

Unità Didattica N 4

La dinamica del punto materiale

- 01) Introduzione alla dinamica del punto materiale
- 02) Il concetto intuitivo di forza
- 03) La prima legge della dinamica
- 04) La seconda legge della dinamica
- 05) La terza legge della dinamica
- 06) La composizione delle forze : principio di indipendenza delle azioni simultanee
- 07) Differenza tra la masse ed il peso di un corpo
- 08) I vincoli e le loro reazioni : moto di un corpo su un piano inclinato..
- 09) La dinamica del moto circolare uniforme
- 10) Misura statica e misura dinamica di una forza
- 11) Forza applicata e moto prodotto
- 12) Il problema fondamentale della dinamica
- 13) Equilibrio e quiete
- 14) Statica del punto libero e del punto vincolato
- 15) Le forze fondamentali della natura
- 16) Le forze fenomenologiche :
 - a) forze intermolecolari
 - b) la forza elastica di richiamo.
 - c) le forze di attrito
- 17) Altra classificazione delle forze
- 18) Considerazioni conclusive sulle forze fondamentali e sulle forze fenomenologiche
- 19) Massa volumica e peso volumico.
- 20) La risoluzione dei problemi di dinamica del punto materiale

Introduzione alla dinamica del punto materiale

Abbiamo definito punto materiale ogni corpo le cui dimensioni sono trascurabili rispetto alle dimensioni dell'ambiente nel quale si verifica il fenomeno . La dinamica studia il movimento dei corpi in relazione alle cause che lo determinano . La dinamica del punto materiale è contenuta in **tre leggi** :

- 1) la *prima legge della dinamica* o **principio di inerzia** può essere considerata come un caso particolare della seconda legge della dinamica .
- 2) la *seconda legge della dinamica* o **legge fondamentale della dinamica** o **principio di azione delle forze**
- 3) la *terza legge della dinamica* o **principio di azione e reazione** .

Le leggi della dinamica sono valide rispetto ad un **sistema di riferimento inerziale** , cioè ad un sistema che rispetto alle stelle fisse sia immobile o si muova di **moto rettilineo traslatorio uniforme** . In prima approssimazione consideriamo inerziale un sistema di riferimento solidale con la terra , ad esempio le pareti della stanza in cui si sperimenta . Alla base della dinamica stanno due nuove grandezze fisiche : la **forza** e la **massa** . Nella **fisica classica** ,cioè nella fisica di **Galileo-Newton** ,si postula l'esistenza dello **spazio assoluto** e del **tempo assoluto** .

Il concetto intuitivo di forza

Per **forza** intendiamo una qualsiasi causa esterna capace di imprimere ad un corpo libero di muoversi in tutte le direzioni una accelerazione (**definizione dinamica di forza**) o di determinare una deformazione permanente o temporanea (*definizione statica di forza*) se il corpo è vincolato .

La forza applicata ad un corpo può produrre su di esso due effetti

1) **effetto dinamico**

Un corpo libero , soggetto all ' azione di una forza , subisce una accelerazione

2) **effetto statico**

Un corpo vincolato , soggetto all ' azione di una forza , subisce una deformazione che può essere temporanea o permanente .Esempi di forza : la forza peso,la forza gravitazionale,la forza elastica ,la forza di coesione , la forza di adesione , la forza elettrostatica , la forza magnetica .

OSSERVAZIONE N° 1

Dicesi **VINCOLO** un qualsiasi dispositivo capace di imporre una limitazione al moto di un corpo .

OSSERVAZIONE N° 2

Una **FORZA** si dice **REALE** quando è giustificabile con la presenza di altri corpi cioè quando è spiegabile in termini di interazione con altri corpi . Quindi le **FORZE REALI** sono le forze d'interazione fra corpi . Sono reali le **forze gravitazionali** , le **forze elettromagnetiche** , le **forze nucleari forti e deboli** . Una **FORZA** si dice **FITTIZIA** o **APPARENTE** o **INERZIALE** quando non è spiegabile con la presenza di altri corpi nei dintorni . In questo caso , l'osservatore che la rileva ,è solidale con un sistema di riferimento accelerato , cioè l'osservatore possiede accelerazione . Le forze reali possono essere presenti tanto nei sistemi di riferimento inerziali quanto nei sistemi di riferimento accelerati.

CONCLUSIONE : le forze reali sono le forze d'interazione fra corpi , le forze apparenti o inerziali o fittizie sono quelle che si manifestano in un sistema di riferimento accelerato .

