La cinematica del punto materiale

$$v_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} \Rightarrow \Delta s = v_m \cdot \Delta t \qquad \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m}$$

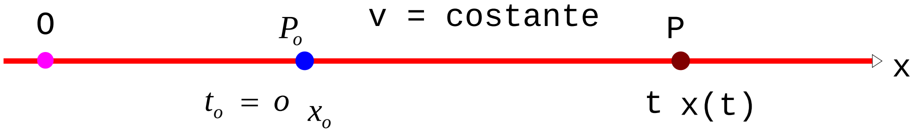
$$1\,\frac{km}{h} = 0,278\,\frac{m}{s} = \frac{5}{18}\,\frac{m}{s} \qquad\qquad 1\,\frac{m}{s} = 3,6\,\frac{km}{h} = \frac{18}{5}\,\frac{km}{h}$$

$$\bar{a} = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_1) - v(t)}{t_1 - t}$$ **accelerazione scalare media**

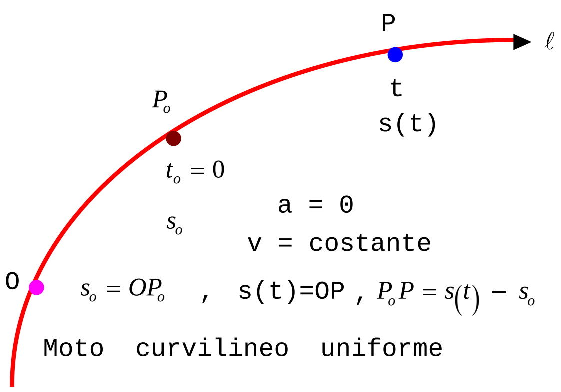
Moto uniforme su traiettoria prestabilita

$a = 0$ $\quad v = \text{costante}$ $\quad v = \dfrac{s(t) - s_o}{t}$ $\quad s(t) = s_o + vt$ **legge oraria del moto**

$x(t) = x_o + vt$ $\qquad v = \dfrac{x(t) - x_o}{t}$ $\qquad$ se il moto avviene lungo una retta



Moto rettilineo uniforme



Moto curvilineo uniforme

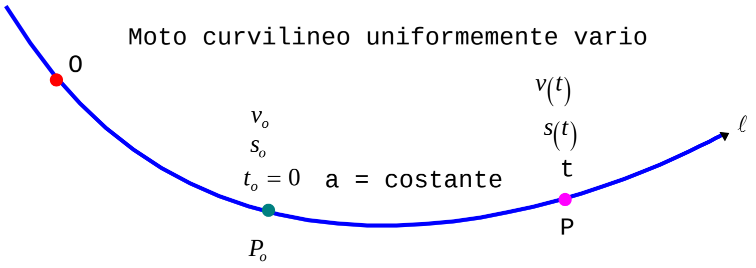
s_o (oppure x_o) è la ***posizione iniziale*** cioè la posizione occupata dal punto mobile quando inizia l'osservazione del moto.

Moto uniformemente vario su traiettoria prestabilita

a = **costante** $\quad \mathbf{v(t) = v_o + at}$

$$\mathbf{s(t) = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2} =$$

= **legge oraria del moto uniformemente vario**



$$\mathbf{v^2(t) = v_o^2 + 2a[s(t) - s_o]} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{v_f^2 = v_i^2 + 2a(s_f - s_i)}$$

Se risulta $s_o = 0$ ($P \equiv O$) le precedenti formule diventano:

a = **costante** , $\mathbf{v(t) = v_o + at} \quad \mathbf{s(t) = v_o t + \frac{1}{2}at^2} \quad \mathbf{v^2(t) = v_o^2 + 2a \cdot s(t)} \quad \mathbf{v_f^2 = v_i^2 + 2a \cdot s_f}$

Se risulta $s_o = 0$, $v_o = 0$ abbiamo :

a = **costante** $\quad \mathbf{v(t) = at} \quad \mathbf{s(t) = \frac{1}{2}at^2} \quad \mathbf{v^2(t) = 2a \cdot s(t)} \quad \mathbf{v_f^2 = 2a \cdot s_f}$

Caduta dei gravi nel vuoto

E' il moto di un punto (detto **grave**) soggetto all'azione gravitazionale della terra. Se abbiamo la caduta verticale verso il basso e la traiettoria descritta dal grave è orientata verso il basso, se poniamo

$g = 9{,}8\frac{m}{s^2}$ abbiamo :
$$\begin{cases} \mathbf{v = gt} \\ \mathbf{s = \frac{1}{2}gt^2} \\ \mathbf{v = \sqrt{2gs}} \end{cases}$$

Se il grave viene lanciato verticalmente verso l'alto, se la traiettoria descritta dal grave è orientata verso l'alto,

se poniamo $\mathbf{g = 9{,}8\frac{m}{s^2}}$ abbiamo:
$$\begin{cases} \mathbf{v = v_o - gt} \\ \mathbf{s = v_o t - \frac{1}{2}gt^2} \\ \mathbf{v^2 = v_o^2 - 2gs} \end{cases}$$

La misura degli angoli in radianti

$$\mathbf{\alpha^R \cdot r : \pi r = \alpha° : 180°} \qquad \mathbf{\alpha^R : \pi = \alpha° : 180°} \qquad \mathbf{\alpha^R = \frac{\alpha°}{180°} \cdot \pi} \qquad \mathbf{\alpha° = \frac{\alpha^R}{\pi} \cdot 180°}$$

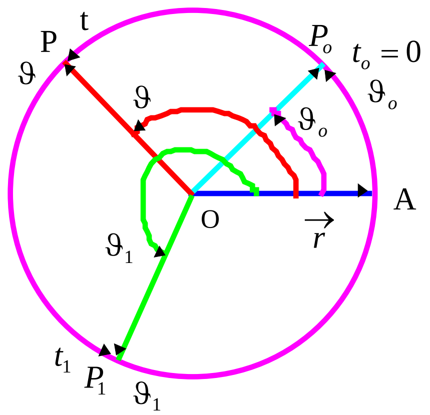
Moti periodici

T = periodo del moto periodico $f = \nu$ è la frequenza del moto periodico

$$f = \nu = \frac{n}{t} = \frac{\text{numero di eventi periodici che si verificano nel tempo t}}{t}$$

$$f = \nu = \frac{1}{T} \qquad f \cdot T = 1 \qquad \nu \cdot T = 1$$

Le variabili della cinematica rotazionale



$$\vartheta = \frac{\overset{\frown}{AP}}{r} = \frac{s}{r} \qquad [\ \Delta s = r\,\Delta\vartheta\ ] \qquad s = \vartheta r$$

$$\omega_m = \frac{\vartheta_1 - \vartheta}{t_1 - t} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$$ = **velocità angolare media** del punto **P** relativa all'intervallo di tempo $\Delta t = t_1 - t$

$$\omega = \lim_{t_1 \to t} \frac{\vartheta_1 - \vartheta}{t_1 - t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{v}{r}$$ = **velocità angolare istantanea** del punto P $v = \omega r$ dove **v** è la **velocità scalare** (o **velocità lineare**) del punto P .

$$\{\omega\} = \frac{\{\vartheta\}}{\{t\}} = \frac{\text{radiante}}{\text{secondo}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Se la velocità angolare è **costante** allora la velocità angolare media coincide con quella istantanea e possiamo scrivere : $\omega = \frac{\vartheta}{t}$ $\qquad \vartheta = \omega t \qquad \alpha_m = \frac{\omega_1 - \omega}{t_1 - t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} =$

= **accelerazione angolare media** del punto P relativa all'intervallo di tempo $\Delta t = t_1 - t$

$$\alpha = \lim_{t_1 \to t} \frac{\omega_1 - \omega}{t_1 - t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{v}{r}\right) = \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{a_t}{r}$$ = **accelerazione angolare istantanea del punto P**

$$a_t = \alpha \cdot r \qquad \{\alpha\} = \frac{\{\omega\}}{\{t\}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Se l'accelerazione angolare si mantiene costante , allora l'accelerazione angolare media coincide con quella istantanea . In questo caso possiamo scrivere : $\alpha = \frac{\omega}{t}$ $\qquad \omega = \alpha \cdot t$

Le **grandezze cinematiche rotazionali** e quelle **lineari** si corrispondono a due a due come risulta evidenziato dal seguente prospetto : $\vartheta \leftrightarrow s$ $\quad \omega \leftrightarrow v$ $\quad \alpha \leftrightarrow a_t$

- **Moto circolare uniforme** $\quad \omega$ = costante $\quad \vartheta = \vartheta_o + \omega_o t$ $\quad \alpha = 0$
- **Moto circolare uniformemente accelerato** $\quad \alpha$ = costante

$$\omega = \omega_o + \alpha t \qquad \vartheta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t + \vartheta_o \qquad \omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha(\vartheta - \vartheta_o)$$

moto su traiettoria prestabilita **a = costante**	moto rotatorio attorno ad un asse prestabilito α **= costante**
$v = v_o + at$	$\omega = \omega_o + \alpha t$
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + s_o$	$\vartheta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t + \vartheta_o$
$v^2 = v_o^2 + 2a(s - s_o)$	$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha(\vartheta - \vartheta_o)$
$s - s_o = \frac{v_o + v}{2} \cdot t$	$\vartheta - \vartheta_o = \frac{\omega_o + \omega}{2} \cdot t$

Moto circolare uniforme

In un qualsiasi moto circolare uniforme sono valide le seguenti relazioni:

$$a_t = 0 \ , \quad v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \omega r \ , \quad a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \ , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

La legge oraria nel moto circolare uniforme è: $\quad \vartheta(t) = \vartheta_o + \omega t$

Moto dei gravi nel vuoto

Si tratta di un moto piano con accelerazione vettoriale costante. In orizzontale il proiettile si muove di moto rettilineo uniforme, in verticale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione di gravità $\vec{g}$ dovuta all'azione della forza peso.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_{ox} = v_o \cdot \cos\vartheta \\ v_y = v_{oy} - gt = v_o \sin\vartheta - gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x = v_{ox} t = (v_o \cos\vartheta) \cdot t \\ y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = (v_o \sin\vartheta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Le equazioni orarie dei due moti componenti sono:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{v_{ox} t} \\ \mathbf{y} = \mathbf{v_{oy} t} - \dfrac{1}{2}\mathbf{g t^2} \end{cases}$$

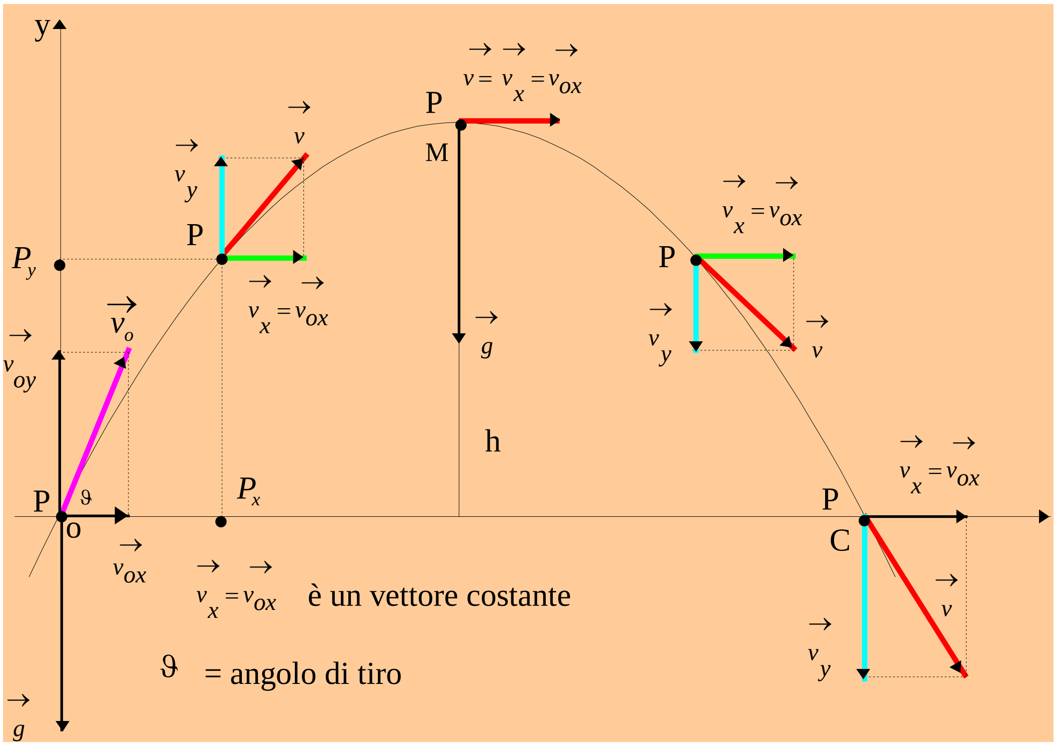
Queste sono le equazioni parametriche della traiettoria descritta dal proiettile

Eliminando il parametro t otteniamo l'equazione cartesiana della traiettoria.

