Espressione delle funzioni circolari di un angolo mediante una sola di esse

Le cinque seguenti identità precedentemente dimostrate sono le sole relazioni indipendenti che esistono fra le sei **funzioni circolari** da noi introdotte.

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$tg\, x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$	$\text{cotg}\, x = \dfrac{1}{tg\, x} = \dfrac{\cos x}{\sin x}$
$\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$	$\text{cosec}\, x = \dfrac{1}{\sin x}$	

Tali relazioni sono **indipendenti** perché nessuna di esse può essere dedotta dalle altre quattro. Ne consegue che possiamo esprimere le funzioni circolari mediante una sole di esse.

Tenendo presente la [1] possiamo scrivere:

$$\sin x = \pm\sqrt{1-\cos^2 x} = \pm\sqrt{1-\frac{1}{\sec^2 x}} = \frac{\pm\sqrt{\sec^2 x - 1}}{\sec x} = \frac{1}{\text{cosec}\, x}$$

$$\cos x = \pm\sqrt{1-\sin^2 x} = \pm\sqrt{1-\frac{1}{\text{cosec}^2 x}} = \frac{\pm\sqrt{\text{cosec}^2 x - 1}}{\text{cosec}\, x} = \frac{1}{\sec x}$$

$$\sin^2 x = \sin^2 x \quad\Rightarrow\quad \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \begin{cases} \dfrac{tg^2 x}{1 + tg^2 x} & x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2} \\[2ex] \dfrac{1}{1+\text{cotg}^2 x} & x \neq k\pi \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{\text{tg}\, x}{\pm\sqrt{1+\text{tg}^2 x}} = \frac{1}{\pm\sqrt{1+\text{cotg}^2 x}}$$

$$\cos^2 x = \cos^2 x \quad\Rightarrow\quad \cos^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + tg^2 x} & x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2} \\[2ex] \dfrac{\text{cotg}^2 x}{1+\text{cotg}^2 x} & x \neq k\pi \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{\pm\sqrt{1+\text{tg}^2 x}} = \frac{\text{cotg}\, x}{\pm\sqrt{1+\text{cotg}^2 x}}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} = \pm\sqrt{1+tg^2 x} = \frac{\pm\sqrt{1+\text{cotg}^2 x}}{\text{cotg}\, x}$$

$$\text{cosec}\, x = \frac{1}{\sin x} = \frac{\pm\sqrt{1+tg^2 x}}{tg\, x} = \pm\sqrt{1+\text{cotg}^2 x}$$

La indeterminazione del doppio segno si elimina quando conosciamo il valore dell'angolo **x** o quando conosciamo il quadrante che contiene il secondo lato dell'angolo.

	sen α	cos α	tg α	cosec α	sec α	cotg α
sen α		$\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\pm\dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{\mathrm{cosec}\,\alpha}$	$\pm\dfrac{\sqrt{\sec^2\alpha-1}}{\sec\alpha}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\mathrm{cotg}\,\alpha}}$
cos α	$\pm\sqrt{1-\mathrm{sen}^2\alpha}$		$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{\mathrm{cosec}^2\alpha-1}}{\mathrm{cosec}\,\alpha}$	$\dfrac{1}{\sec\alpha}$	$\pm\dfrac{\mathrm{cotg}\,\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2\alpha}}$
tg α	$\pm\dfrac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2\alpha}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$		$\pm\dfrac{1}{\sqrt{\mathrm{cosec}^2\alpha-1}}$	$\pm\sqrt{\sec^2\alpha-1}$	$\dfrac{1}{\mathrm{cotg}\,\alpha}$
cosec α	$\dfrac{1}{\mathrm{sen}\,\alpha}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}{\mathrm{tg}\,\alpha}$		$\pm\dfrac{\sec\alpha}{\sqrt{\sec^2\alpha-1}}$	$\pm\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2\alpha}$
sec α	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{\cos\alpha}$	$\pm\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$	$\pm\dfrac{\mathrm{cosec}\,\alpha}{\sqrt{\mathrm{cosec}^2\alpha-1}}$		$\pm\dfrac{\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2\alpha}}{\mathrm{cotg}\,\alpha}$
cotg α	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\mathrm{sen}\,\alpha}}{\mathrm{sen}\,\alpha}$	$\pm\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$	$\pm\sqrt{\mathrm{cosec}\,\alpha-1}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{\sec^2\alpha-1}}$	