La prima legge della dinamica

La **prima legge della dinamica** , detta anche principio d'inerzia o *prima legge di Newton* , afferma che << ogni corpo (punto materiale) **non soggetto a forze esterne o sta fermo o si muove di moto rettilineo uniforme** >>. Un tale corpo è detto **corpo libero** ed il suo moto è detto **moto libero** o **moto inerziale** . Nella pratica nessun corpo è libero e la nozione di corpo libero è una astrazione fisica . Nella pratica si potrebbe realizzare un corpo soggetto ad un sistema di forze a risultante nullo . In questo caso il principio d'inerzia andrebbe formulato nella seguente maniera :

<< **Un corpo non soggetto a forze o soggetto ad un sistema di forze a risultante nullo o sta fermo** ($\vec{v} = \vec{0}$, $\vec{a} = \vec{0}$) **o si muove di moto rettilineo uniforme** ($\vec{v} = \text{costante}$, $\vec{a} = \vec{0}$) >> .

Un sistema di riferimento per il quale è valido il principio d'inerzia dicesi *inerziale* .

La meccanica classica postula l'esistenza di un sistema di riferimento rispetto al quale tutti i corpi liberi (cioè non soggetti a forze esterne o soggetti ad un sistema di forze a risultante nullo) o stanno fermi o si muovono di moto rettilineo uniforme . Questo sistema è detto **SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE** (S.R.I.) . Quindi il principio d'inerzia si riduce in effetti alla affermazione dell'esistenza di almeno un S.R.I.

La seconda legge della dinamica

Sia S un sistema di riferimento inerziale e P un punto materiale . Sia \vec{F} una forza applicata al punto materiale P . Se questi è libero di muoversi in tutte le direzioni subisce una accelerazione \vec{a} legata alla forza \vec{F} dalla seguente relazione vettoriale : $\vec{F} = m\vec{a}$ [1]

La costante di proporzionalità m (positiva) è detta **MASSA INERZIALE** del corpo . \vec{F} ed \vec{a} sono grandezze vettoriali aventi la stessa direzione e lo stesso verso .

$$[F]=[m][a]=[L \cdot M \cdot T^{-2}] \quad , \quad \{F\}=\{m\} \cdot \{a\}=1 \text{ newton} = N = 1 \text{ kg} \cdot \frac{1\text{m}}{\text{s}^2}$$

cioè il **newton** è la forza costante capace di imprimere ad un corpo avente la massa di un chilogrammo l' accelerazione di un metro al secondo quadrato .

La costante di proporzionalità m che interviene nell'equazione [1] è detta **MASSA INERZIALE** del corpo e rappresenta una proprietà intrinseca del corpo , cioè esprime un attributo caratteristico del corpo .

La **massa inerziale** del corpo gode di due proprietà fondamentali :

- 1) **LE MASSE INERZIALI SONO ADDITIVE**
- 2) **La massa inerziale non dipende dallo stato di aggregazione del corpo**

La **massa inerziale** di un corpo (rapporto costante tra la forza esterna applica e l'accelerazione prodotta) rappresenta la **tendenza che presentano i corpi a conservare il proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme** .

OSSERVAZIONE

La prima legge della dinamica può essere considerata un caso particolare della seconda legge . Infatti :

$$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = \vec{0} & \text{il corpo sta fermo} \\ \vec{v} = \text{costante} & \left\{ \begin{array}{l} \text{il punto materiale si muove di} \\ \text{moto rettilineo uniforme} \end{array} \right. \\ \vec{v} \neq \vec{0} & \end{cases}$$

La composizione delle forze : principio di indipendenza delle azioni simultanee

L'azione di una forza non è modificata dalla contemporanea azione di una seconda forza .

Questo significa *che quando su un punto materiale P agiscono diverse forze , ciascuna di esse produce la propria accelerazione indipendentemente dalla presenza delle altre* .

Ne deriva che l'accelerazione prodotta dall'azione contemporanea di due o più forze è la somma vettoriale delle accelerazioni che le singole forze produrrebbero se agissero da sole .

Questo principio è una conferma della natura vettoriale delle forze , cioè le forze applicate ad uno stesso punto materiale si compongono (sommano) con le regole del calcolo vettoriale .