$t = \dfrac{x}{v_{ox}}$ $\qquad \mathbf{y} = -\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\mathbf{g}}{\mathbf{v_{ox}^2}}\cdot\mathbf{x^2} + \dfrac{\mathbf{v_{oy}}}{\mathbf{v_{ox}}}\cdot\mathbf{x}$ che può essere scritta nella seguente forma:

$\mathbf{y} = -\dfrac{1}{2}\cdot\mathbf{g}\cdot\dfrac{1}{\mathbf{v_o^2\cos^2\vartheta}}\cdot\mathbf{x^2} + \mathbf{tg\,\vartheta\cdot x}$ $\qquad$ essendo : $tg\,\vartheta = \dfrac{v_{oy}}{v_{ox}}$ $\qquad v_{ox} = v_o\cos\vartheta$

Si tratta di una parabola ad asse verticale con la concavità rivolta verso il basso, passante per l'origine degli assi cartesiani ed avente il vertice nel punto $\mathbf{M}\left(\dfrac{\mathbf{v_{ox}\cdot v_{oy}}}{\mathbf{g}}\,,\,\dfrac{\mathbf{v_{oy}^2}}{\mathbf{2g}}\right)$



$\mathbf{y} = -\dfrac{1}{2}\cdot\mathbf{g}\cdot\dfrac{1}{\mathbf{v_o^2\cos^2\vartheta}}\cdot\mathbf{x^2} + \mathbf{tg\,\vartheta\cdot x}$ = **equazione cartesiana della traiettoria**

$\mathbf{OC = G = x_C} = 2\cdot\dfrac{\mathbf{(v_o\cos\vartheta)\cdot(v_o\sin\vartheta)}}{\mathbf{g}} = \dfrac{\mathbf{v_o^2}}{\mathbf{g}}\cdot\mathbf{\sin 2\vartheta}$ = **gittata**

$$h = \frac{1}{2}\frac{v_{oy}^2}{g} = \frac{v_o^2}{2g}\sin^2\vartheta = \frac{1}{4}G \cdot tg\vartheta$$ = **altezza di tiro**

$$t = \frac{2v_{oy}}{g} = \frac{2v_o \cdot \sin\vartheta}{g}$$ = tempo di ricaduta al suolo $t = 2t_s$

$$t_s = \frac{v_{oy}}{g}$$ tempo necessario per raggiungere la massima altezza

$$\begin{cases} v_{ox} = v_o \cdot \cos\vartheta \\ v_{oy} = v_o \cdot \sin\vartheta \end{cases} \qquad v_y^2 = v_{oy}^2 - 2gy \qquad v^2 = v_o^2 - 2gy$$

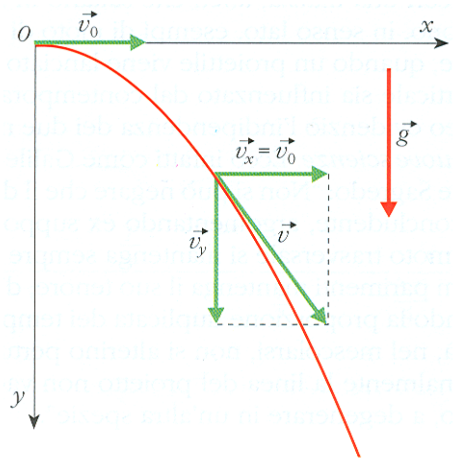
Moto di un proiettile sparato orizzontalmente

Le equazioni parametriche della traiettoria descritta dal proiettile sono:

$$\begin{cases} x = v_0\, t \\ y = \frac{1}{2} g\, t^2 \end{cases}$$

Eliminando il parametro t otteniamo l'equazione cartesiana della traiettoria.

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$



La dinamica del punto materiale

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m} \times \vec{\mathbf{a}} = \mathbf{m} \cdot \frac{(\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i)}{\mathbf{t}_f - \mathbf{t}_i} = \mathbf{m} \cdot \frac{\Delta \vec{\mathbf{v}}}{\Delta \mathbf{t}}$$ = seconda legge della dinamica

$$1\mathbf{Kg_p} = 9{,}8\,\mathbf{N} \quad , \quad 1\,\mathbf{N} = 0{,}102\,\mathbf{Kg_p}$$

Se un corpo A esercita sul corpo B una forza $\vec{F}_{BA}$ il corpo B esercita sul corpo A una forza $\vec{F}_{AB}$ uguale e contraria.>>

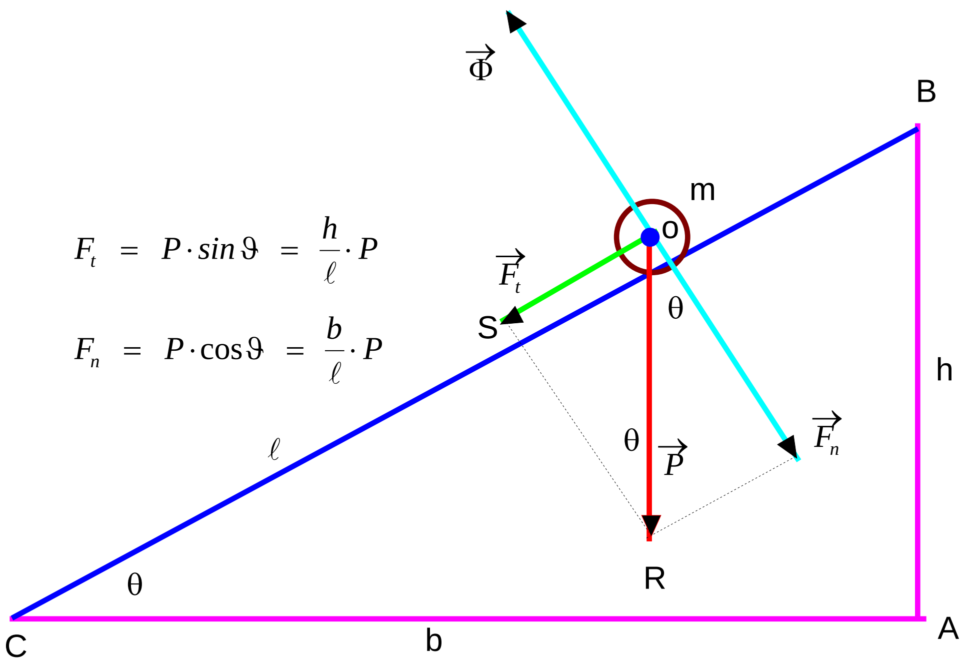
$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ cioè $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = \vec{o}$ terza legge della dinamica

$\vec{\mathbf{P}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{g}}$ peso di un corpo di massa **m**

Il piano inclinato

$$F_t = P \cdot \sin\vartheta = \frac{h}{\ell} \cdot P$$

$$F_n = P \cdot \cos\vartheta = \frac{b}{\ell} \cdot P$$



$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{h}}{\ell} \cdot \mathbf{g} = \mathbf{g} \cdot \sin\vartheta$ $\quad \mathbf{P_t} = \mathbf{P_x} = \mathbf{F_t} = \mathbf{P} \cdot \sin\vartheta = \frac{\mathbf{h}}{\ell} \cdot \mathbf{P}$ $\quad \mathbf{P_y} = \mathbf{P_n} = \mathbf{F_n} = \mathbf{P} \cdot \cos\vartheta = \frac{\mathbf{b}}{\ell} \cdot \mathbf{P}$

$\mathbf{v} = \sqrt{2 \cdot \frac{\mathbf{h}}{\ell} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{s}} = \sqrt{2\mathbf{as}}$ = **velocità del punto materiale dopo avere percorso s metri**

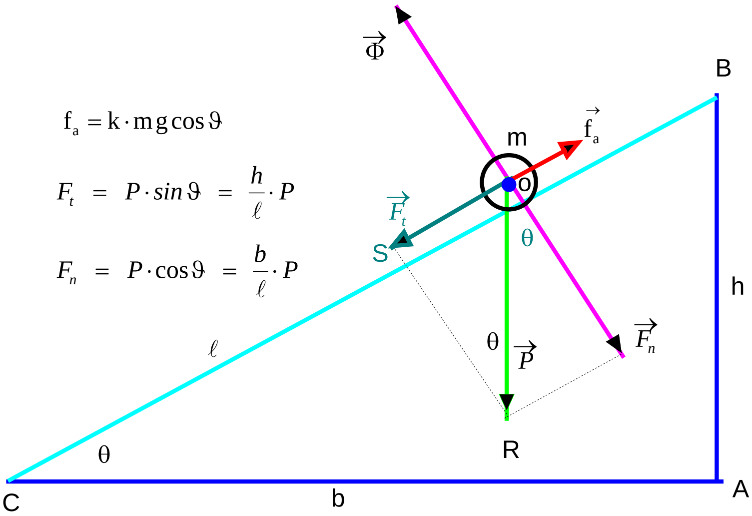
$s = \ell \Rightarrow \mathbf{v} = \sqrt{2\mathbf{gh}}$ = **velocità del punto materiale dopo avere percorso ℓ metri** =

= velocità del punto materiale ai piedi del piano inclinato, cioè nel punto **C**

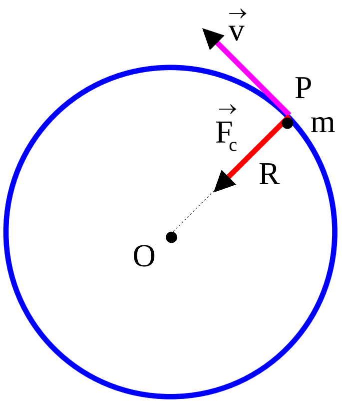
Se il piano inclinato presenta attrito, se il coefficiente di attrito è k, le precedenti relazioni diventano:

$f_a = k \cdot m g \cos\vartheta = k \cdot m g \cdot \frac{b}{\ell}$ $\quad \vec{F}_t + \vec{f}_a = m\vec{a}$ $\quad F_t - f_a = ma$ $\quad m g \sin\vartheta - k m g \cos\vartheta = m a$

$g \sin\vartheta - k g \cos\vartheta = a$ $\quad \boxed{a = (\sin\vartheta - k\cos\vartheta) g}$ $\quad a = 0 \Rightarrow \sin\vartheta - k\cos\vartheta = 0 \Rightarrow \boxed{k = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} = \operatorname{tg}\vartheta}$



La forza centripeta



Un punto materiale P di massa m si muove di moto circolare uniforme. Esso è soggetto ad una **forza centripeta** di modulo costante pari a: $\mathbf{F_c = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R = \frac{4\pi^2 m R}{T^2}}$.

Il punto materiale non possiede accelerazione tangenziale e quindi **non è soggetto ad alcuna forza tangenziale**.

Impulso e quantità di moto

$\vec{q} = \vec{p} = m\vec{v}$ = quantità di moto **della massa m avente velocità** $\vec{v}$

$\vec{\mathcal{J}} = \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{F} \cdot (t_2 - t_1) = \vec{F} \cdot (t_f - t_i)$ = impulso $\vec{\mathcal{J}}$ della forza $\vec{F}$ relativo all'intervallo di tempo Δt

$\vec{\mathcal{J}} = \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{q}_f - \vec{q}_i = \Delta\vec{q}$ = **teorema dell'impulso**

<<**La variazione della quantità di moto $\Delta \vec{q} = \vec{q}_f - \vec{q}_i$ di un punto materiale soggetto all'azione di una forza $\vec{F}$ nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ è uguale all'impulso corrispondente**>> $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{q}}{\Delta t}$

$\vec{\mathbf{Q}} = \mathbf{m}_1 \vec{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{m}_2 \vec{\mathbf{v}}_2 + \mathbf{m}_3 \vec{\mathbf{v}}_3 + \cdots\cdots = \vec{\mathbf{q}}_1 + \vec{\mathbf{q}}_2 + \vec{\mathbf{q}}_3 + \cdots\cdots$ = quantità di moto totale del sistema

Teorema di conservazione della quantità di moto

In un sistema isolato si mantiene costante la quantità di moto totale $\vec{Q}$.

