# Risolvere i seguenti sistemi lineari

**01)** $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 2x + 4y - z + 1 = 0 \end{cases}$ **02)** $\begin{cases} 2x + y + z + 1 = 0 \\ 4x + 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$ **03)** $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 5 \end{cases}$ $(2,1,-1)$

**04)** $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ $(1,0)$ **05)** $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$ ( **sistema incompatibile** )

**06)** $\begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ x + 2y - 2z = -1 \\ 2x - y - z = 2 \end{cases}$ ( **sistema incompatibile** ) **07)** $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y - z = -1 \\ 3x - y - z = 1 \end{cases}$ $(1, 2 - z, z)$

**08)** $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$ $\left(-\frac{z+1}{3}, \frac{2(z+1)}{3}, z\right)$ **09)** $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 3y = 2 \\ 7x + 11y = 14 \end{cases}$ $(2,0)$

**10)** $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 2y - z = 1 \end{cases}$ $\left(\frac{5-z}{4}, \frac{3(1-z)}{4}, z\right)$ **11)** $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 7 \\ 4x + 4y = 13 \\ 10x + 12y = 38 \end{cases}$ $\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{4}\right)$

**12)** $\begin{cases} 2x - y + z - t = 1 \\ x + 2y - z + 2t = 2 \end{cases}$ $\left(\frac{4-2z}{5}, \frac{z-5t+3}{5}, z, t\right)$ **13)** $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - 7y = 4 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases}$ $\left(\frac{29}{11}, \frac{2}{11}\right)$

**14)** $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ 4x + 5y + 3z = 5 \end{cases}$ $(-2z, z+1, z)$ **15)** $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 6 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$ ( **impossibile** )

**16)** $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \\ 3x + y = 10 \\ 5x + y = 16 \end{cases}$ $(3,1)$ **17)** $\begin{cases} x + y - z + t = 4 \\ 2x + 3y + z + 3t = 0 \end{cases}$ $(12 + 4z, -8 - t - 3z, z, t)$

**18)** $\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -1 \\ 3x - 2y + z = -5 \\ 6x + y - 8z = -17 \end{cases}$ $\left[ \begin{cases} x = \frac{5z-13}{5} \\ y = \frac{10z-7}{5} \end{cases} \quad R_3 = 3 \cdot R_1 + 4 \cdot R_2 \right]$

**19)** $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - 3y + 2z = 2 \\ 5x + 13y - 10z = 6 \end{cases}$ $\left[ \begin{cases} x = \dfrac{11+z}{7} \\ y = \dfrac{5z-1}{7} \end{cases} \right]$

**20)** $\begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 2x + y - z = -3 \\ x - 4y + 7z = 2 \end{cases}$ ( **non ammette soluzioni** )

**21)** $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ -2x + 4y - 2z = -2 \end{cases}$

**22)** $\begin{cases} -7x - 6y + 8z = 43 \\ 5x - 8z = -79 \\ -2x - 6y + 3z = -12 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3 \\ y = 7 \\ z = 8 \end{cases}$

**42** $\begin{cases} 3x + 2y - z = 5 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 3x + 7y + 4z = 10. \end{cases}$ $\left[ \begin{array}{l} \text{indeterminato con } \infty^1 \text{ soluzioni:} \\ x = 1 + p;\ y = 1 - p;\ z = p \end{array} \right]$

**43** $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \\ 3x + 5y + 7z = 0 \end{cases}$ $\left[ \begin{array}{l} \text{indeterminato con } \infty^1 \text{ soluzioni:} \\ x = p;\ y = -2p;\ z = p \end{array} \right]$

**55** $\begin{cases} x + y\ tg\ \alpha + z\ cotg\ \alpha = 3 \\ x - y\ tg\ \alpha + z\ cotg\ \alpha = 1 \\ x + y\ tg\ \alpha - z\ cotg\ \alpha = 1 \end{cases}$ $\left(\alpha \neq k\dfrac{\pi}{2}\right)$ $[x = 1;\ y = cotg\ \alpha;\ z = tg\ \alpha]$