La terza legge della dinamica

La **terza legge della dinamica** , detta anche **terzo principio della dinamica** o principio di azione e reazione , afferma quanto segue : << **Se un corpo A esercita sul corpo B una forza \vec{F}_{BA} il corpo B esercita sul corpo A una forza \vec{F}_{AB} uguale e contraria .**>>

$$\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA} \quad \text{cioè} \quad \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = \vec{0}$$

\vec{F}_{AB} = *forza agente sul corpo A e proveniente dal corpo B*

\vec{F}_{BA} = *forza agente sul corpo B e proveniente dal corpo A*

Differenza tra la massa ed il peso di un corpo

E' importante distinguere il concetto di massa inerziale di un corpo dal concetto di peso di un corpo . In base alla legge fondamentale della dinamica la massa di un corpo qualsiasi può essere calcolata sottoponendo il corpo ad una forza nota e valutarne poi la corrispondente accelerazione .

Questa forza è di solito il peso \vec{P} . Noi sappiamo che tutti i corpi in prossimità della superficie terrestre subiscono una accelerazione \vec{g} detta accelerazione di gravità .

Peso \vec{P} ed accelerazione di gravità \vec{g} sono legati fra loro dalla seguente relazione vettoriale :

$$\vec{P} = m \vec{g} \quad \text{dove } m \text{ è la } \mathbf{massa \textit{inerziale}} \text{ del corpo .}$$

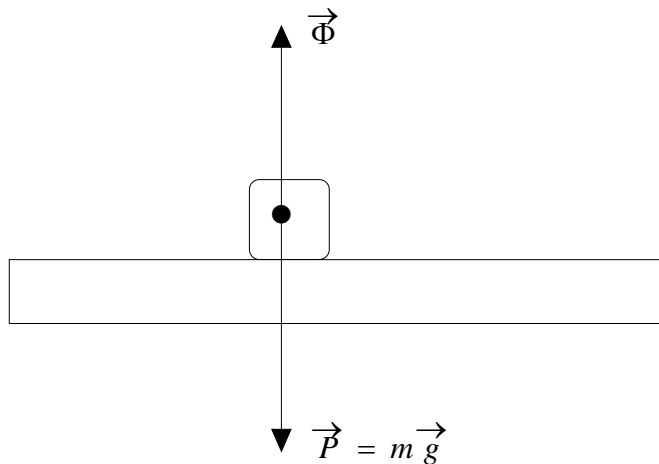
L'aggettivo " **inerziale** " serve a precisare che la massa (rapporto tra la forza applicata e l'accelerazione prodotta) dà una misura della resistenza che i corpi oppongono a mutare la loro velocità vettoriale , cioè a subire accelerazioni . La **massa** è una **grandezza scalare** , il **peso** è una **grandezza vettoriale** . La massa è una proprietà intrinseca del corpo , ossia è una grandezza scalare costante che non dipende né dalla sua posizione né dalla azione esercitata su di esso da altri corpi . Il peso , a differenza della massa , varia con la posizione del corpo in quanto varia l'accelerazione di gravità \vec{g} . Il peso di un corpo è nullo in regioni dello spazio dove si annullano gli effetti gravitazionali , mentre gli effetti inerziali (e quindi anche della massa inerziale) rimangono gli stessi che sulla terra . In una navicella spaziale , in assenza di gravità , è facile sollevare un grosso blocco di piombo ($\vec{P} = \vec{0}$) , ma l'astronauta si schiaccia l'alluce se dà un calcio violento al blocco ($m \neq 0$)

OSSERVAZIONE

Il peso di un corpo è la forza che la terra esercita sul corpo .

I vincoli e le loro reazioni : moto di un corpo su un piano inclinato

Spesso il moto di un corpo è condizionato dalla presenza di vincoli .



Sul corpo agisce

la forza attiva

$$\vec{P} = m \vec{g} \quad \text{e la}$$

reazione vincolare

$$\vec{\Phi}$$

Un punto materiale è libero quando può muoversi in tutte le direzioni . Un punto materiale è vincolato , parzialmente o totalmente , se può muoversi lungo determinate direzioni o non può muoversi in nessuna direzione . In generale vincolo è qualsiasi dispositivo capace di imporre una limitazione al moto di un corpo . Un anellino infilato in un filo metallico è l'esempio di un punto materiale vincolato a muoversi lungo una linea . Una sferetta poggiata sopra un tavolo dà l'esempio di un punto materiale vincolato a muoversi in un semispazio .

La sferetta A di un pendolo semplice sospeso ad un punto O dà l'esempio di un punto materiale vincolato a muoversi in un sfera di centro O e raggio OA , pari alla lunghezza del pendolo .