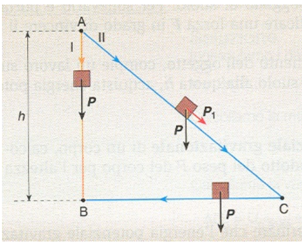
Lavoro compiuto da una forza

$\mathbf{L = \vec{F} \times \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos\vartheta} \qquad 0 \le \vartheta \le 180° \qquad \vartheta = 90° \;\Rightarrow\; \mathbf{L = \vec{F} \times \vec{s} = F \cdot s}$

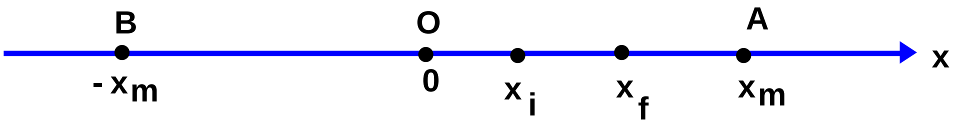
L'unità di misura del lavoro è il **joule** (J)

Lavoro compiuto dalla forza peso

$\mathbf{L(A \to B) = Fs = Ph = mgh}$



Lavoro compiuto dalla forza elastica di richiamo

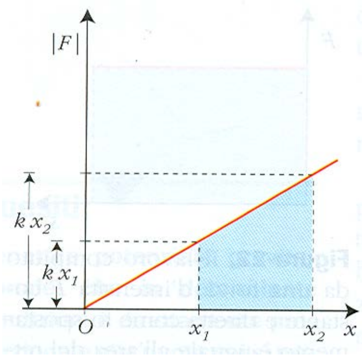


$\mathbf{L = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2}$ è il lavoro compiuto dalla forza elastica $\mathbf{F = -k \cdot x}$ quando il blocco si sposta da una posizione iniziale x_i ad una posizione finale x_f .

$\mathbf{L_{O \to x}(\vec{F}) = L = -\frac{1}{2}kx^2}$ lavoro compiuto dalla forza elastica $\mathbf{F = -k \cdot x}$ quando sposta il suo punto di applicazione dalla posizione di equilibrio O alla posizione $\mathbf{x}$

Più in generale, se l'allungamento della molla aumenta da x_1 ad x_2 il lavoro compiuto dalla forza elastica vale: $\mathbf{L = \frac{1}{2}k\,x_1^2 - \frac{1}{2}k\,x_2^2}$

L'**area del trapezio colorato cambiata di segno rappresenta il lavoro compiuto dalla forza elastica** $F = -k \cdot x$ di una molla quando sposta la particella dalla posizione iniziale x_1 alla posizione finale x_2.



$\mathbf{U = \frac{1}{2} k x^2}$ è l'energia potenziale di una molla deformata (cioè allungata o accorciata) del tratto x, quando assumiamo la posizione O di equilibrio del blocco come punto avente energia potenziale nulla. Sotto queste ipotesi l'energia potenziale di una molla è sempre positiva.

Potenza

$\mathbf{W_m = \frac{L}{\Delta t}}$ potenza media cioè **potenza della forza F** relativa all'intervallo di tempo Δt

$\mathbf{W = \frac{dL}{dt} = \frac{\vec{F} \times d\vec{s}}{dt} = \frac{\vec{F} \times \vec{v}\, dt}{dt} = \vec{F} \times \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos\vartheta}$ potenza all'istante t $1\,watt = \frac{1\,joule}{1\,secondo}$

Energia cinetica

$\mathbf{K = E_c = \frac{1}{2} m v^2}$ energia cinetica di una massa **m** avente velocità $\vec{v}$

si misura in **joule** (J)

Teorema di variazione dell'energia cinetica

$$\mathbf{L_{AB}\left(\vec{F}\right) = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = K_f - K_i = \Delta K = \Delta E_c} \qquad [4]$$

<<**Il lavoro compiuto dal risultante $\vec{F}$ di tutte le forze agenti sulla massa m lungo un arco di traiettoria AB è uguale alla variazione dell'energia cinetica subita dalla massa m quando passa dalla posizione iniziale A alla posizione finale B**>>.

Il teorema della variazione dell'energia cinetica vale sia per le **forze conservative** sia per le **forze non conservative**.

$$\mathbf{L_{i \to f}\left(\vec{F}\right) + L_{i \to f}\left(\vec{f}_a\right) = \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2}$$

se sulla massa m agisce anche la forza di attrito $\vec{f}_a$.

Energia potenziale

Quando la massa m passa dalla posizione A alla posizione O le forze del campo compiono un lavoro detto energia potenziale della massa m. In simboli abbiamo:

$$\mathbf{U}(\mathbf{A}) = \mathbf{U}_{\mathbf{A}} = \mathbf{E}_{\mathbf{P}}(\mathbf{A}) = \mathbf{L}_{\mathbf{A}\to\mathbf{O}}(\vec{\mathbf{F}})$$

La posizione O è detta **posizione di riferimento** o posizione zero

<< **la variazione dell'energia potenziale cambiata di segno rappresenta il lavoro compiuto dalle forze del campo quando la massa m passa dalla posizione iniziale A a quella finale B**>>

$$\mathbf{L}_{\mathbf{A}\to\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{F}}) = \mathbf{U}_{\mathbf{i}} - \mathbf{U}_{\mathbf{f}} = -(\mathbf{U}_{\mathbf{f}} - \mathbf{U}_{\mathbf{i}}) = -\Delta\mathbf{U}$$

$U(A) = G\cdot\dfrac{M\,m}{r^2}$ potenziale della massa **m** posta nel campo di forze conservative creato dalla **M** La **posizione di riferimento** o posizione zero è un punto posto all'infinito $F(\infty) = 0$

L'energia potenziale della massa m distante r dalla massa **M** che crea il campo radiale è data da: $U(A) = -G\cdot\dfrac{M\,m}{r}$ $\qquad O \equiv P_\infty$

Quando la massa **m** passa dalla posizione iniziale **A** alla posizione finale **B** abbiamo:

$$L_{A\to B}(\vec{F}) = U_A - U_B = G\,M\,m\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

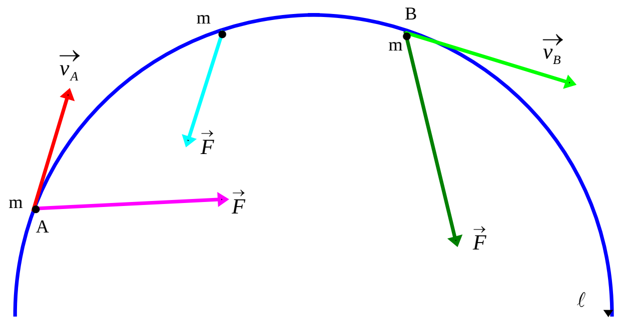
L'energia potenziale della massa m soggetta alla forza $\vec{F} = -k\,\vec{s}$, posta alla distanza s da O posizione zero, vale $\mathbf{U}(\mathbf{s}) = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{k}\,\mathbf{s}^2$

Teorema di conservazione dell'energia meccanica totale

<<**Per un corpo soggetto soltanto a forze conservative si mantiene costante, istante per istante, la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale.**>>

$$\mathbf{U}_{\mathbf{B}} + \mathbf{K}_{\mathbf{B}} = \mathbf{U}_{\mathbf{A}} + \mathbf{K}_{\mathbf{B}} = \mathbf{U} + \mathbf{K} = \mathbf{E}$$

La somma dell'energia potenziale e dell'energia cinetica è chiamata energia meccanica totale della massa m.



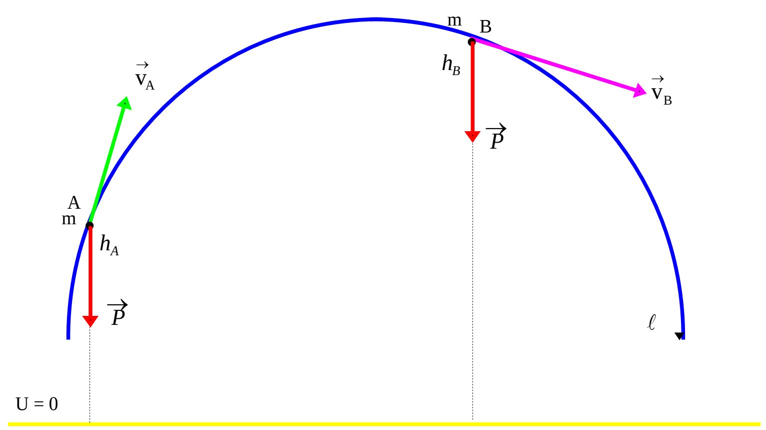
Se sulla massa m agisce anche la forza di attrito $\vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{a}}$ abbiamo:

$\Delta K + \Delta U = K_f - K_i + U_f - U_i = L_{i \to f}\left(\vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{a}}\right)$ se sulla massa m agisce anche la forza di attrito $\vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{a}}$.

$\Delta K + \Delta U = K_f - K_i + U_f - U_i = 0$ per sole forze conservative.

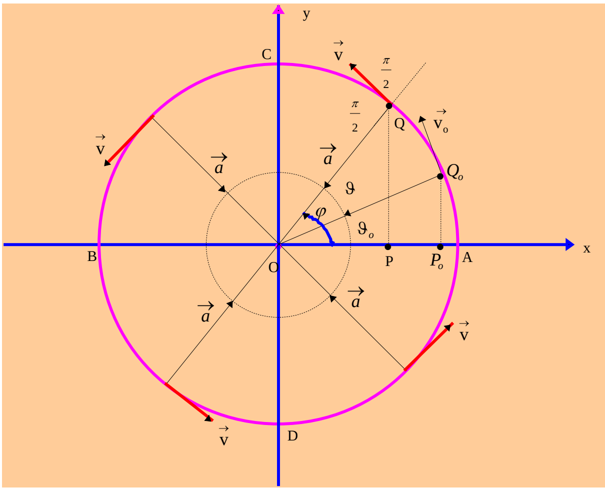
Nel caso in cui la massa **m** si muove in prossimità della terra ed è soggetta alla sola forza peso, l'equazione $\Delta K + \Delta U = K_f - K_i + U_f - U_i = 0$ assume la forma:

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B = \frac{1}{2} m v^2 + m g h = E$$



Il moto armonico semplice

Sia **Q** un punto che sulla circonferenza σ di centro O e raggio **r** si muove di moto circolare uniforme. Il moto del punto **P**, proiezione ortogonale del punto **Q** su un diametro qualsiasi, dicesi moto armonico semplice.

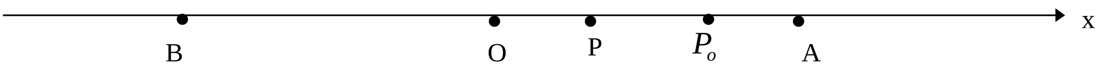


O = centro di oscillazione, $r = \overline{OA}$ = ampiezza del moto armonico

$x = \overline{OP}$ = elongazione , ϑ_o = fase iniziale

$\varphi = \vartheta + \vartheta_o = \omega t + \vartheta_o$ = fase del moto armonico

In generale possiamo dire che è il moto di un punto materiale che si muove lungo una retta con legge oraria: $\mathbf{x = r \cdot \cos(\omega t + \vartheta_o)}$



$\mathbf{v_x = -r\omega \sin(\omega t + \vartheta_o) = -\omega y}$ $\mathbf{a_x = -r\omega^2 \cos(\omega t + \vartheta_o) = -\omega^2 x}$

Caso particolare

$\vartheta_o = 0$, cioè all'istante iniziale $Q \equiv P \equiv A$. I diagrammi delle funzioni $x(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$ in questo caso particolare sono indicati in figura.

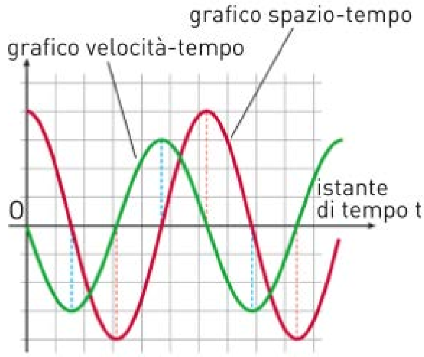
$$\begin{cases} \mathbf{x = r \cdot \cos\omega t = r \cdot \cos\vartheta} \\ \mathbf{v_x = -r\omega \cdot \sin\omega t = -r\omega \times \sin\vartheta = -\omega y} \\ \mathbf{a_x = -r\omega^2 \cdot \cos\omega t = -r\omega^2 \times \cos\vartheta = -\omega^2 x} \end{cases}$$

Caso particolare

$\vartheta_o = 0$, cioè all'istante iniziale $Q \equiv P \equiv A$. I diagrammi delle funzioni $x(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$ in questo caso particolare sono indicati in figura.

