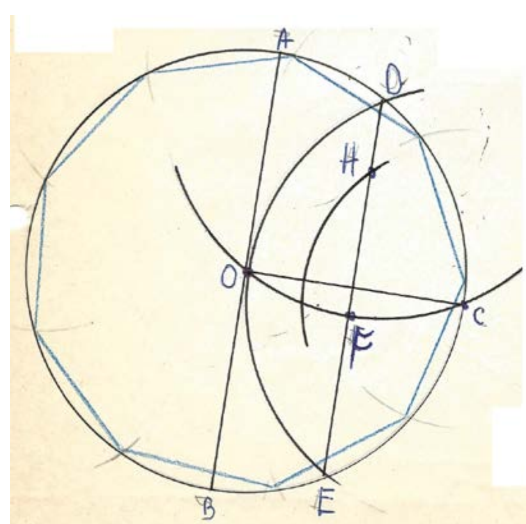




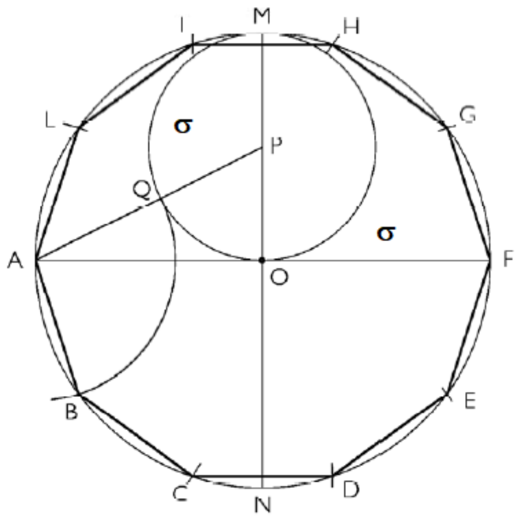
Sia O il centro della circonferenza σ e **AB** un suo diametro. L'arco di circonferenza di centro O e raggio OB incontra σ nei punti D e C. Il segmento CD incontra il diametro **AB** nel punto E. L'arco di circonferenza di centro D e raggio DE incontra σ nel punto F. Il segmento DF è il lato dell'ettagono inscritto nella circonferenza. Riporto consecutivamente, a partire da F, 7 volte il lato DF. Il poligono **DFGHLMN** è l'ettagono inscritto nella circonferenza.

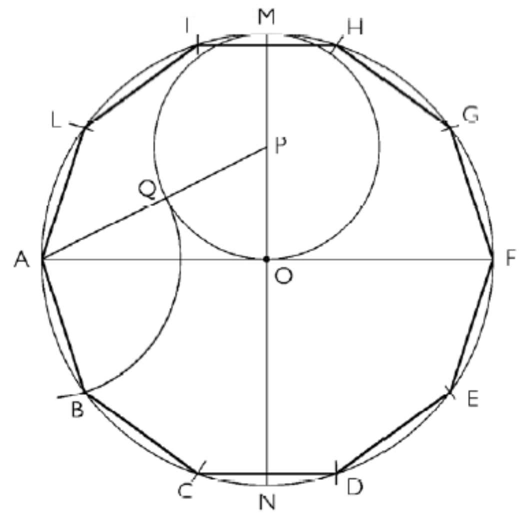
Ennagono inscritto in una circonferenza

Sia OC il raggio perpendicolare al diametro AB della circonferenza σ. L'arco di circonferenza di centro C e raggio OC incontra σ nei punti D ed E. L'arco di circonferenza di centro D e raggio OD incontra il segmento DE nel punto F. L'arco di circonferenza di centro C e raggio EF incontra il segmento DE nel punto H. Il segmento FH è il lato dell'ennagono regolare inscritto nella circonferenza σ.



Decagono inscritto in una circonferenza



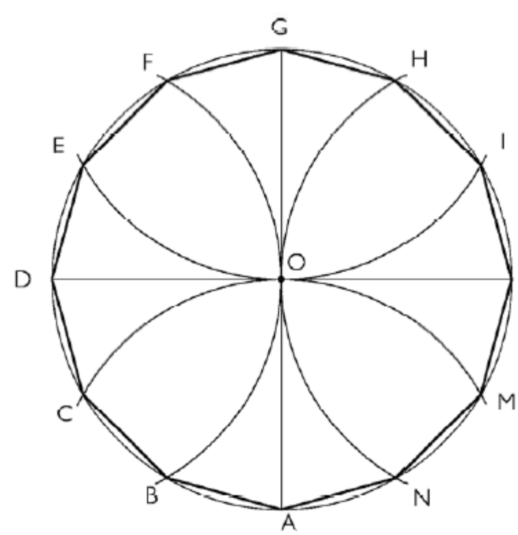


Considero la circonferenza di centro O e diametro MN. Sia P il punto medio del raggio OM. Sia σ la circonferenza di centro P e raggio OP. Il segmento AP interseca σ nel punto Q. AQ è il lato del decagono regolare inscritto nella circonferenza. A partire dal punto A, riportando 10 segmenti uguali al segmento AQ, si individuano i 10 vertici del decagono **ABCDEFGH$\mathcal{I}$ L** richiesto.