Il corpo vincolato esercita una azione (forza \vec{F}) sul vincolo , e questi reagisce con una forza $\vec{\Phi}$ (o con una forza $\vec{\Phi}$ ed una coppia di momento \vec{M}) uguale e contraria detta **reazione del vincolo** .

Le **reazioni vincolari** sono forze (in generale) di **natura elastica** che sorgono solo per opporsi ad altre forze . Le **reazioni vincolari** sono definite dalle forze cui si oppongono , ed è per questo motivo che prendono il nome di **REAZIONI** .

Spesso si ammette che i **VINCOLI** siano **LISCI** , cioè non offrano attrito . Questo significa che noi ammettiamo che tali vincoli non offrano una resistenza apprezzabile quando le forze attive tendono a produrre degli **spostamenti tangenziali** alle loro superfici .

In queste condizioni si può ammettere che le forze sviluppate dai vincoli , le cosiddette reazioni vincolari , siano sempre normali alla superficie o al profilo del vincolo , appunto perché si considerano nulle le componenti tangenziali di tali forze .

OSSERVAZIONE

Un punto materiale è in **EQUILIBRIO** quando è nullo il **RISULTANTE** di tutte le forze che agiscono su di esso .

Come esempio di vincolo consideriamo il piano inclinato

Definiamo **piano inclinato** un qualsiasi piano di appoggio indeformabile formante un angolo ϑ col piano orizzontale . **Un piano inclinato viene rappresentato mediante un triangolo rettangolo** . Consideriamo un piano inclinato di altezza h , lunghezza ℓ ed inclinazione ϑ .

Sia m la massa di un grave (punto materiale) poggiato sul piano inclinato . Il grave è soggetto alla forza peso $\vec{P} = m\vec{g}$. Decomponendo la forza peso \vec{P} secondo due direzioni , una parallela e l'altra perpendicolare al piano inclinato , otteniamo :

$$\vec{P} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

dove \vec{F}_t è il componente di \vec{P} lungo la parallela al piano inclinato ed \vec{F}_n è il componente di \vec{P} lungo la normale al piano inclinato .

L'effetto di \vec{F}_n è quello di deformare il piano inclinato , il quale , essendo indeformabile per ipotesi , reagisce con una forza $\vec{\Phi}$ che equilibra \vec{F}_n . L'unica forza non equilibrata capace di mettere in moto il grave è la forza \vec{F}_t e per questo motivo è detta **FORZA MOTRICE** .

Il moto del corpo ,vincolato a muoversi lungo il piano inclinato , è equivalente al moto di un corpo libero sul quale agiscono le tre forze \vec{F}_t , \vec{F}_n , $\vec{\Phi}$.

Ma $\vec{F}_n + \vec{\Phi} = \vec{0}$ per cui , nell'ipotesi che il piano inclinato sia liscio (cioè privo di attrito) e trascurando la resistenza del mezzo , il moto si riduce a quello di un corpo libero sul quale agisce la sola componente attiva \vec{F}_t , cioè la **forza motrice** .

Troviamo le relazioni che intercorrono tra i moduli di \vec{F}_t , \vec{F}_n e di \vec{P} . Risulta :

$$F_t = \frac{h}{\ell} P$$

$$F_n = \frac{b}{\ell} P$$

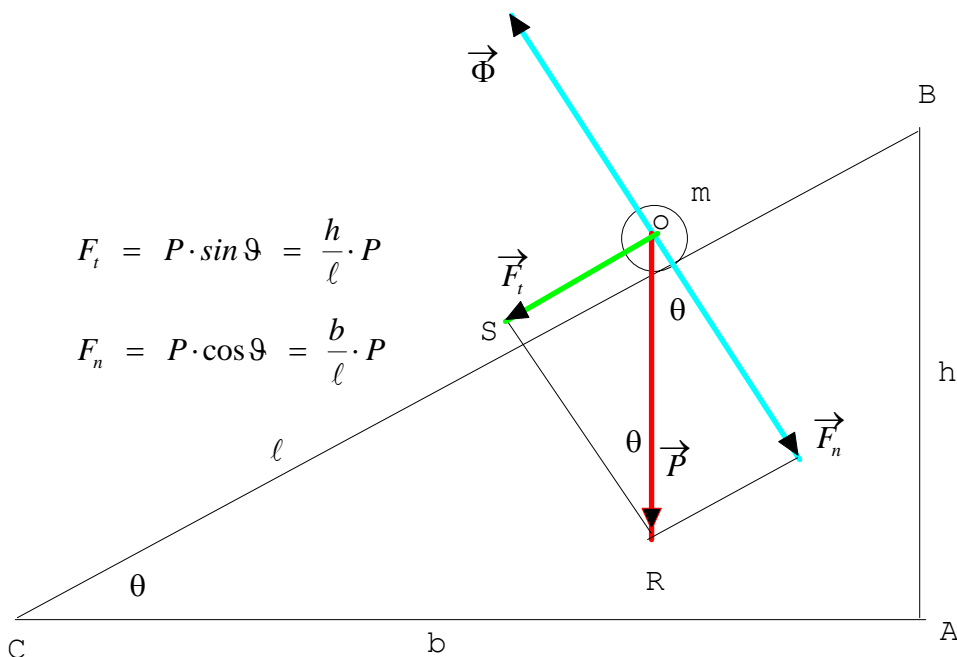
Per la seconda legge della dinamica la forza motrice \vec{F}_t costante imprimerà alla massa m una accelerazione costante a data da :