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\omega t = r \cdot \cos\vartheta \\ v_x = -r\omega \cdot \sin\omega t = -r\omega \times \sin\vartheta = -\omega y \\ a_x = -r\omega^2 \cdot \cos\omega t = -r\omega^2 \times \cos\vartheta = -\omega^2 x \end{cases}$$

Per il caso semplice valgono i seguenti grafici:



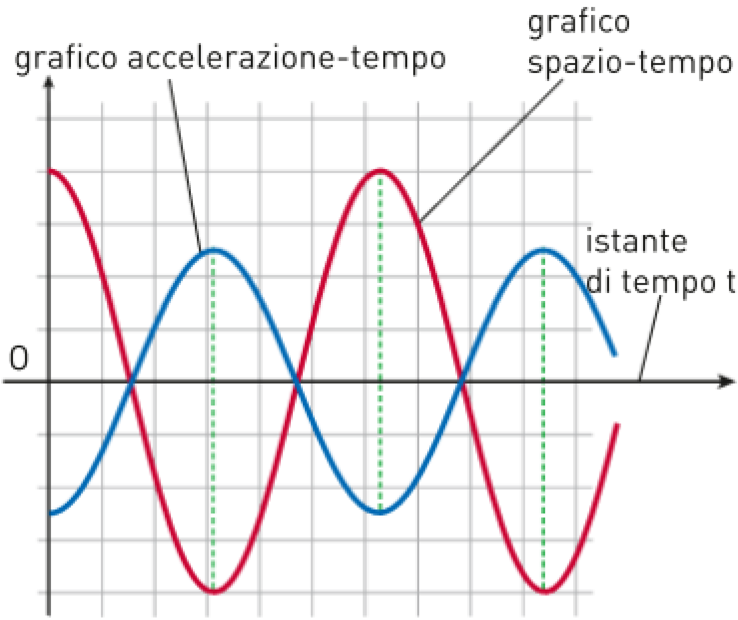


Grafico accelerazione-tempo del moto armonico confrontato con il corrispondente grafico spazio-tempo.

$f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ **frequenza** = numero di oscillazioni complete compiute dal punto P in un secondo

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ = periodo = tempo necessario perché il punto P compia una oscillazione completa

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ = pulsazione o frequenza angolare e coincide con la velocità angolare del punto Q

Periodo e frequenza nel moto armonico semplice e nel moto circolare uniforme associato coincidono

La dinamica del moto armonico semplice

Se **m** è la massa del punto **P** che si muove di moto armonico, abbiamo: [1]

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}_x = -\omega^2 m \cdot \vec{x} = -k \cdot \vec{x}$$

Risulta : $\{k\} = \dfrac{\{F\}}{\{x\}} = \dfrac{N}{m}$ $\quad k = \omega^2 m \quad \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m\,x}{F}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{a_x}} \qquad v = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{F}{m x}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a_x}{x}}$$

Energia associata al moto armonico

$$E_c = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \cdot \sin^2(\omega t + \vartheta_o) = \frac{1}{2}m\,k\,r^2 \cdot \sin^2(\omega t + \vartheta_o) = \frac{1}{2}m\,\omega^2(r^2 - x^2) == \textbf{energia cinetica}$$

$U = E_p = \dfrac{1}{2}k\,x^2 + C \quad x = 0 \Rightarrow U(0) = C = 0 \qquad U = E_p = \dfrac{1}{2}k\,x^2$ cioè si assume come **energia potenziale nulla** quella corrispondente ad una forza nulla; nel caso nostro $F(0) = 0$.

$$U = E_p = \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}k\,r^2 \cdot \cos^2(\omega t + \vartheta_o) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \cdot \cos^2(\omega t + \vartheta_o) = \frac{1}{2}m\,\omega^2 x^2 =$$

Energia potenziale

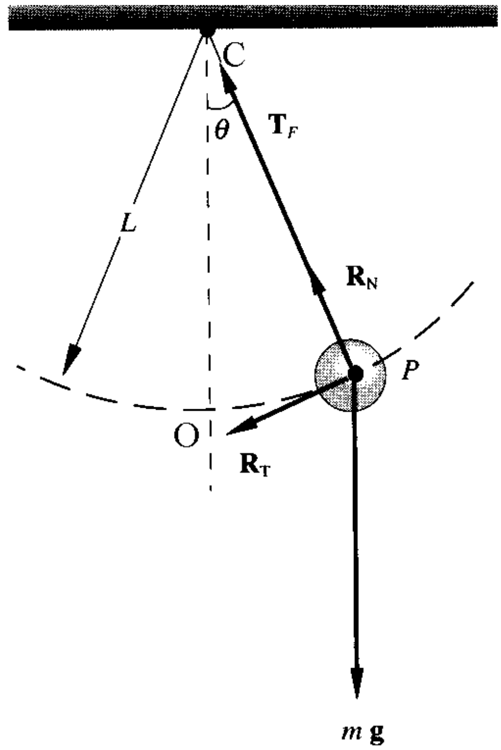
E = **energia meccanica totale** = $E_c + E_p = \dfrac{1}{2}m\omega^2(r^2 - x^2) + \dfrac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \dfrac{1}{2}m\omega^2 r^2 = \dfrac{1}{2}k\,r^2$

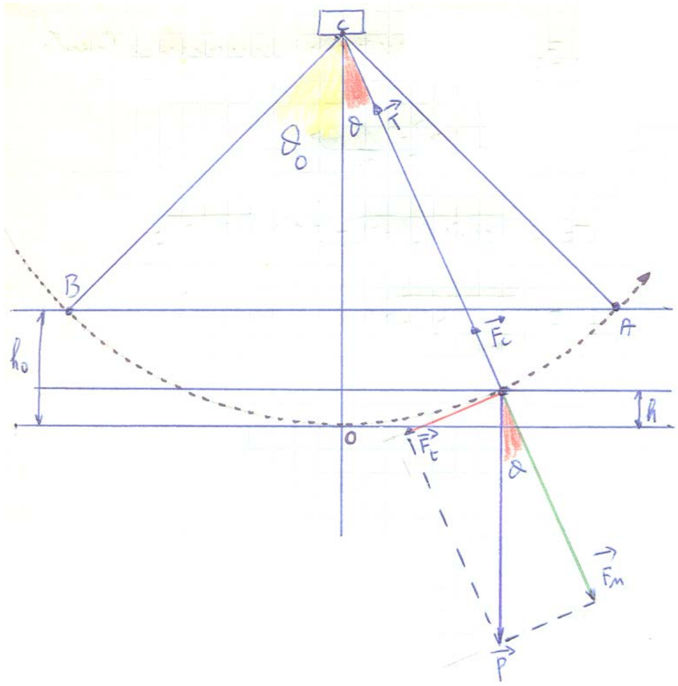
In generale abbiamo : $\quad E_c + E_p = \dfrac{1}{2}m\,v_x^2 + \dfrac{1}{2}k\,x^2 = \dfrac{1}{2}k\,r^2$ e quindi anche:

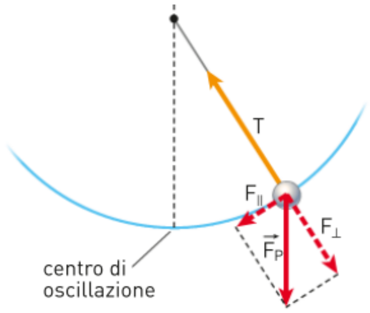
$$v_x^2 = \frac{k}{m}(r^2 - x^2) \qquad v_x = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(r^2 - x^2)}$$

[1] $\vec{F} = -k\,\vec{x} = -k(P - O)$ $\vec{F}$ ha verso opposto al vettore posizione $P - O$

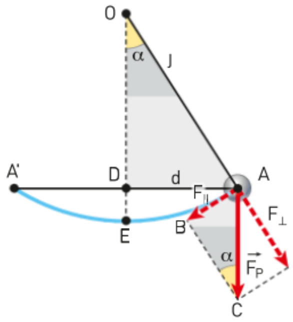
Il pendolo semplice







Le forze che agiscono sulla pallina del pendolo sono la forza-peso $\vec{F_P}$ e la tensione $\vec{T}$ del filo.



$\vec{P} + \vec{T} = \vec{R} = m\vec{a}$ $\quad$ $\vec{P}_t = \vec{R}_t = m \cdot \vec{a}_t$ $\quad$ $\vec{P}_n + \vec{T} = \vec{R}_n = m \cdot \vec{a}_n$

$R_t = P_t = -mg\sin\vartheta = ma_t$ $\quad$ $R_n = T_n - P_n = T_n - mg\cos\vartheta = ma_n = m\dfrac{v^2}{l}$

$$T = mg\cos\vartheta + m \cdot \frac{v^2}{l} \quad = \text{tensione istantanea del filo}$$

$R_n = T - P_n = m \cdot a_c = m \cdot \dfrac{v^2}{\ell}$ = forza centripeta = forza necessaria per mantenere il pendolo lungo un arco di circonferenza di centro C e raggio ℓ .

Velocità e tensione del pendolo all'istante t

$\mathbf{v = \sqrt{2g(h_o - h)}}$ $\quad$ $\mathbf{v = \sqrt{2g\ell \cdot (\cos\vartheta - \cos\vartheta_o)}}$ $\quad$ $\mathbf{T = mg(3\cos\vartheta - 2\cos\vartheta_o)}$

- Per piccole oscillazioni ($\vartheta < 5°$) è lecito porre: $\mathbf{\sin\vartheta = \vartheta = \frac{s}{\ell}}$ ottenendo

$\mathbf{a_t = -\frac{g}{\ell} \cdot s = -\omega^2 \cdot s}$ avendo posto: $\mathbf{\omega^2 = \frac{g}{\ell}}$

Per ϑ sufficientemente piccolo la forza $\vec{P}_t$ agente su **m** assume la forma:

$$\mathbf{P_t = m \cdot a_t = -m \cdot \frac{g}{\ell} \cdot s = -m\omega^2 \cdot s = -k \cdot s} \qquad [7]$$

$$k = m\omega^2 \ , \ \omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{\ell} \ , \ \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \ , \ \omega = \frac{2\pi}{T} \ , \ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \ , \ g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2} \qquad [8]$$

Per piccoli spostamenti il moto del pendolo semplice è armonico in quanto $\vec{P}_t$ è una forza elastica di richiamo cioè del tipo $\mathbf{\vec{P}_t = -k \cdot \vec{s}}$.

Urti elastici unidimensionali

In un urto elastico si conservano la quantità di moto e l'energia cinetica.

Le masse delle sfere sono m_1 ed m_2, le loro velocità sono rispettivamente $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ prima dell'urto ed $\vec{u}_1$ e $\vec{u}_2$ dopo l'urto. Per il **principio di conservazione della quantità di moto** di un sistema isolato, possiamo scrivere: $\mathbf{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2}$

In termini scalari abbiamo: $\mathbf{m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2}$

dove v_1, v_2, u_1, u_2 sono valori algebrici p

Dalla **conservazione dell'energia cinetica** abbiamo: $\mathbf{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2}$

Risolvendo il sistema otteniamo:

$$\mathbf{u_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}} \qquad \mathbf{u_2 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_2 + 2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}}$$

Casi particolari

$m_1 = m_2 \quad \Rightarrow \quad u_1 = v_2 \;\; ; \;\; u_2 = v_1$ **Le sfere, dopo l'urto, si scambiano le velocità**

$v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \qquad u_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$

$m_1 = m_2 \;,\; v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0 \;,\; u_2 = v_1$

La prima sfera si ferma di colpo, mentre la seconda sfera scatta via con la velocità che possedeva la prima sfera.

Urto anelastico unidimensionale

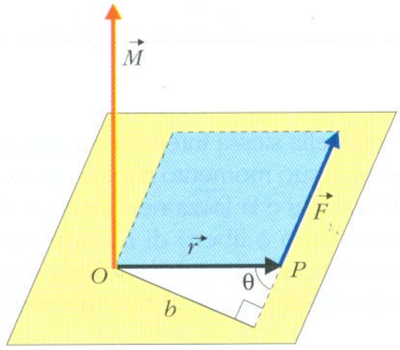
Si conserva soltanto la quantità di moto:

$u = \dfrac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ dove $\mathbf{u}$, v_1 e v_2 sono valori algebrici.