## Risolvere e discutere i seguenti sistemi lineari

**01)** $\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x = -\dfrac{k+1}{k+2} \\ y = \dfrac{1}{k+2} \\ z = \dfrac{k^2-3}{k+2} \end{cases}$

**02)** $\begin{cases} kx + y + z = -k \\ x + ky + z = 2k-3 \\ x + y + kz = k^2-2k \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x = -\dfrac{2k+3}{k+2} \\ y = \dfrac{k+3}{k+2} \\ z = \dfrac{k^2-3}{k+2} \end{cases}$

**03)** $\begin{cases} 2kx + y + 3z = 1 \\ 2x + ky + 3z = k \\ 2x + y + 3kz = k^2 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x = -\dfrac{k+1}{2(k+2)} \\ y = \dfrac{1}{k+2} \\ z = \dfrac{(k+1)^2}{3(k+2)} \end{cases}$

**04)** $\begin{cases} 2kx - y - z = 1 \\ 2x - ky - z = k \\ 2x - y - kz = k^2 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x = -\dfrac{k+1}{2(k+2)} \\ y = -\dfrac{1}{k+2} \\ z = -\dfrac{(k+1)^2}{k+2} \end{cases}$

**05)** $\begin{cases} 3kx - y + z = 1 \\ 3x - ky + z = k \\ 3x - y + kz = k^2 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x = -\dfrac{k+1}{3(k+2)} \\ y = -\dfrac{1}{k+2} \\ z = \dfrac{(k+1)^2}{k+2} \end{cases}$

**06)** $\begin{cases} kx + 2y + 3z = 1 \\ x + 2ky + 3z = k \\ x + 2y + 3kz = k^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\dfrac{k+1}{k+2} \\ y = \dfrac{1}{k+2} \\ z = \dfrac{(k+1)^2}{3(k+2)} \end{cases}$

**07)** $\begin{cases} 2kx + (2k+1)y = 6 \\ (2k-3)x + (2k-2)y = 3 \\ 2(k-6)x + (2k-11)y = -6 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2k-5 \\ y = 2(3-k) \end{cases}$

**08)** $\begin{cases} (3k-1)x + 3ky = 6 \\ (3k-4)x + (3k-3)y = 3 \\ (3k+8)x + 3(k+3)y = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3(k-2) \\ y = 7-3k \end{cases}$

**09)** $\begin{cases} (4k+4)x + (4k+5)y = 6 \\ (4k+1)x + (4k+2)y = 3 \\ 4(k+4)x + (4k+17)y = 18 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4k-1 \\ y = 2(1-2k) \end{cases}$

**10)** $\begin{cases} (3k-3)x + (3k-2)y = 12 \\ (3k-6)x + (3k-5)y = 6 \\ 3(k-6)x + (3k-17)y = -18 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2(3k-8) \\ y = 6(3-k) \end{cases}$

**11)** $\begin{cases} (3k+6)x + (3k+7)y = 18 \\ (3k+3)x + (3k+4)y = 9 \\ 3(k-4)x + (3k-11)y = -36 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3(3k+1) \\ y = -9k \end{cases}$

**12)** $\begin{cases} (2k+4)x + (2k+5)y = 30 \\ (2k+1)x + (2k+2)y = 15 \\ 2(k+11)x + (2k+23)y = 120 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5(2k-1) \\ y = 10(1-k) \end{cases}$

**13)** $\begin{cases} (k+1)x + (k+2)y = 2 \\ (k-2)x + (k-1)y = 1 \\ (k+10)x + (k+11)y = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{k-4}{3} \\ y = \dfrac{5-k}{3} \end{cases}$ $R_3 = -4R_1 + 3R_2$

**14)** $\begin{cases} (k+1)x + (k+2)y = 12 \\ (k-2)x + (k-1)y = 6 \\ (11-k)x - (k-10)y = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2(k-4) \\ y = 2(5-k) \end{cases}$ $R_3 = 3R_1 - 4R_2$

**15)** $\begin{cases} (5k-5)x + (5k-4)y = 6 \\ (5k-8)x + (5k-7)y = 3 \\ (5k+1)x + (5k+2)y = 12 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 5(k-2) \\ y = 11-5k \end{cases}$ $\quad R_3 = -3R_1 + 2R_2$