$$\vec{F}_t = m \cdot \vec{a} \quad , \quad F_t = m \cdot a \quad , \quad m \cdot a = \frac{h}{\ell} \cdot P = \frac{h}{\ell} \cdot m g \quad , \quad a = \frac{h}{\ell} \cdot g = g \cdot \sin \vartheta$$

Il moto della massa m lungo il piano inclinato è un moto **rettilineo uniformemente accelerato** , ma con accelerazione sempre minore dell'accelerazione di gravità essendo $\frac{h}{\ell} < 1$.

$$F_t = P \cdot \sin \vartheta = \frac{h}{\ell} \cdot P$$

$$F_n = P \cdot \cos \vartheta = \frac{b}{\ell} \cdot P$$



$$F_t = P \cdot \sin \vartheta = \frac{h}{\ell} \cdot P$$

$$F_n = P \cdot \cos \vartheta = \frac{b}{\ell} \cdot P$$

Supponiamo che la massa m parta dalla posizione B con velocità iniziale nulla. Calcolare lo spazio s percorso e la velocità scalare acquistata dopo t secondi.

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{\ell} \cdot g t^2 \quad , \quad v = a t = \frac{h}{\ell} g t \quad , \quad t = \frac{v \ell}{h g} \quad , \quad a = \frac{h}{\ell} \cdot g$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{\ell} \cdot g \cdot \frac{v^2 \cdot \ell^2}{h^2 \cdot g^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{\ell} \cdot \frac{v^2}{g}$$

$$v^2 = v_o^2 + 2 a s \quad , \quad v_o = 0 \quad , \quad v^2 = 2 a s$$

$$v = \sqrt{2 a s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{h}{\ell} \cdot g \cdot s} \quad = \text{velocità del punto materiale dopo avere percorso } s \text{ metri}$$

$$s = \ell \Rightarrow v = \sqrt{2 g h} \quad = \text{velocità del punto materiale dopo avere percorso } \ell \text{ metri} =$$

= velocità del punto materiale ai piedi del piano inclinato, cioè nel punto C

Dimostriamo adesso che la velocità finale del corpo (v_C), quando ha percorso tutto il piano inclinato, è uguale a quella che avrebbe il corpo se cadesse lungo la verticale (v_A). Infatti:

$$v_A = v_{B \rightarrow A} = \sqrt{2 g h} \quad , \quad v_C = v_{B \rightarrow C} = \sqrt{2 a \ell} = \sqrt{2 \cdot \frac{h}{\ell} \cdot g \ell} = \sqrt{2 g h} \quad , \quad (s = \ell) \quad v_A = v_C$$

Il moto in discesa lungo il piano inclinato è << **RALLENTATO** >> rispetto al moto in caduta libera , e si può osservare più facilmente . Attraverso esperienze sul piano inclinato Galileo , con un sottile ragionamento , riuscì a dedurre il principio d ' inerzia .

Infatti diminuendo l ' altezza **h** del piano inclinato , diminuisce proporzionalmente

l'accelerazione $a = \frac{h}{\ell} g$.

Ma se **h = 0** , cioè se il piano è orizzontale , l'accelerazione è nulla . Allora il corpo o sta fermo o si muove di moto rettilineo uniforme .

Su di esso agiscono due forze a risultante nullo \vec{P} e $\vec{\Phi}$.

