

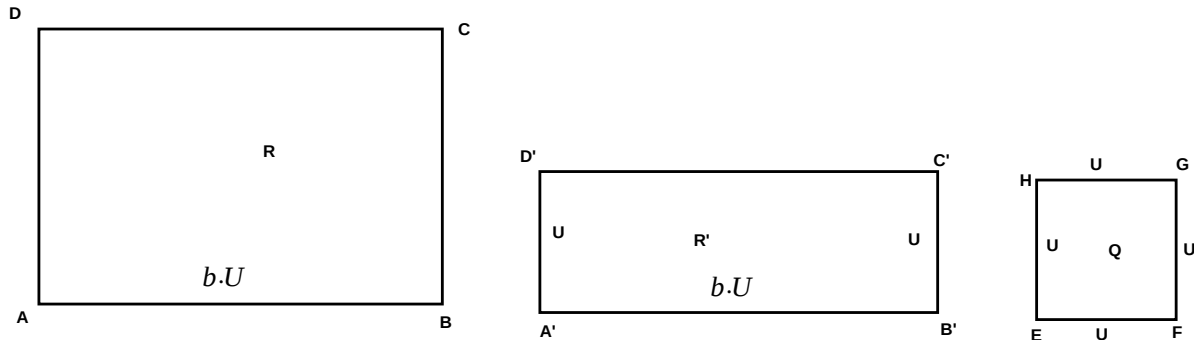
Unità Didattica N° 33

Area dei poligoni

- 01) Area del rettangolo**
- 02) Area del quadrato**
- 03) Area del parallelogrammo**
- 04) Area del triangolo**
- 05) Area del trapezio**
- 06) Area del rombo**
- 07) Area del poligono circoscritto ad una circonferenza**
- 08) Area dei poligoni regolari**

Area di un rettangolo

Teorema: L'area S di un rettangolo è uguale al prodotto delle misure delle sue dimensioni, cioè è uguale al prodotto della misura b della sua base per la misura h della sua altezza.



Sia U l'unità di misura per i segmenti. Considero il rettangolo $A'B'C'D'$ avente la base $A'B'$ uguale alla base AB del rettangolo $ABCD$ e l'altezza uguale ad U . Sia S l'area del rettangolo $ABCD$. Considero il quadrato Q di lato unitario U .

Risulta: $AB = b \cdot U$; $A'B' = b \cdot U$; $BC = h \cdot U$. I rettangoli R ed R' hanno la stessa base e quindi i due rettangoli stanno fra loro come le rispettive altezze:

$$R:R' = BC:B'C' \quad ; \quad \frac{R}{R'} = \frac{h \cdot U}{U} = h$$

R' e Q hanno la stessa altezza. Quindi il rettangolo R' ed il quadrato Q stanno fra di loro come le rispettive basi. $R':Q = A'B':EF$ $\frac{R'}{Q} = \frac{b \cdot U}{U} = b$

$$\left[\frac{R}{R'} = h ; \frac{R'}{Q} = b \right] \Rightarrow \frac{R}{R'} \cdot \frac{R'}{Q} = \frac{R}{Q} = b \cdot h \quad S = \frac{R}{Q} = b \cdot h \quad \mathbf{S = b \cdot h}$$

Area del quadrato

Poiché il quadrato un rettangolo avente base ed altezza uguali, deduciamo che:

La misura dell'area S di un quadrato è uguale al quadrato della misura della lunghezza del suo lato. $\mathbf{S = \ell^2}$

Area del parallelogrammo

Teorema: Ogni parallelogrammo è equivalente ad un rettangolo avente uguale base e uguale altezza.

Regola: La misura dell'area di un parallelogrammo è data dal prodotto della misura della lunghezza della base per la misura dell'altezza relativa ad essa. $S = b \cdot h$ $h = \frac{S}{b}$ $b = \frac{S}{h}$

Area del rombo

Regola: L'area del rombo è data dal semiprodotto delle misure delle due diagonali

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \quad d_1 = \frac{2S}{d_2} \quad d_2 = \frac{2S}{d_1}$$

Area di un quadrilatero avente le diagonali perpendicolari

Regola: L'area del rombo è data dal semiprodotto delle misure delle due diagonali

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \quad d_1 = \frac{2S}{d_2} \quad d_2 = \frac{2S}{d_1}$$

Area del triangolo

Teorema: Un triangolo è equivalente ad un parallelogramma (e quindi ad un rettangolo) che ha per base metà base del triangolo e per altezza la stessa altezza del triangolo.