**16)** $\begin{cases} (5k+7)x + (5k+8)y = 6 \\ (5k+4)x + (5k+5)y = 3 \\ (2-5k)x - (5k-1)y = 3 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 5k + 2 \\ y = -5k - 1 \end{cases}$ $\quad R_3 = 2R_1 - 3R_2$

**17)** $\begin{cases} x + ky - z = k \\ x + 2ky + z = -2 \\ kx + 3y - 3z = 3 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = \dfrac{2(1-k)}{k-2} \\ y = \dfrac{k}{3(k-2)} \\ z = \dfrac{2(3-k^2)}{3(k-2)} \end{cases}$ se $k \neq -1 \wedge k \neq 2$

Per $k = 2$ il sistema è impossibile per $k = -1$ $\begin{cases} x = 3h \\ y = 2h+1 \\ z = h \end{cases}$

**18)** $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ kx + 3y - z = 3 \\ -x + ky + 4z = 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = \dfrac{2}{k+5} \\ y = \dfrac{6}{k+5} \\ z = \dfrac{3-k}{k+5} \end{cases}$ se $k \neq -5 \wedge k \neq 2$

Per $k = -5$ il sistema è impossibile per $k = 2$ $\begin{cases} x = 2h \\ y = 1-h \\ z = h \end{cases}$

**45)** $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 = k \\ 3x_1 - kx_2 - x_3 = 2k-2 \end{cases}$ **46)** $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - kx_3 = 0 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \\ kx_1 + x_2 - 10x_3 = 0 \end{cases}$

**47)** $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 2 \\ x_1 - 5x_2 = -3k \\ x_1 + 6x_2 - 4x_3 = k-4 \end{cases}$ **48)** $\begin{cases} (k+2)x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (k+2)x_2 + kx_3 = 0 \\ (k+1)x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

**49)** $\begin{cases} 3x_1 + kx_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + kx_3 = 0 \\ 5x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$ **50)** $\begin{cases} 3x + 2y + z = -1 \\ 7x + 6y + 5z = \lambda \\ 5x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$

**51)** $\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ 5x + y - 2z = 2 \\ -2x - 2y + z = -3 \end{cases}$ **52)** $\begin{cases} x + y + \lambda z = 1 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ \lambda x + 2y + z = 1 \end{cases}$

**53)** $\begin{cases} x + y + \lambda z = 2 \\ x + \lambda y + z = -1 \\ \lambda x + y + z = -1 \end{cases}$ **54)** $\begin{cases} x + y + \lambda z = 3 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ \lambda x + y + z = 0 \end{cases}$

**55)** $\begin{cases} (3-2\lambda)x + (2-\lambda)y + \lambda z = \lambda \\ (2-\lambda)x + (2-\lambda)y + z = 1 \\ x + y + (2-\lambda)z = 1 \end{cases}$

**56)** $\begin{cases} (k+3)x + y + 2z = k \\ kx + (k-1)y + z = 2k \\ 3(k+1)x + ky + (k+3)z = 3 \end{cases}$ **57)** $\begin{cases} \lambda x + \lambda y + (\lambda+1)z = \lambda \\ \lambda x + \lambda y + (\lambda-1)z = \lambda \\ (\lambda+1)x + \lambda y - (2\lambda+3)z = 1 \end{cases}$

**66)** $\begin{cases} x + hy + hz = 1 \\ hx + y - hz = 0 \end{cases}$ **67)** $\begin{cases} x - hy + hz = 1 \\ hx - y - hz = 0 \end{cases}$

**76)** $\begin{cases} (k+6)x + 3y + z = -k^2 - 6k - 3 \\ x + (k+6)y + (k+4)z = 2(k^2+9k+22) \\ (k+6)x + 6y + 4z = 24 - k^2 \end{cases}$

**77)** $\begin{cases} 2x + hy - z = 1 \\ hx - y + 2z = -1 \\ 3x \qquad\quad z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{1}{5-h} \\ y = \dfrac{1}{h-5} \\ z = \dfrac{3}{h-5} \end{cases}$