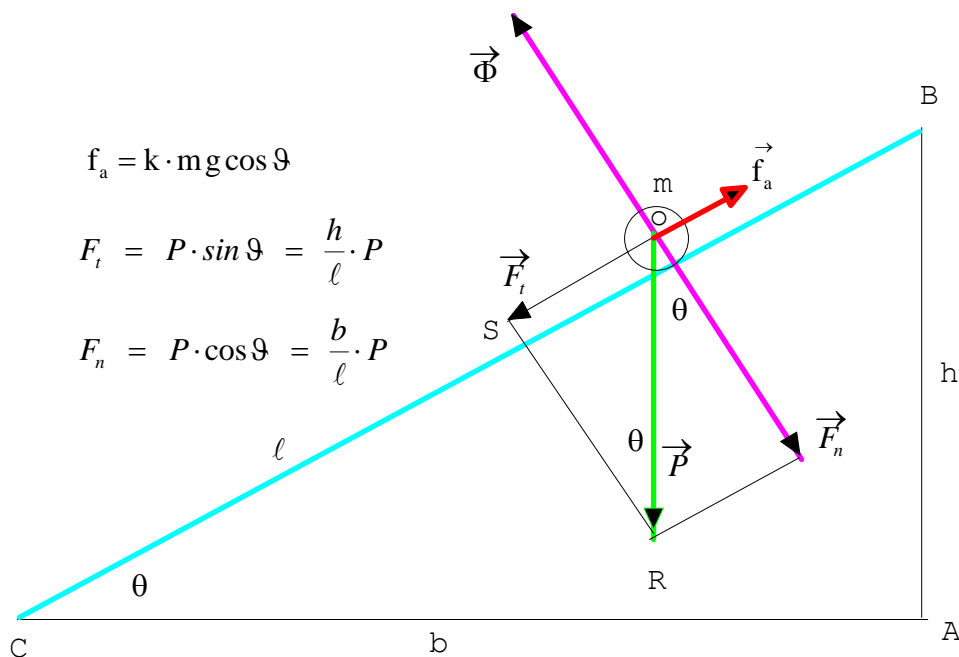
$$\vec{F}_t = \vec{o} \quad , \quad \vec{F}_n = \vec{P} \quad , \quad \vec{P} + \vec{\Phi} = \vec{o}$$

Se il piano inclinato presenta attrito , se il coefficiente di attrito è k , le precedenti relazioni diventano :

$$f_a = k \cdot m g \cos \vartheta = k \cdot m g \cdot \frac{b}{\ell} \quad \vec{F}_t + \vec{f}_a = m \vec{a} \quad F_t - f_a = ma \quad m g \sin \vartheta - k m g \cos \vartheta = ma$$

$$g \sin \vartheta - k g \cos \vartheta = a \quad a = (\sin \vartheta - k \cos \vartheta)g \quad a = 0 \Rightarrow \sin \vartheta - k \cos \vartheta = 0 \Rightarrow k = \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta} = \operatorname{tg} \vartheta$$

$$\cos \vartheta = \frac{b}{\ell} \quad \sin \vartheta = \frac{h}{\ell}$$



Forza applicata e moto prodotto

Con questo paragrafo vogliamo rispondere qualitativamente alla seguente domanda : << **quale moto determina una forza \vec{F} applicata ad un punto materiale di cui conosciamo la posizione e la velocità vettoriale ?** >> Viceversa **se conosciamo la traiettoria ℓ descritta da un punto materiale , se conosciamo come variano la sua velocità scalare e la sua accelerazione scalare quale forza è applicata al punto materiale ?** Se ad un certo istante conosciamo la velocità vettoriale \vec{v} del punto materiale e la forza \vec{F} ad esso applicata, conviene decomporre \vec{F} lungo due direzioni , precisamente lungo la retta d'azione di \vec{v} e lungo la perpendicolare a \vec{v} . Risulta :

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n \quad , \quad \vec{F}_t = m\vec{a}_t \quad , \quad \vec{F}_n = m\vec{a}_n \quad , \quad \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Sia ℓ la traiettoria descritta dal punto materiale P ed $s = s(t)$ la sua legge oraria .

Noi sappiamo che : $a_t =$ **accelerazione scalare istantanea**

$a_n =$ **modulo dell'accelerazione normale** (o centripeta)

v è la velocità scalare istantanea , **FORZA TANGENZIALE** = forza avente ,istante per istante ,la direzione della velocità \vec{v}

FORZA CENTRIPETA = forza avente ,istante per istante , la direzione perpendicolare alla velocità \vec{v} .