Momento di una forza rispetto ad un punto

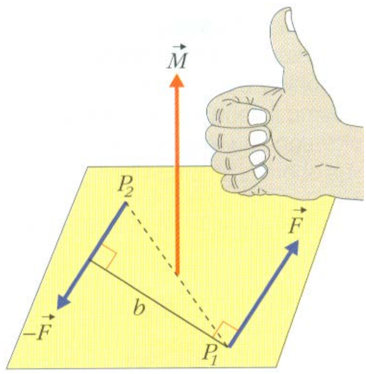
$$\vec{M} = (P - O) \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

$$M = F \cdot OP \cdot \sin\vartheta = F \cdot b$$

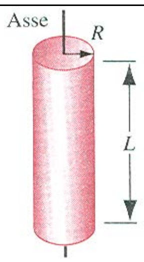
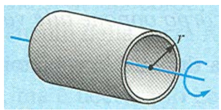
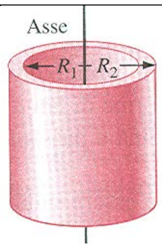
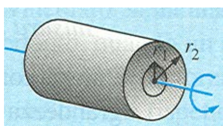


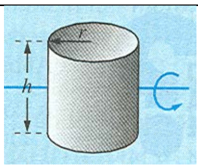
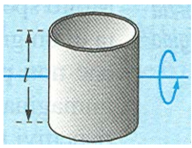
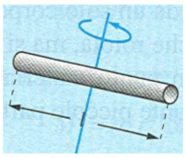
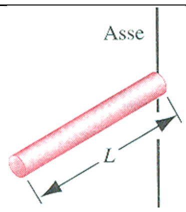
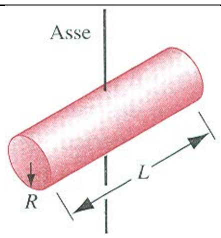
Momento di una coppia di forze

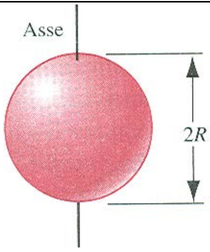
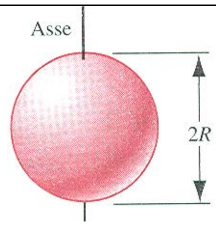
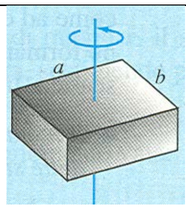
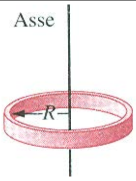
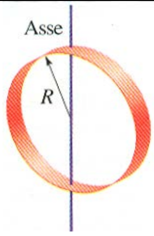
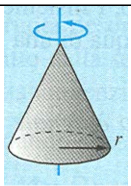
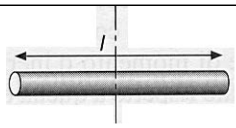
Il momento $\vec{M}$ di una coppia di forze $\vec{F}$ e $-\vec{F}$, di braccio b, è il vettore $\vec{M}$ di modulo $M = F \cdot b$, perpendicolare al piano della coppia, orientato come il pollice della mano destra quando le altre dita si avvolgono nel verso della rotazione prodotta dalla coppia.



Momenti d'inerzia di alcuni corpi rigidi

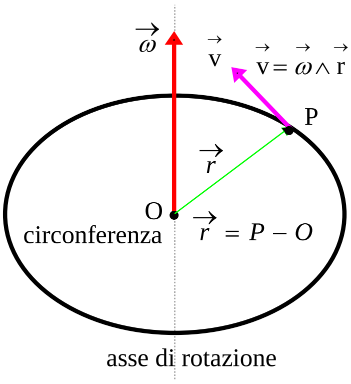
 $I = \frac{1}{2} m R^2$ Cilindro pieno (o disco) rispetto all'asse del cilindro	 Strato cilindrico sottile Cilindro Cavo rispetto all'asse del cilindro $I = m r^2$
	 Cilindro Cavo

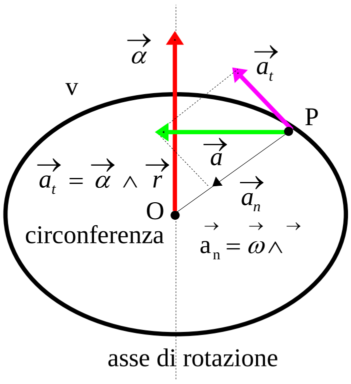
Guscio cilindrico rispetto all'asse del cilindro $I = \frac{1}{2}m\left(R_1^2 + R_2^2\right)$	$I = \frac{1}{2}m\left(r_1^2 + r_2^2\right)$
 **cilindro pieno** (o **disco**) rispetto ad un asse diametrale passante per il centro di massa $I = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}mh^2$	 **Tubo sottile** $I = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$
 **Sbarra omogenea** di lunghezza ℓ e massa m con asse di rotazione perpendicolare alla sbarra nel suo centro $I = \frac{1}{12}m\ell^2$	 $I = \frac{1}{3}m\ell^2$ **Sbarra omogenea** di lunghezza ℓ e massa m con asse di rotazione perpendicolare alla sbarra in uno degli estremi
 **Cilindro pieno** (o **disco**) rispetto ad un asse diametrale passante per il centro di massa $I = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2$	**Cilindro pieno con asse di rotazione** coincidente con una generatrice del cilindro. $I = \frac{3}{2}mr^2$

 $I = \frac{2}{5} m R^2$ **Sfera piena** di raggio r e massa m con asse di rotazione coincidente con un qualsiasi diametro	 $I = \frac{2}{3} m R^2$ **Sfera cava** con guscio sottile con asse di rotazione coincidente con un qualsiasi diametro
Sfera piena di raggio r e massa m rispetto ad una qualsiasi retta tangente alla sfera $I = \frac{7}{5} m r^2$	 **Parallelepipedo o lastra** rispetto ad un asse perpendicolare passante per il centro $I = \frac{1}{12} m \left(a^2 + b^2\right)$
 $I = m r^2$ **Anello** di raggio r con asse di rotazione coincidente con l'asse di simmetria dell'anello	 **Anello** rispetto ad un asse diametrale $I = \frac{1}{2} m R^2$
 $I = \frac{3}{10} m r^2$ **Cono circolare** retto con la base di raggio r con l'asse di rotazione coincidente con asse del cono	 $I = \frac{1}{12} m \cdot \ell^2$ Asta sottile rispetto ad un asse di rotazione perpendicolare all'asse dell'asta e passante per il suo centro di massa.

$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$ $\qquad$ $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \wedge \vec{r}$ $\qquad$ $\vec{a}_n = \vec{\omega} \wedge \vec{v}$

$\vec{\omega}$ ed $\vec{\alpha}$ possono essere pensati applicati in **P** in quanto sono vettori liberi .





Energia cinetica di un corpo rigido che ruota attorno ad un asse fisso

$\mathbf{E_c = K = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2}$ $\quad \mathcal{J}$ = momento d'inerzia del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione

Energia cinetica di un corpo rigido che ruota e trasla

$$\mathbf{E_c = K = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2}\mathcal{J}_C \omega^2}$$ **teorema di KÖnig**

$\mathbf{E_c = K = \frac{1}{2} m v_C^2}$ = energia cinetica del corpo rigido

$\mathbf{\frac{1}{2}\mathcal{J}_C \omega^2}$ = energia cinetica rotazionale

Il teorema dell'asse parallelo o Teorema di Huygens-Steiner o del trasporto dei momenti d'inerzia

Il **momento d'inerzia** di un corpo rigido rispetto ad un asse di rotazione **z** è uguale al momento d'inerzia dello stesso corpo rigido rispetto ad una retta **r** parallela a **z** e passante per il centro di massa **C** del corpo rigido più il termine $m \cdot d^2$:

$$\mathcal{J}_z = \mathcal{J}_{z'} + m d^2 \qquad \mathcal{J}_z = \mathcal{J}_{cdm} + m d^2$$

$\mathcal{J}_z$ = momento d'inerzia del corpo rigido di massa m rispetto all'asse di rotazione z

$\mathcal{J}_{cdm}$ = momento d'inerzia del corpo rigido rispetto ad un asse z' parallelo a z e passante per il centro di massa del corpo rigido

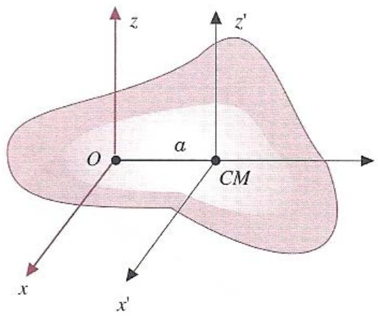
d = distanza tra le due rette parallele z e z'

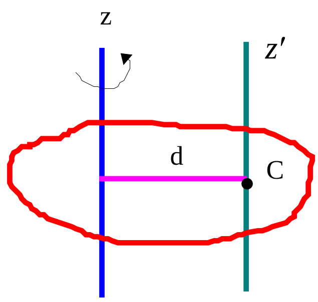
$$\mathcal{J}_z = \mathcal{J}_{z'} + m \cdot a^2$$

$$\mathcal{J}_z = \mathcal{J}_{cdm} + m \cdot a^2$$

$$\mathcal{J}_z = \mathcal{J}_{z'} + m \cdot d^2$$

$$\mathcal{J}_z = \mathcal{J}_{cdm} + m \cdot d^2$$





Per i corpi rigidi che ruotano e traslano valgono le seguenti leggi:

● **La seconda legge della dinamica per le rotazioni attorno ad un asse fisso, ovvero la seconda equazione cardinale per un corpo rigido che ruota**

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M} = \mathcal{J} \cdot \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta \mathbf{t}} = \mathcal{J} \cdot \boldsymbol{\alpha}$$

$M = \tau$ = momento risultante rispetto all'asse di rotazione di tutte le forze che agiscono sul corpo rigido

$\alpha = \dfrac{\Delta \omega}{\Delta t} = \dfrac{d\omega}{dt}$ = accelerazione angolare del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione = accelerazione angolare di un punto qualsiasi del corpo rigido

La seconda equazione cardinale per un corpo che ruota può essere scritta anche nella seguente maniera: $\mathbf{M} = \dfrac{\Delta \mathbf{L}}{\Delta \mathbf{t}}$ con $\mathbf{L} = \mathcal{J} \cdot \boldsymbol{\omega}$

L = momento angolare totale del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione

La seconda legge della dinamica per un corpo rigido che trasla, ovvero la prima equazione cardinale per un corpo rigido che trasla

$$\vec{\mathbf{R}}^{(e)} = \mathbf{m} \cdot \vec{\mathbf{a}}_c = \frac{\Delta \vec{\mathbf{Q}}}{\Delta \mathbf{t}}$$

$\vec{R}^{(e)}$ = risultante di tutte le forze che agiscono sul corpo rigido ed immaginate applicate nel centro di massa del corpo rigido

$\vec{a}_c$ = accelerazione del centro di massa del corpo rigido

$\vec{Q}$ = quantità di moto del corpo rigido = quantità di moto del centro di massa del corpo nel quale immaginiamo di applicare l'intera massa del corpo

m = massa del corpo rigido

Riassumendo possiamo affermare che il moto di un qualsiasi corpo rigido al quale è applicato un sistema di forze è la sovrapposizione di due moti, uno di **traslazione del suo centro di massa** ed uno di **rotazione attorno ad un asse passante per il centro di massa**

L'energia cinetica del corpo rigido sarà la somma dell'energia cinetica (di traslazione) del centro di massa e dell'energia cinetica di rotazione del corpo attorno all'asse passante per il centro di massa. In formule abbiamo:

$$\mathbf{E}_c = \mathbf{T} = \mathbf{K} = \frac{1}{2}\mathbf{m}\,\mathbf{v}_C^2 + \frac{1}{2}\mathcal{J}_C\,\omega^2$$

v_C = velocità del centro di massa del corpo rigido

$\mathcal{J}_C$ = momento d'inerzia del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione passante per il centro di massa C

ω = velocità angolare del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione

m = massa del corpo rigido

Il lavoro e l'energia di rotazione: teorema di variazione dell'energia cinetica per un corpo rigido che ruota

$$\mathbf{L} = \mathbf{M}\cdot\Delta\vartheta = \mathbf{M}\cdot\left(\vartheta_f - \vartheta_i\right) = \frac{1}{2}\mathcal{J}\left(\omega_f^2 - \omega_i^2\right) = \frac{1}{2}\mathcal{J}\cdot\omega_f^2 - \frac{1}{2}\mathcal{J}\cdot\omega_i^2$$

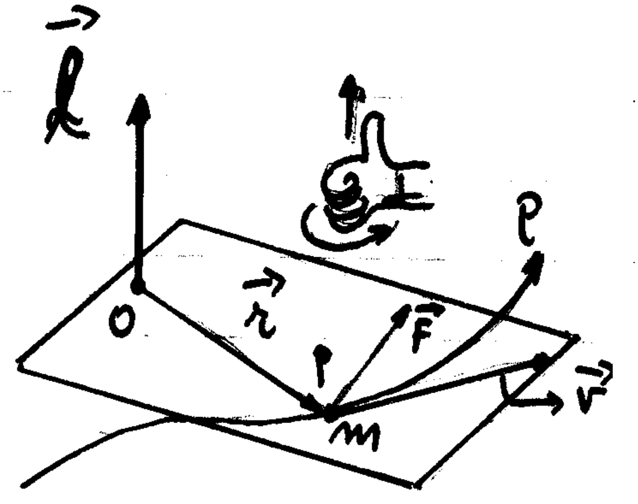
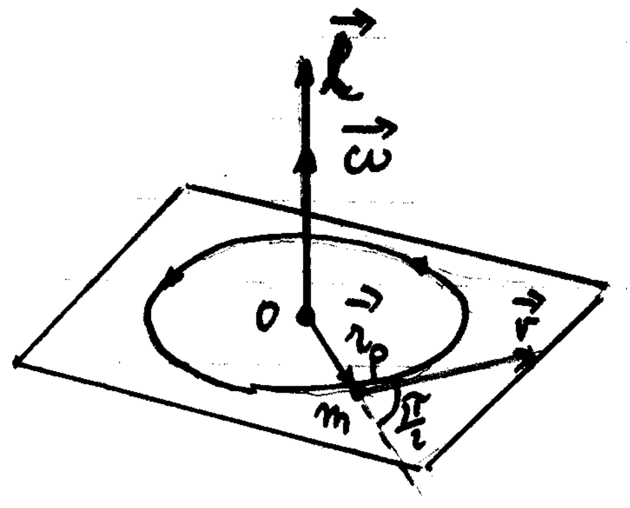
Momento angolare o momento della quantità di moto o momento cinetico

$$\vec{\ell} = (\mathbf{P} - \mathbf{O}) \wedge \vec{\mathbf{q}} = \vec{\mathbf{r}} \wedge \mathbf{m}\vec{\mathbf{v}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{r}} \wedge \vec{\mathbf{v}}$$

$\ell = \mathbf{m\,r\,v} = \mathbf{m r^2}\,\omega = \mathcal{J}\,\omega$ [3] dove $\mathcal{J} = \mathbf{mr^2}$ [4] è il momento d'inerzia della particella di massa m rispetto al suo asse di rotazione.