**78)** $\begin{cases} (h-1)x + y = h \\ (h+1)x - y + hz = h \\ (2h-1)x + (h+1)y + 2hz = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{h^2+5h-1}{h(h+2)} \\ y = \dfrac{-2h^2+6h-1}{h(h+2)} \\ z = \dfrac{2(1-3h)}{h(h+2)} \end{cases}$

**79)** $\begin{cases} (k+3)x - y - 3z = 0 \\ 2x + (k-1)y - 2z = 0 \\ 2x - y + (k-2)z = k(k^2-1) \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3k-1 \\ y = 2k \\ z = k^2+2k-1 \end{cases}$

**80)** $\begin{cases} x + hy + (h-1)z = 0 \\ hx + y = h-1 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$

**87)** $\begin{cases} mx + y + z = 2 \\ 2x + mx + 3mz = -2 \\ 4x + y - 3z = 8 \end{cases}$ **88)** $\begin{cases} x - hy + hz = 1 \\ hx - y + hz = 0 \end{cases}$ **89)** $\begin{cases} 2ax - y = 1 \\ 3x - ay = 0 \\ ax - 2y = 0 \end{cases}$

**90)** $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + hy = -1 \\ hx - 1 = 1 \end{cases}$ **91)*** $\begin{cases} x + y + kz = k^2 \\ x + ky + z = k \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$

**92)** $\begin{cases} kx - y + z = 1 \\ x - ky + 2z = k \\ x - y + kz = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} k \neq 1 \wedge k \neq -2 : \text{ una soluzione} \\ k = 1 : \quad \infty^2 \text{ soluzioni} \\ k = -2 : \quad \text{incompatibile} \end{cases}$

**93)** $\begin{cases} x + 2ky = 1 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$ $\left( k = -\dfrac{3}{4} : \text{impossibile} \; ; \; k \neq -\dfrac{3}{4} : x = \dfrac{12k + 3}{4k + 3} \; , \; y = \dfrac{-4}{4k + 3} \right)$

**94)** $\begin{cases} x + \lambda y + \lambda z = 1 \\ \lambda x + \lambda y + (2 - \lambda)z = 2 \end{cases}$ **95)** $\begin{cases} \lambda x + y = -1 \\ x + y = 1 \\ x + \lambda y = 4 \end{cases}$ **96)** $\begin{cases} \lambda x + 4y = 1 \\ 6x + 2\lambda y = 3 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$

**97)** $\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ \lambda x + 2y = 1 \\ 2x + 2\lambda y = 1 \end{cases}$ **98)** $\begin{cases} \lambda x + 2\lambda y = 2 \\ 2x + \lambda y = 1 \\ x - \lambda y = 0 \end{cases}$ **99)** $\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ (2 - \lambda)x + y = 0 \\ x + \lambda y = 1 \end{cases}$

**100)** $\begin{cases} 2x + (\lambda + 1)y = 0 \\ x + \lambda y = -1 \\ \lambda x + y = 4 \end{cases}$ **101)** $\begin{cases} \lambda x + y = 4 \\ x + y = 1 \\ x + \lambda y = -1 \end{cases}$ **102)** $\begin{cases} x + (\lambda - 1)y + 2z = 1 \\ \lambda x + \lambda z = 2 \\ x - y = -1 \end{cases}$

**103)** $\begin{cases} \lambda^2 x + y - 2z = 2 \\ x + y + (\lambda - 1)z = 1 \end{cases}$

Studiamo le soluzioni dei seguenti sistemi lineari:

1) $\begin{cases} -kx+y+kz=k \\ x-y+z=1 \\ x-ky-z=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} kx+2y=2 \\ (2k-1)x+3y=2 \\ kx+(k+3)y=2k-2 \end{cases}$

al variare del parametro reale $k$.

1) Consideriamo la matrice incompleta e completa:
Nel primo sistema:

$$A=\begin{bmatrix} -k & 1 & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -k & -1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A'=\begin{bmatrix} -k & 1 & k & k \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -k & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$A$ è una matrice quadrata di ordine 3 e se il suo determinante è diverso da 0, il sistema è determinato.