Regola: La misura dell'area di un triangolo è data dal semiprodotto di uno dei suoi lati, assunto come base, per quella dell'altezza relativa ad essa.

$$S = \frac{1}{2} b \cdot h \quad h = \frac{2S}{b} \quad b = \frac{2S}{h}$$

Area del trapezio

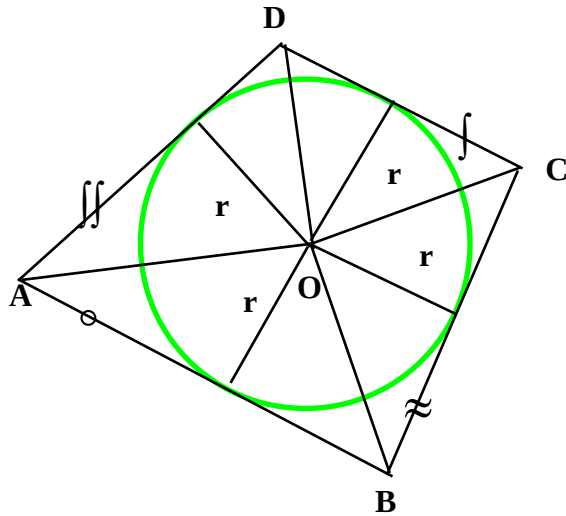
Teorema: Un trapezio è equivalente ad un triangolo avente come base la somma delle basi del trapezio e come altezza la stessa altezza.

Regola: La misura dell'area di un trapezio è data dal semiprodotto della somma delle misure delle basi per quella dell'altezza.

$$S = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) h \quad h = \frac{2S}{b_1 + b_2} \quad b_1 + b_2 = \frac{2S}{h}$$

Area di un poligono circoscritto ad una circonferenza

Teorema: Un poligono circoscritto ad una circonferenza è **equivalente** ad un triangolo avente per base il perimetro del poligono e per altezza il raggio della circonferenza



Regola: La misura dell'area di un poligono circoscritto ad una circonferenza è data dal prodotto della misura del semiperimetro (**p**) per quella del raggio della circonferenza.

2p = perimetro del poligono circoscritto alla circonferenza

p = semiperimetro del poligono circoscritto alla circonferenza

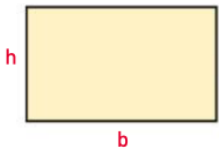
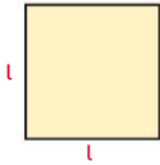
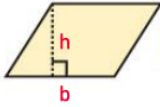
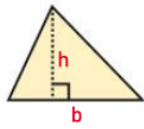
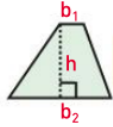
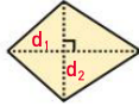
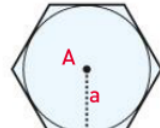
$$S = p \cdot r \quad r = \frac{S}{p} \quad p = \frac{S}{r}$$

Area del poligono regolare

Teorema: Ogni poligono è equivalente ad un triangolo che ha per base il perimetro del poligono e per altezza l'apotema del poligono. L'apotema del poligono coincide col raggio della circonferenza inscritta nel poligono regolare.

Indicando con **2p** la misura del perimetro del poligono regolare e con **a=r** quella del suo

apotema, si hanno le seguenti formule: $S = pa$ $p = \frac{S}{a}$ $a = \frac{S}{p}$

Poligono	La misura dell'area è uguale...	Figura e formula
Rettangolo	al prodotto della misura della base per la misura dell'altezza.	 $A = b \cdot h$
Quadrato	al quadrato della misura del suo lato.	 $A = l^2$
Parallelogramma	al prodotto della misura di un suo lato e dell'altezza relativa a esso.	 $A = b \cdot h$
Triangolo	a metà del prodotto della misura della base per quella dell'altezza.	 $A = \frac{b \cdot h}{2}$
Trapezio	a metà del prodotto della somma delle misure delle basi per la misura dell'altezza.	 $A = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$
Quadrilatero con diagonali perpendicolari	a metà del prodotto delle misure delle diagonali.	 $A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$
Poligono circoscritto a una circonferenza	a metà del prodotto delle misure del perimetro del poligono e del raggio della circonferenza inscritta.	 perimetro: $2p$ $A = \frac{1}{2} \cdot (2p \cdot a) = p \cdot a$
Poligono regolare	al prodotto della misura del semiperimetro del poligono per la misura del raggio della circonferenza inscritta.	 $A = p \cdot a$