La direzione ed il verso di $\vec{\ell}$ coincidono con quelli di $\vec{\omega}$ e quindi possiamo scrivere:

$$\vec{\ell} = \mathbf{m\,r}\,\vec{\mathbf{v}} = \mathbf{m r^2}\,\vec{\omega} = \mathcal{J}\,\vec{\omega} \qquad [5]$$

	
Momento angolare di una particella di massa m e velocità $\vec{v}$	Relazione vettoriale fra la velocità angolare $\vec{\omega}$ ed il momento angolare $\vec{\ell}$ nel moto circolare

Un sistema di n punti materiali $P_1, P_2, \cdots, P_n$ aventi rispettivamente masse $m_1, m_2, \cdots, m_n$ e velocità $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ ha , per definizione, il momento della quantità di moto $\vec{L}$ è dato dalla seguente relazione vettoriale:

$$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \cdots + \vec{\ell}_n = (\mathbf{P}_1 - \mathbf{O}) \wedge \vec{\mathbf{q}}_1 + (\mathbf{P}_2 - \mathbf{O}) \wedge \vec{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{L} + (\mathbf{P}_n - \mathbf{O}) \wedge \vec{\mathbf{q}}_n = \vec{\mathbf{r}}_1 \wedge \vec{\mathbf{q}}_1 + \vec{\mathbf{r}}_2 \wedge \vec{\mathbf{q}}_2 + \cdots + \vec{\mathbf{r}}_n \wedge \vec{\mathbf{q}}_n \qquad [9]$$

La conservazione del momento angolare

Se il momento risultante di tutte le forze agenti su una particella di massa m è nullo ($\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{o}$) allora la [7] diventa: $\frac{\Delta \vec{\ell}}{\Delta t} = 0$ cioè $\vec{\ell} =$ vettore costante

Quindi il **momento angolare di una particella è costante se il momento risultante delle forze agenti su di essa è uguale a zero**.

Confronto fra le grandezze dinamiche della traslazione e della rotazione	
Traslazione	Rotazione
Quantità di moto $\vec{P} = \vec{Q} = m \cdot \vec{v}$	**Momento angolare** $\vec{L} = \mathcal{J} \cdot \vec{\omega}$
Forza $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{Q}}{dt}$	**Momento meccanico** $\vec{M} = \vec{\tau} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \mathcal{J} \cdot \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \mathcal{J} \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \mathcal{J} \cdot \vec{\alpha}$
Impulso e quantità di moto	
$\vec{F} \cdot (t_f - t_i) = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i = \vec{q}_f - \vec{q}_i$	$\vec{\tau} \cdot (t_f - t_i) = \mathcal{J} \cdot (\vec{\omega}_f - \vec{\omega}_i)$
Legge di conservazione della quantità di moto $\sum \vec{q}_i = \sum m_i \cdot \vec{v}_i =$ costante , $\vec{q}_f = \vec{q}_i$	**Legge di conservazione del momento angolare** $\tau = 0$, $L_f = L_i$, $\mathcal{J}\omega_f = \mathcal{J}\omega_i$ $\vec{L} = \mathcal{J}\vec{\omega}$
Lavoro compiuto dalle forze esterne	
$dL = \vec{F} \times d\vec{s}$	$dL = M\,d\vartheta = M\,\omega\,dt$
Teorema dell'energia cinetica	
$\underset{A\to B}{L}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m \vec{v}_f^2 - \frac{1}{2} m \vec{v}_f^2$	$\underset{A\to B}{L}(\vec{F}) = \frac{1}{2}\mathcal{J} \cdot \omega_f^2 - \frac{1}{2}\mathcal{J} \cdot \omega_i^2 = M \cdot \Delta\vartheta$
Potenza	
$W = \vec{F} \times \vec{v}$	$W = \vec{\tau} \times \vec{\omega}$

Confronto fra quantità lineari e quantità angolari

Spostamento $\Delta s = R \Delta \vartheta$	**Velocità** $v = \omega R$
Accelerazione $a = \alpha R$	**v**= velocità lineare, ω = velocità angolare **a** = accelerazione lineare, α = accelerazione angolare
Moto uniforme su traiettoria prestabilita	**Moto rotatorio uniforme attorno ad un asse prestabilito**
$v = \frac{s - s_o}{t} = \text{costante}$ $\quad s = s_o + vt$	$\omega = \frac{\vartheta - \vartheta_o}{t}$ $\quad \vartheta = \vartheta_o + \omega \cdot t$
Moto uniformemente vario su traiettoria prestabilita	**Moto rotatorio uniformemente vario attorno ad un asse fisso**
$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_o t + s_o$	$\vartheta = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_o t + \vartheta_o$
$v = v_o + at$	$\omega = \omega_o + \alpha t$
$v^2 = v_o^2 + 2a(s - s_o)$	$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha(J - J_o)$
a = **accelerazione lineare**	α = **accelerazione angolare**
m = massa	$\mathcal{J}$ = **momento d'inerzia**
$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ **Forza**	$\vec{M} = \vec{\tau} = \mathcal{J} \cdot \vec{\alpha}$ **momento meccanico o momento torcente o momento rotore**
$\vec{q} = \vec{p} = m \cdot \vec{v}$ **quantità di moto**	$L = \mathcal{J} \cdot \omega$ **momento angolare**
Lavoro	
$L = \vec{F} \times \vec{s}$	$L = \tau \cdot \vartheta$
Potenza	
$W = F \cdot v$	$W = \tau \cdot \omega$
Energia cinetica	
$E_c = T = K = \frac{1}{2} m v^2$	$E_c = T = K = \frac{1}{2} \mathcal{J} \omega^2$

La pressione

$\rho = d = \frac{m}{V}$ = massa volumica o densità di una sostanza

$m = \rho V$ massa di un corpo avente volume V e densità $\rho = d$

$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$ peso specifico

$P = mg = \rho g V = \gamma V$ = peso di un corpo avente massa m e volume V

$\vec{p} = \frac{\vec{F}_\perp}{S}$ pressione esercitata dalla forza $\vec{F}$ sulla superficie S

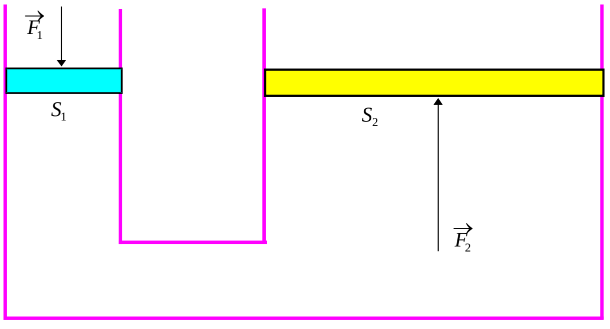
$1\,atm = 1{,}01325 \cdot 10^5\, P_a$ $\quad$ $1\,P_a = 9{,}86923 \cdot 10^{-6}\, atm$ $\quad$ $1\,bar = 10^5\, P_a$ $\quad$ $1\,P_a = 10^{-5}\, bar$

$1\,atm = 1{,}033 \frac{Kp_p}{cm^2}$ $\quad$ $1\,P_a = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\, torr$

$1\,atm = 760\, torr$ $\quad$ $1\,torr = 1\,mm_{Hg} = 133{,}32237\, P_a = \frac{1}{760}\, atm$

Il principio di Pascal : Una pressione esercitata in un punto di una massa fluida si trasmette in ogni altro punto ed in tutte le direzioni con la stessa intensità .

Torchio idraulico o pressa idraulica



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow F_1 = \frac{S_1}{S_2} \cdot F_2$$

Pressione idrostatica

La **pressione idrostatica** è la pressione esercitata dalla gravità in un punto all'interno di un fluido.

$$p = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V \cdot g}{S} = \rho g h = \gamma h$$ = **pressione idrostatica**

In ogni punto situato alla profondità h al di sotto della superficie di un fluido di massa volumica ρ d e peso specifico γ , la pressione dovuta alla forza peso del fluido stesso è pari a

$$\rho g h = \gamma h$$

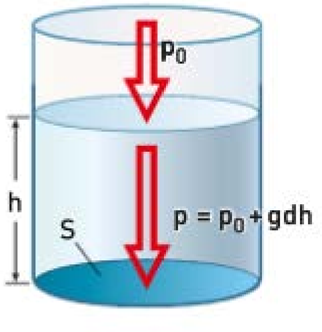
Legge di Stevino

$$p_2 = p_1 + \rho g h = p_1 + \gamma \cdot h$$

$$p_B = p_A + \rho g h = p_B + \gamma \cdot h$$

$$p = p_{atm} + \rho g h = p_{atm} + \gamma \cdot h$$

$$p = p_o + d g h = p_o + \gamma \cdot h$$

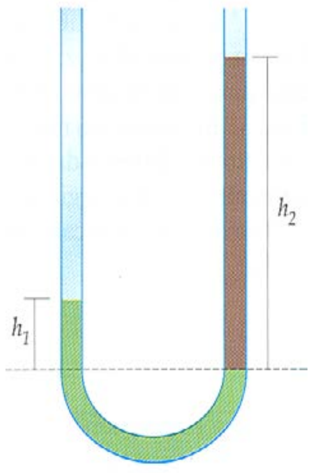


$$\gamma h = \rho g h = \frac{P}{S} = \frac{\text{peso}}{\text{superficie}} = \frac{\text{peso di una colonna di fluido avente base S e altezza h}}{\text{superficie S}} =$$

= pressione idrostatica

$p_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$ pressione atmosferica

Liquidi non miscibili in vasi comunicanti



$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$ $\gamma_1 \cdot h_1 = \gamma_2 \cdot h_2$

Legge di Archimede

Un corpo immerso interamente o parzialmente in un fluido riceve una spinta verticale dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato .

$\mathbf{S_A = P_\ell = m_\ell \cdot g = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g = \gamma_\ell \cdot V_i}$ = spinta di Archimede

$\mathbf{P_c = \rho_c V_c g = \gamma_c V_c}$ peso del corpo immerso nel fluido

$$\mathbf{F = |P_c - S_A| = |\rho_c V_c g - \rho_\ell V_i g| = |\gamma_c V_c - \gamma_\ell V_i| = |(\rho_c V_c - \rho_\ell V_i) g| = |\gamma_c V_c - \gamma_\ell V_i|}$$

forza che agisce su un corpo di peso $\mathbf{P_c}$ immerso in un fluido di densità $\boldsymbol{\rho_\ell}$

Per un corpo che, immerso in un fluido, galleggia abbiamo: $\mathbf{P_c = S_A}$ $\mathbf{\rho_c V_c g = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g}$

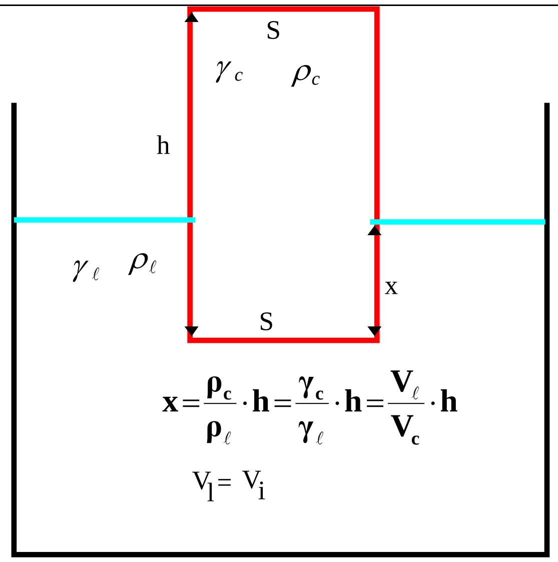
$\mathbf{\rho_c V_c = \rho_\ell V_i}$ $\rho_c \cancel{S} h = \rho_\ell \cancel{S} x$ $\mathbf{\rho_c h = \rho_l x}$ $\mathbf{\dfrac{V_i}{V_c} = \dfrac{\rho_c}{\rho_\ell} = \dfrac{\gamma_c}{\gamma_\ell} = \dfrac{x}{h}}$