Calcoliamo il determinante $D$ con la regola di Sarrus:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} -k & 1 & k & -k & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -k & -1 & 1 & -k \end{array}\right.$$

$$D=-k+1-k^2-(-k+k^2-1)=-k+1-k^2+k-k^2+1=-2k^2+2.$$

Il determinante è uguale a 0 per: $-2k^2+2=0 \rightarrow k^2-1=0 \rightarrow k=\pm 1$.

a) Se $k\neq \pm 1$ allora $D\neq 0$ e il sistema è determinato.
Calcoliamo le soluzioni con la regola di Cramer.
Calcoliamo $D_x$ con la regola di Sarrus:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} k & 1 & k & k & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -k & -1 & 1 & -k \end{array}\right.$$

$$D_x=k+1-k^2-(-k-k^2-1)=k+1-k^2+k+k^2+1=2k+2.$$

Allora $x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{2k+2}{-2k^2+2}=\dfrac{2(k+1)}{2(1-k)(1+k)}=\dfrac{1}{1-k}$.

Calcoliamo $D_y$ con la regola di Sarrus:

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} -k & k & k & -k & k \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right.$$

$$D_y=k+k+k-(k-k-k)=4k.$$

Allora $y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{4k}{-2k^2+2}=\dfrac{2k}{1-k^2}$.

Calcoliamo $D_z$ con la regola di Sarrus:

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} -k & 1 & k & -k & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -k & 1 & 1 & -k \end{array}\right.$$

$$D_z=k+1-k^2-(-k+k^2+1)=k+1-k^2+k-k^2-1=2k-2k^2$$

Allora $z=\dfrac{D_z}{D}=\dfrac{2k-2k^2}{-2k^2+2}=\dfrac{2k(1-k)}{2(1-k)(1+k)}=\dfrac{k}{1+k}$.

Studiamo ora i casi in cui si annulla $D$.
b) Se $k=-1$ il sistema dato diviene:

$$\begin{cases} x+y-z=-1 \\ x-y+z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$$

Osserviamo che la prima e la terza equazione hanno uguali il primo membro, $x+y-z$, ma diverso il secondo membro: le due equazioni risultano incompatibili e dunque il sistema è impossibile.

c) Se $k=1$ il sistema dato diviene:
$$\begin{cases} -x+y+z=1 \\ x-y+z=1 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

Se moltiplichiamo per $-1$ la prima equazione otteniamo:
$$\begin{cases} x-y-z=-1 \\ x-y+z=1 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

Osserviamo che la prima e la terza equazione hanno uguali il primo membro, $x-y-z$, ma diverso il secondo membro: le due equazioni risultano incompatibili e dunque il sistema è impossibile.

**Conclusioni:**

Se $k \neq \pm 1$, il sistema è determinato e la soluzione è: $\left(\dfrac{1}{1-k}; \dfrac{2k}{1-k^2}; \dfrac{k}{1+k}\right)$.

Se $k=\pm 1$, il sistema è impossibile.

2) Studiamo il sistema:
$$\begin{cases} kx+2y=2 \\ (2k-1)x+3y=2 \\ kx+(k+3)y=2k-2 \end{cases}$$

Consideriamo la matrice incompleta e completa:
$$A=\begin{bmatrix} k & 2 \\ 2k-1 & 3 \\ k & k+3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A'=\begin{bmatrix} k & 2 & 2 \\ 2k-1 & 3 & 2 \\ k & k+3 & 2k-2 \end{bmatrix}$$

Per il teorema di Rouché-Capelli il sistema è risolubile se $A$ e $A'$ hanno lo stesso rango.

$r(A) \leq 2, \quad r(A') \leq 3.$

Studiamo quindi $\det A$ e troviamo per quali valori di $k$ si ha $\det A' \neq 0$. In tal caso il sistema risulterà impossibile.

$$\det A' = 3k(2k-2)+4k+2(2k-1)(k+3)-[6k+2k(k+3)+2(2k-1)(2k-2)] = 8k-10 = 2(4k-5).$$

a) Se $k \neq \dfrac{5}{4}$ allora $\det A' \neq 0$ e la caratteristica di $A'$ è 3, mentre la caratteristica di $A$ è minore di 3: il sistema è impossibile.

