01) Verificare se i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ sono linearmente dipendenti ed , in caso positivo , esprimere il vettore $\vec{d}$ mediante i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

$\vec{a} = [-1,-2,2,1]$, $\vec{b} = [0,1,2,3]$, $\vec{c} = [-2,0,1,0]$ $\vec{d} = [10,7,-2,7]$

02) Verificare se i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ sono linearmente dipendenti ed , in caso positivo , esprimere il vettore $\vec{d}$ mediante i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

$\vec{a} = [1,2,3,4]$, $\vec{b} = [-1,2,-3,3]$, $\vec{c} = [-3,-2,-1,0]$ $\vec{d} = [10,8,-10,-6]$

03) Verificare se i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ sono linearmente dipendenti ed , in caso positivo , esprimere il vettore $\vec{d}$ mediante i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

$\vec{a} = [4,3,2,1]$, $\vec{b} = [3,-3,2,-1]$, $\vec{c} = [-1,0,1,2]$ $\vec{d} = [-2,-21,-7,-17]$

04) Verificare se i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ sono linearmente dipendenti ed , in caso positivo , esprimere il vettore $\vec{d}$ mediante i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

$\vec{a} = [-4,3,-2,1]$, $\vec{b} = [-3,3,2,4]$, $\vec{c} = [-1,-2,-3,-4]$ $\vec{d} = [9,17,43,47]$

05) Determinare per quali valori dei parametri a , b il vettore $\vec{u} = (a,-5,3b)$ è combinazione lineare dei tre vettori $\vec{u}_1 = (2,1,-1)$, $\vec{u}_2 = (1,-2,0)$, $\vec{u}_3 = (5,0,-2)$.

[$2a + 15b - 5 = 0$]

06) Verificare che sono linearmente dipendenti i vettori proposti nei seguenti casi :

a) $\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

b) $\vec{v}_1 = (2,3,-2,5)$, $\vec{v}_2 = (1,-1,3,2)$, $\vec{v}_3 = (14,6,10,32)$

c) $\vec{v}_1 = (2,-1,3)$, $\vec{v}_2 = (0,1,3)$, $\vec{v}_3 = (2,0,6)$

d) $\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

e) $\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

f) $\vec{a} = (-1,1,2,-4)$, $\vec{b} = (-5,7,6,-6)$, $\vec{c} = (1,-2,0,-3)$

07) Stabilire se sono linearmente indipendenti i vettori proposti nei seguenti casi :

a) $\vec{a} = (3,-2,1)$, $\vec{b} = (3,-2,1)$, $\vec{c} = (2,0,4)$

08) Dati i vettori $\vec{v}_1 = (1,0,3)$, $\vec{v}_2 = \left(2,.-\frac{1}{2},5\right)$, $\vec{v}_3 = \left(4,-\frac{3}{2},9\right)$ verificare che sono linearmente dipendenti e trovare l'espressione della loro combinazione lineare .

[$2\vec{v}_1 - 3\vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{o}$,]

09) Verificare che il vettore $\vec{v} = (1,9,-10)$ è combinazione lineare dei vettori $\vec{v}_1 = (2,2,-1)$, $\vec{v}_2 = (-2,2,-3)$, $\vec{v}_3 = (1,1,-1)$. f.p. PAG 31

9a) Per quale valore del parametro k il vettore $\vec{a} = (k,3,9,5)$ è combinazione lineare dei vettori $\vec{a}_1 = (1,1,1,2)$, $\vec{a}_2 = (-3,2,-1,-1)$, $\vec{a}_3 = (1,-1,3,1)$. [$k = -1$, f.p. PAG 33]

9b) Dire se i vettori $\vec{a} = [1;-2;3]$, $\vec{b} = [-1;2;-4]$, $\vec{c} = [7;-14;25]$ sono linearmente dipendenti oppure linearmente indipendenti e , ove possibile , esprimere $\vec{c}$ come combinazione lineare dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Date le seguenti terne di vettori di R^2 , esprimere il vettore $\vec{c}$ come combinazione lineare dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$

10 $\vec{a} = (-5\,;\,1)$; $\vec{b} = (8\,;\,2)$; $\vec{c} = (2\,;\,0)$. [$-2\vec{a} - \vec{b}$]

11 $\vec{a} = (-5\,;\,-1)$; $\vec{b} = (8\,;\,2)$; $\vec{c} = (-3\,;\,-1)$. [$-\vec{a} - \vec{b}$]

12 $\vec{a} = (4\,;\,0)$; $\vec{b} = (1\,;\,-4)$; $\vec{c} = (4\,;\,-16)$. [$4\vec{b}$]