Un **moto curvilineo** è dovuto all'azione contemporanea della forza tangenziale \vec{F}_t e della forza centripeta \vec{F}_n . La **forza centripeta** non è una forza di natura speciale ,ma l'effetto delle due forze è nettamente diverso . \vec{F}_t serve a variare il modulo del vettore \vec{v} , \vec{F}_n serve a variare la direzione di \vec{v} . Il moto è rettilineo se \vec{F}_n è costantemente nullo . Il moto è curvilineo ed uniforme se esiste solo \vec{F}_n . Analizziamo adesso ,dal punto di vista della dinamica ,alcuni tipi di moto :

1°) **Quiete e moto rettilineo uniforme**

$$\vec{v}=\text{costante} \Rightarrow \Delta\vec{v}=\vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = \vec{0}$$

Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniforme quando ad esso non è applicata nessuna forza o è applicato un sistema di forze a risultante nullo

2°) **Moto rettilineo uniformemente vario**

$$\vec{a}_n = \vec{0} \quad , \quad \vec{a}_t = \text{costante} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_t = \text{costante} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_t = \vec{F}_t = \text{costante}$$

Il moto rettilineo uniformemente vario è determinato da una forza tangenziale costante e da una forza centripeta nulla .

3) Moto rettilineo vario

$\vec{a}_n = \vec{0}$, \vec{a}_t è un vettore variabile o nel modulo o nel verso .

$\vec{a} = \vec{a}_t \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_t = \vec{F}_t$ variabile in modulo o in verso

Il moto rettilineo vario è determinato da una forza tangenziale variabile in modulo o in verso .

4) Moto curvilineo uniforme: $\vec{a}_n \neq \vec{0}$, $\vec{a}_t = \vec{0}$, $v = \text{costante} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}_n = \vec{F}_n$

Il moto curvilineo uniforme è determinato da una forza centripeta .

5) Moto curvilineo uniformemente vario

$\vec{a}_n \neq \vec{0}$ (variabile almeno in direzione) , \vec{a}_t costante in modulo

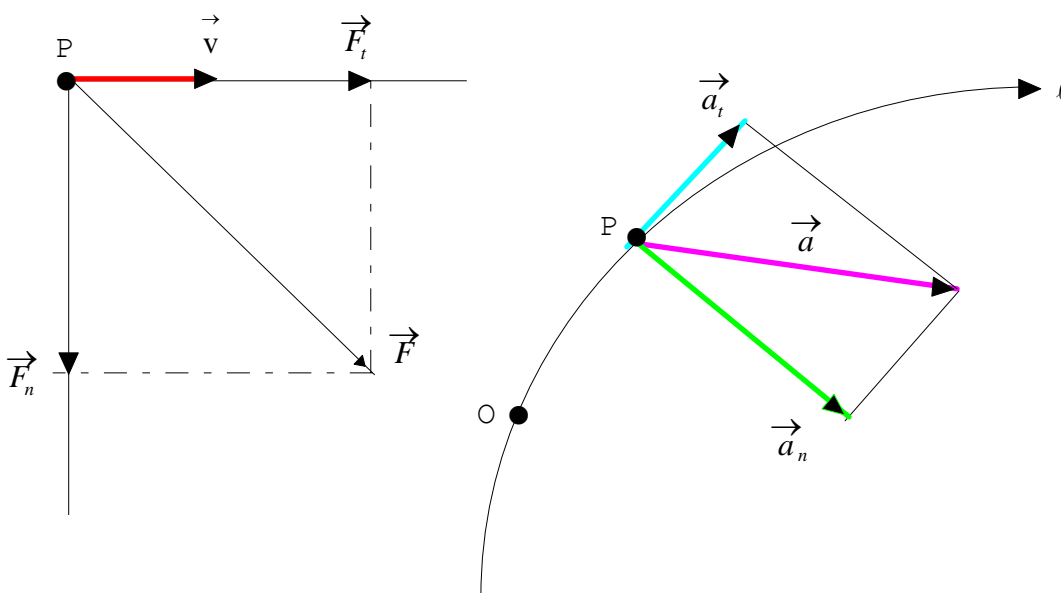
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_t + m\vec{a}_n = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

Il moto uniformemente vario è dovuto all'azione contemporanea di una forza tangenziale avente modulo costante e direzione variabile e di una forza centripeta avente variabile almeno la direzione .