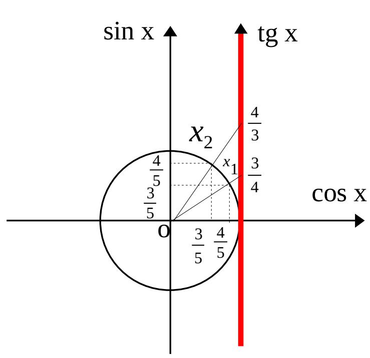
Calcolare il valore delle funzioni circolari dell'angolo x sapendo che $\sin x = \dfrac{3}{4}$.

$\cos x = \pm\sqrt{1-\dfrac{9}{16}} = \pm\dfrac{\sqrt{7}}{4}$	$tg\,x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{3}{\pm\sqrt{7}} = \dfrac{\pm 3\sqrt{7}}{7}$	$\mathrm{cotg}\,x = \dfrac{1}{tg\,x} = \dfrac{\pm\sqrt{7}}{3}$

$\sec x = \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{4}{\pm\sqrt{7}} = \dfrac{\pm 4\sqrt{7}}{7}$	$\mathrm{cosec}\,x = \dfrac{1}{\sin x} = \dfrac{4}{3}$

Trovare $\sin x$, $\cos x$, $tg\,x$ **sapendo che** $5\sin x + 5\cos x = 7$.

Basta risolvere il seguente sistema simmetrico : $\begin{cases} 5\sin x + 5\cos x = 7 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases}$ $\sin x = \dfrac{7 - 5\cos x}{5}$



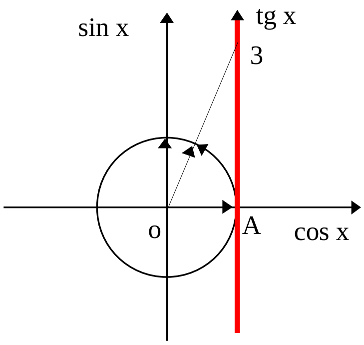
$$(7 - 5\cos x)^2 + 25\cos^2 x = 25$$

$$25\cos^2 x - 35\cos x + 12 = 0$$

$$\cos x = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 1200}}{50} = \frac{35 \pm 5}{50} = \begin{cases} \dfrac{3}{5} \\ \dfrac{4}{5} \end{cases}$$

$\sin x = \dfrac{3}{5}$, $\cos x = \dfrac{4}{5}$, $tg\,x = \dfrac{3}{4}$	$\sin x = \dfrac{4}{5}$, $\cos x = \dfrac{3}{5}$, $tg\,x = \dfrac{4}{3}$

Costruire sulla circonferenza goniometrica l'arco x del I quadrante il cui seno è triplo del coseno.



$$\sin x = 3\cos x \quad \Rightarrow \quad tg\, x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3\cos x}{\cos x} = 3$$

Arco		**seno**	**coseno**	**tangente**	**cotangente**
0°	**0**	**0**	**1**	**0**	∞
9°	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{4 - \sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4 - \sqrt{10+2\sqrt{5}}}$
15°	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
18°	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$
22°30’	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}+1$
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
36°	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\sqrt{5-2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
54°	$\frac{3}{10}\pi$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$	$\sqrt{5-2\sqrt{5}}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
67°30’	$\frac{3}{8}\pi$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$\sqrt{2}+1$	$\sqrt{2}-1$
72°	$\frac{2}{5}\pi$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$
75°	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$2+\sqrt{3}$	$2-\sqrt{3}$
81°	$\frac{9}{20}\pi$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4 - \sqrt{10+2\sqrt{5}}}$	$\frac{4 - \sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	∞	0