13 $\vec{a} = (-5\,;\,2)$; $\vec{b} = (6\,;\,-1)$; $\vec{c} = (13\,;\,-1)$. [$\vec{a} + 3\vec{b}$]

14 $\vec{a} = (-2\,;\,5)$; $\vec{b} = (1\,;\,-2)$; $\vec{c} = (-1\,;\,4)$. [$2\vec{a} + 3\vec{b}$]

15 $\vec{a} = (-1\,;\,0)$; $\vec{b} = (7\,;\,-5)$; $\vec{c} = (-2\,;\,5)$. [$-5\vec{a} - \vec{b}$]

16 $\vec{a} = (0\,;\,3)$; $\vec{b} = (-3\,;\,-5)$; $\vec{c} = (-6\,;\,2)$. [$4\vec{a} + 2\vec{b}$]

Assegnati i vettori $\vec{u} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{vmatrix} \quad \vec{v} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \vec{w} = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ trovare le loro combinazioni lineari : **N° 01**	**a.** $3\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w}$ **b.** $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ **c.** $4\vec{u} - 2\vec{v} + 2\vec{w}$ **d.** $5\vec{u} - 3\vec{v} + 4\vec{w}$

N° 01A **N° 01B** **N° 01C** **N° 01D**

Esprimere, se possibile, il vettore $\vec{v}(4;10)$ come combinazione lineare dei vettori $\vec{u}(1;-2)$ e $\vec{z}(3;3)$.
Assegnati i vettori $\vec{u}(3;-2)$ e $\vec{v}(1;-3)$, individuare il vettore $\vec{w}$ mediante la combinazione lineare $\vec{w} = 3\vec{v} - \vec{u}$. **R.** (0;–7)
Trovare la combinazione lineare dei vettori $\vec{u}(4;1)$ e $\vec{v}(-2;5)$ che consenta di individuare il vettore $\vec{w}(8;13)$. **R.** $\vec{w} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$
Nel piano ortonormale riferito alla base $\vec{i}, \vec{j}$ si considerino i vettori $\vec{u}(2;-3), \vec{v}(1;2), \vec{w}(1;-12)$. Dopo aver dimostrato che sono a due a due linearmente indipendenti, esprimere $\vec{w}$ come combinazione lineare di $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

Date le seguenti quaterne di vettori di R^3, esprimere il vettore $\vec{d}$ come combinazione lineare di $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, determinando i coefficienti della combinazione lineare:

17 $\vec{a} = (1;-2;3)$; $\vec{b} = (1;1;2)$; $\vec{c} = (3;-2;-2)$; $\vec{d} = (0;-2;-9)$. [−1, −2, 1]

18 $\vec{a} = (0;4;-1)$; $\vec{b} = (3;4;4)$; $\vec{c} = (3;3;0)$; $\vec{d} = (9;7;9)$. [−1, 2, 1]

19 $\vec{a} = (0;4;-1)$; $\vec{b} = (3;4;4)$; $\vec{c} = (3;3;0)$; $\vec{d} = (-3;1;16)$. [0, 4, −5]

20 $\vec{a} = (4;0;-2)$; $\vec{b} = (-2;3;4)$; $\vec{c} = (1;-2;-2)$; $\vec{d} = (0;11;12)$. [2, 5, 2]

21 $\vec{a} = (4;0;-2)$; $\vec{b} = (-2;3;4)$; $\vec{c} = (1;-2;-2)$; $\vec{d} = (-6;-2;0)$. [−2, −2, −2]

22 $\vec{a} = (4;0;-2)$; $\vec{b} = (-2;3;4)$; $\vec{c} = (1;-2;-2)$; $\vec{d} = (-11;12;16)$. [−1, 2, −3]

Dati i vettori $\mathbf{X}$ *e* $\mathbf{Y}$ *determinare i vettori* $\mathbf{X}+\mathbf{Y}$, $\mathbf{X}-\mathbf{Y}$, $2\mathbf{X}-3\mathbf{Y}$

1.	$\mathbf{X}(2, 3)$	$\mathbf{Y}(4, 1)$
2.	$\mathbf{X}(-1, 2)$	$\mathbf{Y}(1, -1)$
3.	$\mathbf{X}(-5, 4)$	$\mathbf{Y}(2, -3)$
4.	$\mathbf{X}\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{5}\right)$	$\mathbf{Y}\left(7, \frac{4}{3}\right)$
5.	$\mathbf{X}\left(8, \frac{1}{2}\right)$	$\mathbf{Y}\left(-1, \frac{3}{2}\right)$
6.	$\mathbf{X}(1, 3, -1)$	$\mathbf{Y}(2, -1, -1)$
7.	$\mathbf{X}(2, 4, 1)$	$\mathbf{Y}\left(\frac{1}{2}, 2, 2\right)$
8.	$\mathbf{X}(7, -3, 4)$	$\mathbf{Y}(7, 2, -3)$
9.	$\mathbf{X}\left(4, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$	$\mathbf{Y}\left(2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
10.	$\mathbf{X}\left(-1, 4, -\frac{3}{2}\right)$	$\mathbf{Y}(-1, -3, 2)$