Il lato del decagono è la sezione aurea del raggio della circonferenza

Dodecagono inscritto in una circonferenza

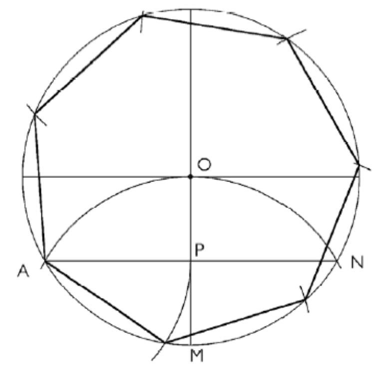
Si traccia la circonferenza di centro O e raggio OA e si disegna il diametro (verticale) AG. Poi si disegna il diametro DL ortogonale al diametro AG. Con centro in A e raggio OA si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti C ed M. Con centro in D e lo stesso raggio si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti B ed F. Con centro in G e lo steso raggio si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti E ed I. Con centro in L e lo steso raggio si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti H ed N. Unendo di seguito i punti da A ad N ottengo kil dodecagono regolare richiesto.



In alternativa basta trisecare uno dei 4 quadranti

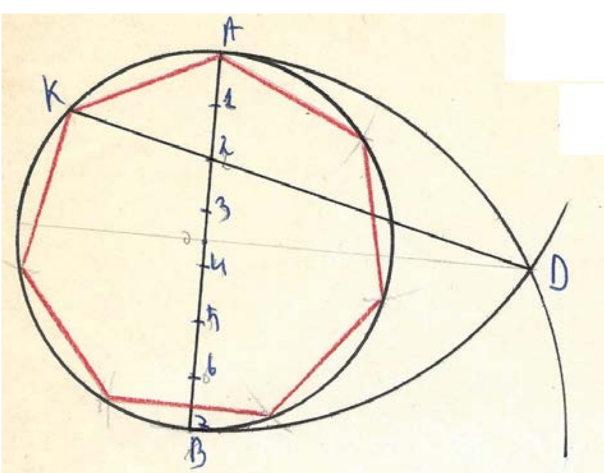
Ettagono inscritto in una circonferenza

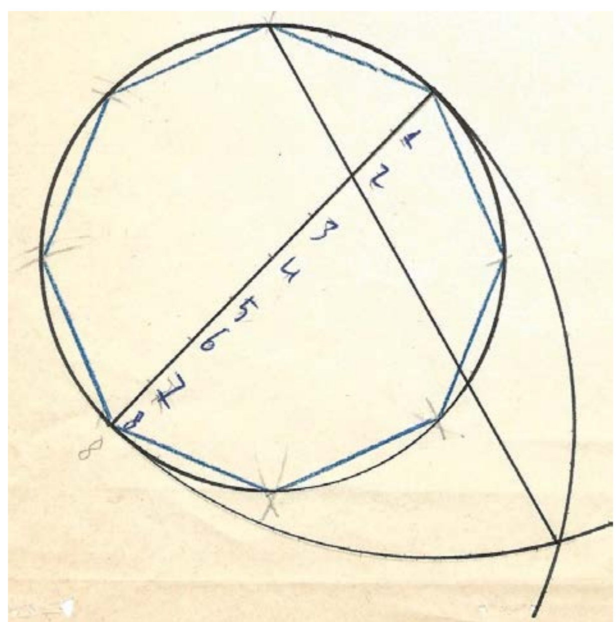
Considero la circonferenza di centro O e raggio OM. Con centro in M e raggio OM traccio un arco che interseca la circonferenza nei punti A e N. Il segmento AN interseca il raggio OM nel punto P. AP è il lato dell'ettagono regolare cercato. A partire dal punto A riporto col compasso i 7 lati dell'ottagono.



Dividere una circonferenza in un numero qualsiasi di parti uguali (ad esempio 7) e inscrivere il corrispondente poligono regolare

AB = diametro che viene diviso in n parti (7 parti). Centro in A e B con raggio AB individuo il punto D intersezione dei due archi. Unisco il punto D col 2 e trovo sulla circonferenza il punto K. AK è il lato del poligono regolare cercato.





Lato PK per **n = 8**