Arco		seno	coseno	tangente	cotangente
99°	$\frac{11}{20}\pi$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}-4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}-4}{\sqrt{5}-1}$
105°	$\frac{7}{12}\pi$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$-(2+\sqrt{3})$	$-(2-\sqrt{3})$
108°	$\frac{3}{5}\pi$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$-\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$
112°30’	$\frac{5}{8}\pi$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$1-\sqrt{2}$	$-1-\sqrt{2}$
120°	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$
126°	$\frac{7}{10}\pi$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$	$-\sqrt{5-2\sqrt{5}}$
135°	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1
144°	$\frac{4}{5}\pi$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$-\sqrt{5-2\sqrt{5}}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$
150	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
157°30’	$\frac{7}{8}\pi$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$1-\sqrt{2}$	$-1-\sqrt{2}$
162°	$\frac{9}{10}\pi$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$	$-\sqrt{5+2\sqrt{5}}$
165°	$\frac{11}{12}\pi$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$-(2-\sqrt{3})$	$-(2+\sqrt{3})$
171°	$\frac{9}{20}\pi$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$	$\frac{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$
180°	π	0	-1	0	∞
189°	$\frac{21}{20}\pi$	$-\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

Arco		seno	coseno	tangente	cotangente
195°	$\frac{13}{12}\pi$	$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	$2 - \sqrt{3}$	$2 + \sqrt{3}$
198°	$\frac{11}{10}\pi$	$-\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{25 - 10\sqrt{5}}}{5}$	$\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$
202°30’	$\frac{9}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$	$\sqrt{2} - 1$	$\sqrt{2} + 1$
210°	$\frac{7}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
216°	$\frac{6}{5}\pi$	$-\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$	$\sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{4}$
225°	$\frac{5}{4}\pi$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
234°	$\frac{13}{10}\pi$	$-\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{4}$	$\sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$
240°	$\frac{4}{3}\pi$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
247°30’	$\frac{11}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	$\sqrt{2} + 1$	$\sqrt{2} - 1$
252°	$\frac{7}{5}\pi$	$-\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$	$\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{25 - 10\sqrt{5}}}{5}$
255°	$\frac{17}{12}\pi$	$-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$	$2 + \sqrt{3}$	$2 - \sqrt{3}$
261°	$\frac{29}{20}\pi$	$-\frac{\sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{5 - \sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5} - 1}{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$	$\frac{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{5} - 1}$
270°	$\frac{3}{2}\pi$	-1	0	∞	0
279°	$\frac{31}{20}\pi$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{5-\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5} - 1}{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$	$\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - 4}{\sqrt{5} - 1}$

Arco		seno	coseno	tangente	cotangente
285°	$\frac{19}{12}\pi$	$-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$-(2+\sqrt{3})$	$-(2-\sqrt{3})$
288°	$\frac{8}{5}\pi$	$-\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$- -\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$
292°30'	$\frac{13}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$-1-\sqrt{2}$	$1-\sqrt{2}$
300°	$\frac{5}{3}\pi$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$
306°	$\frac{17}{10}\pi$	$-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$	$-\sqrt{5-2\sqrt{5}}$
315°	$\frac{7}{4}\pi$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1
324°	$\frac{9}{5}\pi$	$-\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$-\sqrt{5-2\sqrt{5}}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$
330°	$\frac{11}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
337°30'	$\frac{15}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$1-\sqrt{2}$	$-1-\sqrt{2}$
342°	$\frac{19}{10}\pi$	$-\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$	$-\sqrt{5+2\sqrt{5}}$
345°	$\frac{23}{12}\pi$	$-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$-(2-\sqrt{3})$	$-(2+\sqrt{3})$
360°	2π	0	1	0	∞

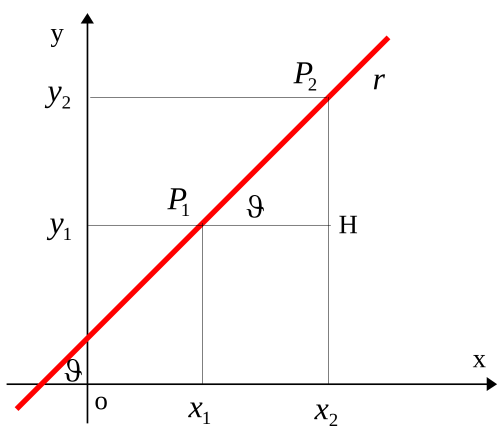
Significato goniometrico di coefficiente angolare

Consideriamo due punti $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ di una retta **r** di equazione $y = mx + n$.