Dati i vettori $\mathbf{V}_1$ *e* $\mathbf{V}_2$ *rappresentarli graficamente e rappresentare anche* $\mathbf{V}_1+\mathbf{V}_2$, $\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2$, $3\mathbf{V}_1-2\mathbf{V}_2$

14.	$\mathbf{V}_1(3, 1)$	$\mathbf{V}_2(1, 3)$
15.	$\mathbf{V}_1(-1, -2)$	$\mathbf{V}_2(1, 5)$

16.	$\mathbf{V}_1(4, -3)$	$\mathbf{V}_2(-1, 2)$
17.	$\mathbf{V}_1(-2, -1)$	$\mathbf{V}_2(-2, 2)$
18.	$\mathbf{V}_1(4, 4)$	$\mathbf{V}_2(4, -2)$
19.	$\mathbf{V}_1(3, -1)$	$\mathbf{V}_2(-3, -1)$
20.	$\mathbf{V}_1(1, 5)$	$\mathbf{V}_2(-3, -3)$

Dati i vettori $\mathbf{X}$ *e* $\mathbf{Y}$ *ed i numeri reali* l *ed* m *si determini il vettore* $\mathbf{Z} = l\,\mathbf{X} + m\mathbf{Y}$

29.	$\mathbf{X}(2, 1)$	$\mathbf{Y}(-3, 2)$	$l = 2$	$m = -1$
30.	$\mathbf{X}(5, -1)$	$\mathbf{Y}(2, -3)$	$l = -1$	$m = 1$
31.	$\mathbf{X}(3, -1)$	$\mathbf{Y}(2, 1)$	$l = 3$	$m = -3$
32.	$\mathbf{X}(2, 5)$	$\mathbf{Y}(-2, 4)$	$l = 2$	$m = -2$
33.	$\mathbf{X}(1, -1, 2)$	$\mathbf{Y}(-1, 2, 2)$	$l = -1$	$m = 3$
34.	$\mathbf{X}(2, 3, -1)$	$\mathbf{Y}(-1, -2, 4)$	$l = -2$	$m = 4$

Verificare se i seguenti vettori sono linearmente indipendenti

48.	$\mathbf{V}_1(6, 2, 3, 4)$	$\mathbf{V}_2(0, 5, -3, 1)$	$\mathbf{V}_3(0, 0, 7, -2)$	[sì]
49.	$\mathbf{V}_1(1, -2, 1)$	$\mathbf{V}_2(2, 1, -1)$	$\mathbf{V}_3(7, -4, 1)$	[no]
50.	$\mathbf{V}_1(4, -12)$	$\mathbf{V}_2(-6, 18)$		[no]

51.	$\mathbf{v}_1(-1, -2, 2)$	$\mathbf{v}_2(4, 8, -8)$		[no]
52.	$\mathbf{v}_1(1, 2, 3)$	$\mathbf{v}_2(-2, 0, 3)$	$\mathbf{v}_3(13, 6, -6)$	[no]
53.	$\mathbf{v}_1(2, 1, 2)$	$\mathbf{v}_2(1, -2, 0)$	$\mathbf{v}_3(6, 7, 8)$	[sì]

35. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(2, 3)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(1, 1)$ e $\mathbf{V}_2(3, -1)$
$\left[\mathbf{V} = \frac{11}{4}\mathbf{V}_1 - \frac{1}{4}\mathbf{V}_2\right]$

36. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(-3, -1)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(-5, -1)$ e $\mathbf{V}_2(8, 2)$
$[\mathbf{V} = -\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2]$

37. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(-1, 4)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(-2, 5)$ e $\mathbf{V}_2(1, -2)$
$[\mathbf{V} = 2\mathbf{V}_1 + 3\mathbf{V}_2]$

38. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(12, -11)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(2, -1)$ e $\mathbf{V}_2(-3, 4)$
$[\mathbf{V} = 3\mathbf{V}_1 - 2\mathbf{V}_2]$

39. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(-11, -2)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(-1, 3)$ e $\mathbf{V}_2(2, 1)$
$[\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2]$

40. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(-11, 9)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(-3, 2)$ e $\mathbf{V}_2(1, -1)$
$[\mathbf{V} = 2\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2]$

41. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(3, 8, 14)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(-1, 0, 2)$ e $\mathbf{V}_2(1, 2, 3)$
$[\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + 4\mathbf{V}_2]$

42. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(5, -1, -7)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(2, 1, -1)$ e $\mathbf{V}_2(-1, 3, 5)$
$[\mathbf{V} = 2\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2]$

43. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(15, -2, -7)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(1, -2, 3)$ e $\mathbf{V}_2(-3, -2, 4)$
$[\mathbf{V} = 3\mathbf{V}_1 - 4\mathbf{V}_2]$

44. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(-2, 0, 10)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(-3, 2, -1)$ e $\mathbf{V}_2(1, -1, 3)$
$[\mathbf{V} = 2\mathbf{V}_1 + 4\mathbf{V}_2]$

45. Scrivere il vettore $\mathbf{V}(8, -1, 19)$ come combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(1, 3, -2)$ e $\mathbf{V}_2(1, -2, 5)$
$[\mathbf{V} = 3\mathbf{V}_1 + 5\mathbf{V}_2]$

46. Determinare il valore del parametro t per il quale il vettore $\mathbf{V}(1, t, 5)$ è una combinazione lineare di $\mathbf{V}_1(1, -3, 2)$ e $\mathbf{V}_2(2, -1, 1)$
$[-8]$

47. Determinare i valori dei parametri l, m, n affinché la matrice $M = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ sia una combinazione lineare di $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
$[3, -2, -1]$

54. Verificare che i vettori $\mathbf{X}(4, -2)$ e $\mathbf{Y}(-7, -6)$ sono linearmente indipendenti ed esprimere il vettore $\mathbf{Z}(-2, -18)$ come combinazione lineare di $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$ [$\mathbf{Z} = 3\mathbf{X} + 2\mathbf{Y}$]

55. Verificare che i vettori $\mathbf{X}(5, 2, -2)$ e $\mathbf{Y}(1, 2, -3)$ sono linearmente indipendenti ed esprimere il vettore $\mathbf{Z}(-2, 4, -7)$ come combinazione lineare di $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$ [$\mathbf{Z} = -\mathbf{X} + 3\mathbf{Y}$]

56. Determinare il valore di $k \in \mathbb{R}$ affinché i vettori $\mathbf{V}_1(1, 0, -1)$, $\mathbf{V}_2(k, 1-k, 2k)$ e $\mathbf{V}_3(0, 3, 1)$ siano linearmente dipendenti
$$\left[k = \frac{1}{10}\right]$$

57. Verificare che le matrici $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ sono linearmente indipendenti

58. Verificare che i vettori $\mathbf{V}_1(1, 2, 3)$, $\mathbf{V}_2(0, 1, 2)$ e $\mathbf{V}_3(0, 0, 1)$ generano $\mathbb{R}^3$

59. Verificare che i vettori $\mathbf{V}_1(a, 0, 0)$, $\mathbf{V}_2(0, b, 0)$ e $\mathbf{V}_3(0, 0, c)$, con a b e c costanti non nulli, generano $\mathbb{R}^3$

Verificare se i seguenti vettori costituiscono una base per lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$

60. $\mathbf{V}_1(1, -1, 5)$ $\mathbf{V}_2(1, 1, 1)$ [no]

61. $\mathbf{V}_1(1, 1, 1)$ $\mathbf{V}_2(2, -1, 1)$ $\mathbf{V}_3(1, 2, 3)$ [sì]

62. $\mathbf{V}_1(2, 4, -3)$ $\mathbf{V}_2(0, 1, 1)$ $\mathbf{V}_3(0, 1, -1)$ [sì]

63. $\mathbf{V}_1(1, 0, -1)$ $\mathbf{V}_2(3, -1, 0)$ $\mathbf{V}_3(1, 2, 3)$ $\mathbf{V}_4(5, 3, -1)$ [sì]

64. Se $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{V}_3$ costituiscono una base per lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$, provare che l'insieme di vettori $\mathbf{n}_1 = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$, $\mathbf{n}_2 = \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3$, $\mathbf{n}_3 = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_3$ costituiscono base di $\mathbb{R}^3$

65. Dato lo spazio vettoriale generato dai vettori $\mathbf{V}_1(2, 1, 3, 1)$, $\mathbf{V}_2(1, 2, 0, 1)$, $\mathbf{V}_3(-1, 1, -3, 0)$ determinare una sua base e la dimensione
[dim $= 2$, base : $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$]

66. Stabilire per quali valori del parametro k i vettori $\mathbf{V}_1(3, 1, 2)$, $\mathbf{V}_2(0, 1, -1)$, $\mathbf{V}_3(1, 1-k, 0)$ costituiscono una base di $\mathbb{R}^3$ [$k \neq 0$]