b) Se $k=\dfrac{5}{4}$ il sistema dato diviene:

$$\begin{cases} \dfrac{5}{4}x+2y=2 \\ \dfrac{3}{2}x+3y=2 \\ \dfrac{5}{4}x+\dfrac{17}{4}y=\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

**Se moltiplichiamo per 4 la prima e la terza equazione e per 2 la seconda otteniamo**

$$\begin{cases} 5x+8y=8 \\ 3x+6y=4 \\ 5x+17y=2 \end{cases}.$$

**Risolviamo il sistema con il metodo di riduzione . Eliminiamo i termini in x nella seconda e nella terza equazione e otteniamo :**

$$\begin{cases} 5x+8y=8 \\ 6y=-4 \\ 9y=-6 \end{cases}$$

Osserviamo che la seconda e la terza equazione forniscono il valore di $y = -\frac{2}{3}$.

Sostituiamo il valore di $y$ nella prima equazione e otteniamo $x = \frac{8}{3}$.

**Conclusioni:**

Se $k \neq \frac{5}{4}$, il sistema è impossibile.

Se $k = \frac{5}{4}$, il sistema è determinato e la soluzione è $\left(\frac{8}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

**147** $\begin{cases} (k+1)x + 2(k-1)y - z = 1 \\ x - 2y + (k-1)z = 1 - k \\ y + z = k - 1 \end{cases}$ [se $k \neq -4$ e $k \neq 0$, sistema determinato: $\left(\frac{2(2k-k^2)}{k+4}; \frac{k^2}{k+4}; \frac{3k-4}{k+4}\right)$; se $k = -4$, sistema impossibile; se $k = 0$, sistema indeterminato: $\infty^1$ soluzioni $(-1-h; -1-h; h)$]

**154** $\begin{cases} 2x + ky + kz = 1 \\ (k+2)x + (k+2)y + 2kz = 2 \\ 2kx + (k+2)y + (k+2)z = 2 \end{cases}$ [se $k \neq -1$ e $k \neq 2$, sistema determinato: $\left(\frac{1}{2(k+1)}; \frac{1}{2(k+1)}; \frac{1}{2(k+1)}\right)$; se $k = -1$, sistema impossibile; se $k = 2$, sistema indeterminato; $\infty^2$ soluzioni: $\left(\frac{1}{2} - h - l; h; l\right)$]

**155** $\begin{cases} (2+3k)x + 5y + (2k+3)z = 2 + 3k \\ kx + y + z = k \\ x + ky + z = k^2 \end{cases}$ [se $k \neq -2$ e $k \neq 1$, sistema determinato: $\left(\frac{1}{k+2}; \frac{(k+1)^2}{k+2}; -\frac{k+1}{k+2}\right)$; se $k = -2$, sistema impossibile; se $k = 1$, sistema indeterminato; $\infty^2$ soluzioni: $(1 - h - l; h; l)$]

**198** $\begin{cases} x + y \operatorname{sen}\alpha + z\cos\alpha = \operatorname{sen}\alpha \\ x\cos\alpha + y - z\cos\alpha = -\cos\alpha \quad (\alpha \neq \pi + 2k\pi, \text{ con } k \in \mathbb{Z}) \\ x - y - z = \cos\alpha \end{cases}$

$x - y - 2z = 0$ [$(\operatorname{sen}\alpha; -\cos\alpha; \operatorname{sen}\alpha)$]

## Risolvere e discutere i seguenti sistemi lineari omogenei

**201)** $\begin{cases} kx - y - kz = 0 \\ kx - ky - z = 0 \\ kx - ky + (k-2)z = 0 \end{cases}$ **202)** $\begin{cases} (1+k)x + y - (2-k)z = 0 \\ 2x + y - kz = 0 \\ (3-k)x + y + (k-2)z = 0 \end{cases}$

**203)** $\begin{cases} x + hy + hz = 0 \\ hx + hy + z = 0 \\ x + y + hz = 0 \end{cases}$ **204)** $\begin{cases} (k-1)x + y + z = 0 \\ (k-2)y - z = 0 \\ y + (2-k)z = 0 \end{cases}$

**205)** $\begin{cases} x + hy - z - ht = k+1 \\ x + y - hz + (1-2h)t = 1 \\ y + z - 2t = -3k \end{cases}$