Noi sappiamo che : $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ = **coefficiente angolare della retta r**

P_1HP_2 è un triangolo rettangolo , per cui possiamo scrivere : $P_2H = P_1H \cdot tg\,\vartheta$

$$tg\,\vartheta = \frac{P_2H}{P_1H} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$



Possiamo concludere affermando che il **coefficiente angolare m di una retta r è la tangente goniometrica dell'angolo di cui deve ruotare , in senso antiorario , la direzione positiva dell'asse delle ascisse per sovrapporsi alla retta r .**

Riduzione degli archi al primo quadrante ed al primo ottante

Una funzione circolare è ridotta al **primo giro** , al <u>primo quadrante</u> , al *primo ottante* quando il suo argomento è rispettivamente minore di un angolo giro , di un angolo retto , di 45° .
Ne segue che **ridurre un arco** β **al primo quadrante** (al <u>primo ottante</u>) significa trovare un arco α del **primo quadrante** (<u>primo ottante</u>) le cui funzioni circolari abbiano , in valore assoluto , gli stessi valori dell ' angolo β . Per ridurre un angolo al primo quadrante o al primo ottante basta utilizzare in maniera conveniente le identità degli angoli associati .
Analizziamo i vari casi che si possono presentare :

1) $\beta > 2\pi$ occorre ridurre al primo giro .

$$\frac{\beta}{2\pi} = n + \frac{\delta}{2\pi} \quad \text{con} \quad n \in N_o \quad \beta = \delta + 2n\pi \quad \text{con} \quad 0 < \delta < 2\pi$$

Le funzioni circolari dell'angolo δ coincidono in valore e segno con quelle dell'angolo β .

$$sin(2102°) = sin(5 \cdot 360° + 302°) = sin\,302° = sin(270° + 32°) = -\cos 32°$$

2) $\boxed{\frac{3}{2}\pi < \beta < 2\pi}$ L'angolo β può essere scritto in una delle due seguenti forme :

$$\boxed{\beta = 2\pi - \alpha} \qquad \text{oppure} \qquad \boxed{\beta = \frac{3}{2}\pi + \alpha} \qquad \text{con } \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

$\cos(302°) = \cos(360° - 58°) = \cos 58° = \cos(90° - 32°) = sin\,32°$

$\cos(302°) = \cos(270° + 32°) = sin\,32°$

3) $\boxed{\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi}$ L'angolo β può essere scritto in una delle due seguenti forme :

$$\boxed{\beta = \pi + \alpha} \qquad \text{oppure} \qquad \boxed{\beta = \frac{3}{2}\pi - \alpha} \quad \text{con } \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

$\cos 192° = \cos(180° + 12°) = -\cos 12°$

$\cos 192° = \cos(270° - 78°) = -sin\,78° = -sin(90° - 12°) = -\cos 12°$

4) $\boxed{\frac{\pi}{2} < \beta < \pi}$ L'angolo β può essere scritto in una delle due seguenti forme :

$$\boxed{\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha} \qquad \text{oppure} \qquad \boxed{\beta = \pi - \alpha} \qquad \text{con} \qquad \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

$\cos 140° = \cos(90° + 50°) = -sin\,50° = -sin(90° - 40°) = -\cos 40°$

$\cos 140° = \cos(180° - 40°)\ -\cos 40°$

5) $\boxed{\frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2}}$ Si sceglie come angolo α il complementare di β , cioè si pone : $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$$tg\,65° = tg(90° - 25°) = \text{cotg}\,25°$$