$\mathbf{h}$ = altezza del corpo immerso $\mathbf{x}$ = altezza della parte immersa

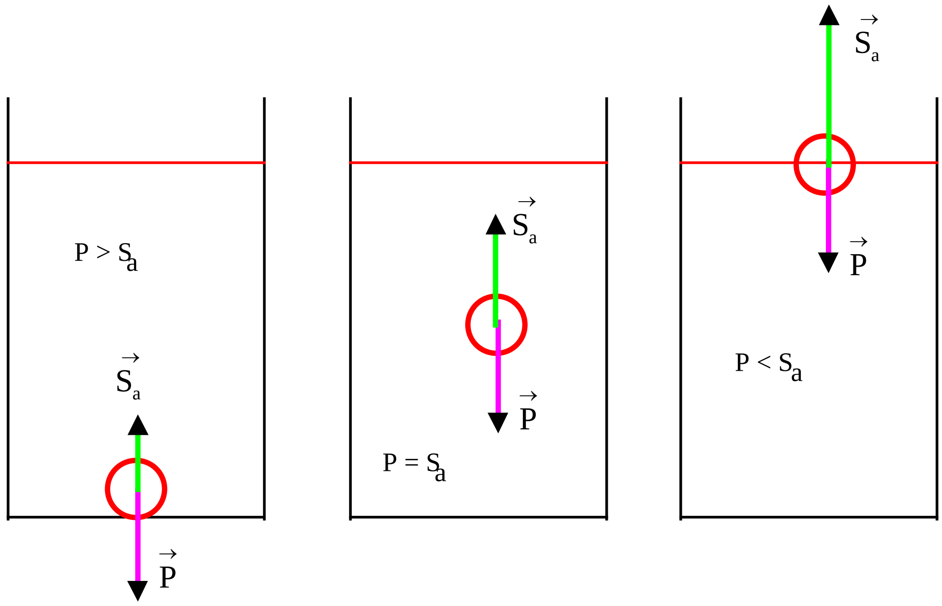
$\mathbf{V_i}$ = volume della parte del corpo immerso nel fluido

$\mathbf{S_A = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g = \gamma_\ell \cdot V_i}$ spinta di Archimede

$\mathbf{P = m_c g = \rho_c V_c g}$ peso del corpo che galleggia $\mathbf{S_A = P_c}$



$\mathbf{1\,litro = 1\,\ell = 1\,dm^3 = 10^{-3}\,m^3 = 0{,}001\,m^3}$



Questa relazione vettoriale scritta in forma scalare assume la seguente forma:

$$\mathbf{F} = \left|\mathbf{P} - \mathbf{S_A}\right| = \left|(\rho_c - \rho_l)\cdot \mathbf{V}\cdot \mathbf{g}\right| = \left|(\gamma_c - \gamma_l)\cdot \mathbf{V}\right|$$

Si possono presentare i tre seguenti casi :

1) $\delta_c > \delta_\ell$ il corpo affonda 2) $\delta_c = \delta_\ell$ il corpo rimane in equilibrio in ogni posizione

3) $\delta_c < \delta_\ell$ il corpo galleggia.

Concludendo possiamo affermare che un corpo immerso in un fluido : 1) va a fondo quando la sua densità è maggiore della densità del fluido 2) galleggia quando la sua densità è minore alla densità del fluido 3) rimane in equilibrio in ogni posizione del fluido quando la sua densità è uguale a quella del fluido.

Perveniamo alle stesse conclusioni se , invece di confrontare le masse volumiche , confrontiamo i pesi specifici del corpo immerso e del fluido.

Per un corpo che galleggia valgono le seguenti relazioni: $\frac{\rho_c}{\rho_l} = \frac{\gamma_c}{\gamma_l} = \frac{x}{h}$

h = altezza del corpo immerso , **x** = parte immersa

$\mathbf{S_a = \rho_l \cdot V_i \cdot g}$ spinta di Archimede V_i = volume immerso

$\mathbf{P = mg = \rho V g}$ peso del corpo che galleggia $S_a = P$

Portata di volume e di massa

$\mathbf{Q_V = \frac{V}{t} = \frac{m}{\rho t} = \frac{S\ell}{t} = S\cdot v}$ portata di volume e si misura in $\frac{m^3}{s}$

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \frac{\rho S \ell}{t} = \rho \cdot S \cdot v = \rho Q_V$$ **portata di massa** e si misura in $\frac{kg}{s}$.

L ' equazione di continuità

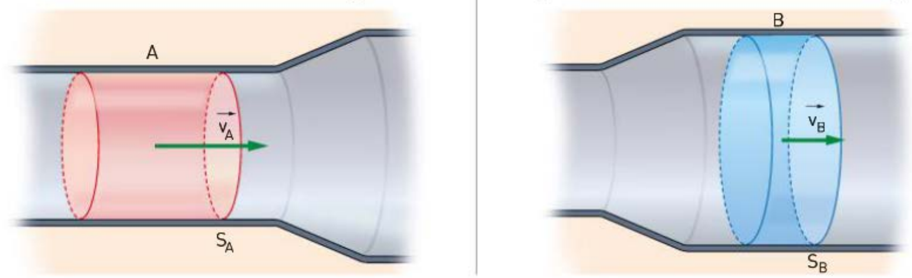
La portata di un fluido in moto stazionario è costante al variare della sezione del condotto.

$$\mathbf{Q = S\,v = costante}$$

$Q_V = S\,v = \text{costante} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{S_A\,v_A = S_B\,v_B} \qquad \frac{\mathbf{v_A}}{\mathbf{v_B}} = \frac{\mathbf{S_B}}{\mathbf{S_A}}$ in quanto:

■ In un intervallo di tempo fissato, in una zona *A* del tubo un certo volume di liquido attraversa con velocità v_A una sezione trasversale di area S_A.

■ Nello stesso intervallo di tempo, in un secondo tratto *B* del tubo un *volume uguale* di liquido attraversa con velocità v_B una sezione trasversale di area S_B.



$\mathbf{S_A\,v_A = S_B\,v_B}$ esprime il teorema di Leonardo da Vinci:

Equazione di Bernoulli

Il principio di conservazione dell'energia meccanica applicato ad un fluido ideale in moto stazionario lungo un qualsiasi condotto conduce all'equazione

$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

che esprime il teorema di Bernoulli . Applicato a due generiche sezioni del condotto il teorema di Bernoulli $p_A + \rho g h_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g h_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$

$p_c = \frac{1}{2}\rho v^2$ = pressione di arresto (o pressione cinetica)

$p_g = \rho g h$ = **pressione di gravità** (o pressione idrostatica)

p = pressione esterna

$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{costante}$ equazione di Bernoulli

$\frac{v^2}{2g}$ = altezza di arresto o altezza cinetica

$\frac{p}{\rho g}$ = altezza piezometrica

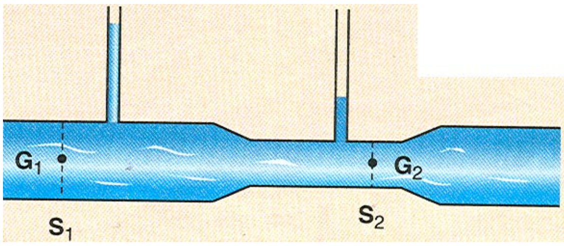
h si chiama altezza geodetica o altezza geometrica

Effetto Venturi

In un condotto orizzontale l'equazione di Bernoulli diventa: $p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$

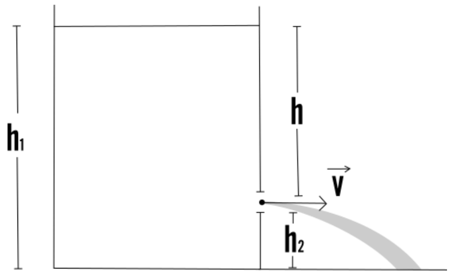
La precedente relazione può essere scritta nella seguente maniera:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}$$



Teorema di Torricelli

$v = \sqrt{2gh}$ = velocità di efflusso da un foro profondo h metri dalla superficie libera del liquido



Teorema di Torricelli e fuoriuscita di un liquido da un serbatoio.

Legge di Poiseuille

$\boxed{Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell}}$ portata di volume di un fluido reale che scorre in un condotto di raggio r e lunghezza ℓ essendo Δp la differenza di pressione fra le stremità del condotto.

η = coefficiente di viscosità del liquido
Se il condotto è un cilindro orizzontale di raggio r e lunghezza ℓ ed il moto del liquido è piuttosto lento, la legge di Poiseuille è espressa dalla seguente formula: $\boxed{Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell}}$

Dove η rappresenta il **coefficiente di viscosità** del liquido.
Nel tempo t, il volume del liquido che fluisce ci viene fornito dalla seguente formula:

$$\boxed{V = Q_V \cdot t = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell} \cdot t}$$

mentre la massa del volume di liquido fuoruscito ci viene fornita dalla formula:

$$\boxed{m = \rho V = \rho \cdot Q_V \cdot t = \rho \cdot \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell} \cdot t}$$

La viscosità

$\mathbf{F = \eta \frac{S v}{h}}$ forza tangenziale che bisogna applicare per fare muovere, a velocità $\mathbf{v}$ costante, uno strato di fluido di area $\mathbf{S}$ a distanza $\mathbf{h}$ da una superficie ferma dove $\boldsymbol{\eta}$ è il coefficiente di viscosità misurato in $\mathbf{P_a \cdot s}$. Questa formula vale per velocità $\mathbf{v}$ sufficientemente basse, cioè in regime laminare.

Legge di Stokes

$\mathbf{F_v = 6 \pi \eta r v}$ $\mathbf{F_v}$ è il modulo della forza di attrito viscoso che agisce sulla sfera di raggio $\mathbf{r}$ che si muove con velocità $\vec{\mathbf{v}}$ in un fluido che ha un coefficiente di viscosità $\boldsymbol{\eta}$.

Forza di attrito viscoso

$\vec{\mathbf{F}} = -\mathbf{k} \vec{\mathbf{v}}_1$ è la forza di attrito viscoso in regime laminare dove $\vec{\mathbf{v}}$ è la velocità del corpo e $\mathbf{k}$ è una costante di proporzionalità che dipende dalla viscosità e dalla forma del corpo.

Massa volumica dei solidi a 18°C

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Alluminio Al	**2,698 (2,7)**	**2698 (2700)**
Ambra	**1,09**	**1090**
Argento Ag	**10,5**	**1050**
Bismuto Bi	**9,803 (9,8)**	**9803 (9800)**
Cobalto Co	**8,8**	**8800**
Ebanite	**1,15**	**1150**
Ferro Fe	**7,873**	**7873**
Germanio Ge	**5,232 (5,5)**	**5232 (5500)**
Grafite	**2,5**	**2500**
Indio In	**7,29 (7,3)**	**7290 (7300)**
Magnesio Mg	**1,738 (1,74)**	**1738 (1740)**
Marmo	**2,7**	**2700**
Mica	**2,6 ÷ 3,2**	**2600 ÷ 3200**
Nichel Ni	**8,907 (8,8)**	**8907 (8800)**
Ottone	**8,4**	**8400**
Oro Au	**19,281 (19,3)**	**19281 (19300 9**
Paraffina	**0,9**	**900**
Piombo Pb	**11,343 (11,34)**	**11343 (11340)**
Platino Pt	**21,45 (21,4)**	**21450 (21400)**
Quarzo fuso	**2,2**	**2200**
Quarzo cristallino	**2,65**	**2650**
Rame Cu	**8,933 (8 ,93)**	**8933 (8930)**
Silicio Si	**2,329 (2,42)**	**2329 (2420)**
Sodio Na	**0,966 (0,97)**	**966 (970)**
Stagno Sn	**7,285 (7,28)**	**7285 (7280)**
Sughero	**0,24**	**240**
Talco	**2,7**	**2700**
Tungsteno W	**19,254 (19,1)**	**19254 (19100)**

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Vetro comune	2,4 ÷ 2,8	2400 ÷ 2800
Vetro flint	3,2 ÷ 3,9	3200 ÷ 3900
Zinco Zn	7,135 (7,1)	7135 (7100)
Zucchero	1,59	1590

Massa volumica dei liquidi a 18°C

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Acqua a 4°C	1	1000
Acqua	0,998	998
Acqua di mare	1,03	1030
Acetone	0,792	792
Acido Cloridrico HCl	1,18	1180
Acido nitrico	1,5	1500
acido solforico	1,84	1840
Alcool metilico	0,81	810
Alcool etilico	0,791	791
Benzina	0,7	700
Bromo	3,12	3120
Cloroformio	3,12	3120
Etere etilico	0,736	736
Glicerina	1,26	1260
Mercurio Hg	13,55	13550
Olio di oliva	0,915	915
Pentano	0,63	630
Petrolio	0,83	830

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Toluolo	**0,88**	**880**
Ghiaccio (=°C)	**0,917**	**917**
Ghiaccio (- 20°C)	**0,92**	**920**

Massa volumica dei gas a 0°C ed alla pressione atmosferica (760 torr)

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Aria	**1,293**	**1293**
Ossigeno O_2	**1,429**	**1429**
Azoto N_2	**1,251**	**1251**
Idrogeno H_2	**0,0899**	**89,9**
Elio He	**0,1785**	**178,5**
Neon N_e	**0,8999**	**899.9**
Argon A_r	**1,784**	**1784**
Cloro Cl_2	**3,214**	**3214**
Carbonio monossido CO	**1,25**	**1250**
Carbonio diossido CO_2	**1,977**	**1977**
Metano CH_4	**0,717**	**717**
Etano C_2H_6	**1,357**	**1357**
Propano C_3H_8	**2,01**	**2010**
Butano C_4H_{10}	**2,732**	**2732**
Ammoniaca NH_3	**0,771**	**771**

Costanti fondamentali

grandezza	simbolo	valore numerico	Unità S.I.
costante dielettrica del vuoto	ε_o	$8{,}8541878 \cdot 10^{-12}$	$\dfrac{F}{m}$
costante di Coulomb	$k_o = \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_o}$	$8{,}987552 \cdot 10^{9}$	$\dfrac{m}{F}\left(= \dfrac{N\,m^2}{C^2}\right)$
permeabilità magnetica del vuoto	μ_o	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12{,}56637061 \cdot$	$\dfrac{H}{m} = \left(\dfrac{N}{A^2}\right)$
unità di massa atomica	**u** (u.m.a.)	$1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$	kg
massa elettrone	m_e	$9{,}109534 \cdot 10^{-31}$	kg
massa protone	m_p	$1{,}6726485 \cdot 10^{-27}$	kg
massa neutrone	m_n	$1{,}6749543 . 10^{-27}$	kg
rapporto $\dfrac{m_p}{m_e}$	$\dfrac{m_p}{m_e}$	$1836{,}15152$	$m_p \cong 1836\, m_e$
costante di Planck	**h**	$6{,}626176 \cdot 10^{-34}$	$J \cdot s$
acca tagliato $= \dfrac{h}{2\pi}$	$\hbar$	$1{,}0545887 \cdot 10^{-34}$	$J \cdot s$
costante di gravitazione universale	G	$6{,}6720 \cdot 10^{-11}$	$\dfrac{m^3}{s^2 \cdot kg} = \dfrac{N \cdot m^2}{kg^2}$
costante universale dei gas perfetti	R	$8{,}31441$	$\dfrac{J}{mol \cdot K}$
Numero di Avogadro	N_A	$6{,}022045 \cdot 10^{23}$	$\dfrac{\text{numero di molecole}}{\text{mole}}$
Numero di Avogadro	N_A	$6{,}022045 \cdot 10^{26}$	$\dfrac{\text{numero di molecole}}{\text{chilomolecola}}$
costante di Boltzmann	K	$1{,}380662 \cdot 10^{-23}$	$\dfrac{J}{K}$
volume molare di un gas perfetto a $T = 273{,}15°\,K$ **,** $p = 101325\,P_a = 1atm$	V^*_{mol}	$22{,}41383 \cdot 10^{-23}$	$\dfrac{m^3}{mol}$
	V^*_{mol}	$22{,}41383$	$\dfrac{dm^3}{mol}$

grandezza	simbolo	valore numerico	Unità S.I.
velocità della luce nel vuoto	**c**	$2{,}99792458 \cdot 10^{8}$	$\frac{m}{s}$
velocità della luce nel vuoto	**c**	300.000	$\frac{km}{s}$
carica elementare	**e**	$1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$	**C**
rapporto tra la carica dell'elettrone e la sua massa	$\frac{e}{m_e}$	$1{,}7588047 \cdot 10^{11}$	$\frac{C}{kg}$
Costante di Faraday	**F**	$9{,}648456 \cdot 10^{4}$	$\frac{C}{mol}$
costante di Stefan	σ	$5{,}67032 \cdot 10^{-8}$	$\frac{W}{m^2 \cdot K^2}$
costante di Wien		$2{,}9878 \cdot 10^{-3}$	$m \cdot K$
raggio di Bohr	a_o	$5{,}2917706 \cdot 10^{-11}$	**m**
raggio classico dell'elettrone	r_o	$2{,}82 \cdot 10^{-15}$	**m**
equivalente meccanico del calore	**J**	4,186	$\frac{joule}{cal}$
equivalente termico del lavoro	$k = \frac{1}{J}$	0,24	$\frac{cal}{joule}$
magnetone di Bohr	$\mu_B = M^*$	$9{,}27 \cdot 10^{-24}$	$\frac{J \cdot m^2}{weber} = \frac{J}{T}$

$$1\frac{km}{h} = \frac{5}{18}\frac{m}{s} \qquad 1\frac{m}{s} = \frac{18}{5}\frac{km}{h}$$

Prefissi decimali

MULTIPLI			SOTTOMULTIPLI		
prefisso	**valore**	**simbolo**	**prefisso**	**valore**	**simbolo**
deca	10^{1}	da	deci	10^{-1}	d
etto	10^{2}	h	centi	10^{-2}	c
kilo	10^{3}	k	milli	10^{-3}	m
mega	10^{6}	M	micro	10^{-6}	µ
giga	10^{9} *	G	nano	10^{-9}	n
tera	10^{12} *	T	pico	10^{-12}	p
peta	10^{15}	P	femto	10^{-15}	f
exa	10^{18}	E	atto	10^{-18}	a
zeta	10^{21}	Z	zepto	10^{-21}	z
yotta	10^{24}	Y	yocto	10^{-24}	y

* 10^{9} = 1 miliardo e 10^{12} = 1 bilione; negli Usa, però, il termine *billion* indica mille milioni (10^{9}).

Dati relativi al sistema solare

pianeta	massa (kg)	raggio (m)	g (m/s^2)	distanza dal Sole (m)	periodo di rivoluzione (s)
Mercurio	$3{,}18 \cdot 10^{23}$	$2{,}50 \cdot 10^{6}$	3,63	$5{,}79 \cdot 10^{10}$	$7{,}60 \cdot 10^{6}$
Venere	$4{,}90 \cdot 10^{24}$	$6{,}08 \cdot 10^{6}$	8,87	$1{,}08 \cdot 10^{11}$	$1{,}94 \cdot 10^{7}$
Terra	$5{,}98 \cdot 10^{24}$	$6{,}38 \cdot 10^{6}$	9,81	$1{,}49 \cdot 10^{11}$	$3{,}16 \cdot 10^{7}$
Luna	$7{,}34 \cdot 10^{22}$	$1{,}73 \cdot 10^{6}$	1,62	–	$2{,}36 \cdot 10^{6}$
Marte	$6{,}41 \cdot 10^{23}$	$3{,}39 \cdot 10^{6}$	3,73	$2{,}28 \cdot 10^{11}$	$5{,}94 \cdot 10^{7}$
Giove	$1{,}90 \cdot 10^{27}$	$7{,}14 \cdot 10^{7}$	26,0	$7{,}78 \cdot 10^{11}$	$3{,}74 \cdot 10^{8}$
Saturno	$5{,}70 \cdot 10^{26}$	$5{,}75 \cdot 10^{7}$	11,2	$1{,}43 \cdot 10^{12}$	$9{,}30 \cdot 10^{8}$
Urano	$8{,}79 \cdot 10^{25}$	$2{,}55 \cdot 10^{7}$	10,5	$2{,}87 \cdot 10^{12}$	$2{,}65 \cdot 10^{9}$
Nettuno	$1{,}03 \cdot 10^{26}$	$2{,}49 \cdot 10^{7}$	13,3	$4{,}50 \cdot 10^{12}$	$5{,}20 \cdot 10^{9}$
Plutone	$0{,}13 \cdot 10^{23}$	$1{,}10 \cdot 10^{6}$	0,73	$5{,}90 \cdot 10^{12}$	$7{,}85 \cdot 10^{9}$

Costanti fondamentali

Grandezze astronomiche

Distanza media Terra-Luna	$3{,}8 \cdot 10^{8}\, m$	**massa volumica dell'aria**	$1{,}29 \dfrac{kg}{m^3}$
massa volumica acqua	$10^{3} \dfrac{kg}{m^3}$	**velocità del suono nell'aria**	$331 \dfrac{m}{s}$
pressione atmosferica	$1{,}01 \cdot 10^{5}\, P_a$	1 **AU** (**unità astronomica**)	$1{,}5 \cdot 10^{11}\, m$
1 **parsec** (pc)	$3{,}08 \cdot 10^{16}\, m$	**1 anno luce**	$9{,}46 \cdot 10^{15}\, m$
velocità orbitale media della terra	$2{,}98 \cdot 10^{4} \dfrac{m}{s}$	**calore di fusione dell'acqua**	$540 \dfrac{cal}{g}$
massa volumica mercurio	$13{,}5 \cdot 10^{3} \dfrac{kg}{m^3}$	$angstr\ddot{o}m = \mathring{A}$	$10^{-10}\, m$

Dati relativi alla terra

massa	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
raggio medio	$6{,}378 \cdot 10^{6}$ m
accelerazione di gravità g	$9{,}81$ m/s^2
distanza media dal Sole	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ m
distanza media dalla Luna	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ m
densità dell'aria	$1{,}29$ kg/m^3
densità dell'acqua	1000 kg/m^3
velocità del suono nell'aria (20° C)	343 m/s
pressione atmosferica	$1{,}013 \cdot 10^{5}$ Pa

Alcuni dati sul sistema solare

Corpi celesti	**Massa (kg)**	**raggio (m)**	Raggio medio dell'orbita (m)
Sole	$1{,}98 \cdot 10^{30}$	$6{,}96 \cdot 10^{8}$	----
Mercurio	$3{,}28 \cdot 10^{24}$	$2{,}34 \cdot 10^{6}$	$5{,}79 \cdot 10^{10}$
Venere	$4{,}83 \cdot 10^{24}$	$6{,}26 \cdot 10^{6}$	$1{,}08 \cdot 10^{11}$
Terra	$5{,}98 \cdot 10^{24}$	$6{,}37 \cdot 10^{6}$	$1{,}49 \cdot 10^{11}$
Marte	$6{,}40 \cdot 10^{23}$	$3{,}32 \cdot 10^{6}$	$2{,}28 \cdot 10^{11}$
Giove	$1{,}90 \cdot 10^{27}$	$6{,}98 \cdot 10^{7}$	$7{,}78 \cdot 10^{11}$
Saturno	$5{,}68 \cdot 10^{26}$	$5{,}82 \cdot 10^{7}$	$1{,}43 \cdot 10^{12}$
Urano	$8{,}67 \cdot 10^{25}$	$2{,}37 \cdot 10^{7}$	$2{,}87 \cdot 10^{12}$
Nettuno	$1{,}05 \cdot 10^{26}$	$2{,}24 \cdot 10^{7}$	$4{,}50 \cdot 10^{12}$
Plutone	$5{,}37 \cdot 10^{22}$	$3{,}00 \cdot 10^{6}$	$5{,}91 \cdot 10^{12}$
Luna	$7{,}34 \cdot 10^{22}$	$1{,}74 \cdot 10^{6}$	$3{,}84 \cdot 10^{8}$

Corpi celesti	accelerazione di gravità $\frac{m}{s^2}$	periodo di rivoluzione	periodo di rotazione (s)
Sole	2,74	----	$2{,}14 \cdot 10^{6}$
Mercurio	3,73	$7{,}60 \cdot 10^{6}$	$7{,}60 \cdot 10^{6}$
Venere	8,34	$1{,}94 \cdot 10^{7}$	-----
Terra	9,81	$3{,}16 \cdot 10^{7}$	$8{,}62 \cdot 10^{4}$
Marte	3,73	$5{,}94 \cdot 10^{7}$	$8{,}86 \cdot 10^{4}$
Giove	25,89	$3{,}74 \cdot 10^{8}$	$3{,}54 \cdot 10^{4}$
Saturno	11,48	$9{,}30 \cdot 10^{8}$	$3{,}61 \cdot 10^{4}$
Urano	9,02	$2{,}66 \cdot 10^{9}$	$3{,}85 \cdot 10^{4}$
Nettuno	11,18	$5{,}20 \cdot 10^{9}$	$5{,}69 \cdot 10^{4}$
Plutone	----	$7{,}82 \cdot 10^{9}$	-----
Luna	1,62	$2{,}36 \cdot 10^{6}$	$2{,}36 \cdot 10^{6}$