6) Moto curvilineo vario

$$\vec{a}_n \neq \vec{0} \quad , \quad \vec{a}_t \neq \vec{0} \quad \vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

Il moto curvilineo vario è dovuto all'azione contemporanea di una forza tangenziale avente modulo e direzione variabili e di una forza centripeta avente modulo e direzione variabili .



La forza centripeta e la dinamica del moto circolare uniforme

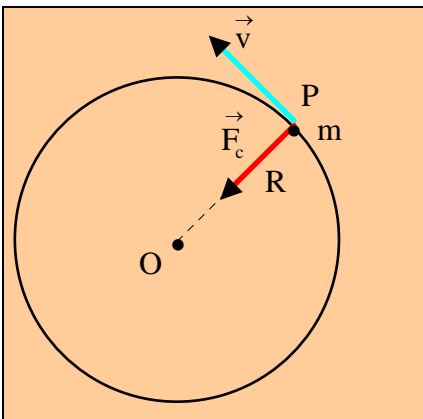
Una **forza** è detta **centripeta** quando è perpendicolare alla velocità vettoriale . Una **forza centripeta** produce un cambiamento nella direzione della velocità vettoriale di un punto materiale senza cambiarne il modulo . E' importante comprendere che la **forza centripeta** non è un nuovo tipo di forza che non abbiamo ancora studiato ; essa è soltanto il nome che diamo alla forza che agisce sul punto materiale perpendicolarmente alla velocità vettoriale . La **forza centripeta** può essere dovuta ad una fune flessibile ed inestensibile , ad una molla , ad una forza di contatto (come nel cerchio della morte) ad una forza che agisce a distanza come la **forza gravitazionale** (moto circolare uniforme della Terra attorno al sole) .

Calcoliamo il valore della **forza centripeta** F_c nel caso di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme . Applicando la legge fondamentale della dinamica abbiamo : $F_c = m a_c$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$F_c = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f = \omega R \Rightarrow F_c = \frac{4\pi^2 m R}{T^2}$$



Un punto materiale P di massa m si muove di moto circolare uniforme . Esso è soggetto ad una **forza centripeta** di modulo costante pari a : $F_c = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$.

Il punto materiale non possiede accelerazione tangenziale e quindi **non è soggetto ad alcuna forza tangenziale** .

- La forza necessaria a mantenere un corpo di massa m che si muove con velocità scalare v lungo una traiettoria circolare di raggio r è detta forza centripeta ; il suo modulo è pari a $m \cdot \frac{v^2}{r}$ ed è diretta radialmente verso il centro della circonferenza .

- Le forze tangenti , o parallele alla direzione del moto e quindi alla velocità vettoriale , modificano solo la velocità scalare del corpo e possono compiere lavoro su di esso . Le forze perpendicolari alla direzione del moto e quindi alla velocità vettoriale , variano soltanto la direzione del moto (e quindi alla velocità vettoriale) determinando accelerazioni centripete e non compiono lavoro (La forza centripeta è perpendicolare allo spostamento) .

Misura statica e misura dinamica di una forza

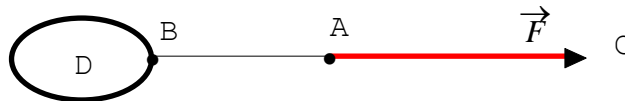
Abbiamo già detto che le forze sono grandezze vettoriali. Per individuarle occorre conoscerne il loro punto di applicazione, la direzione, il verso ed il modulo. Una forza agente su di un punto A si rappresenta con un segmento orientato $C - A$ avente origine in A. La lunghezza di questo segmento orientato rappresenta, in scala opportuna, la misura della forza.

Ad esempio $\ll 1 \text{ cm} \gg$ per ogni newton. La direzione ed il verso di una forza \vec{F} (di trazione) agente sul punto B del corpo D si possono determinare sia staticamente che dinamicamente.

Si fa staticamente quando è possibile fare agire la forza sull'estremo A di un filo flessibile, inestensibile e di peso trascurabile, mentre l'altro estremo del filo è fisso in B. Il filo BA acquista una posizione di equilibrio che dà direzione e verso della forza applicata in A. Direzione e verso si determinano dinamicamente se si determinano dinamicamente direzione e verso dell'accelerazione prodotta dalla forza. La misurazione del modulo (intensità) della forza può farsi sia staticamente che dinamicamente. Può farsi **staticamente**:

1) la forza da misurare produce una deformazione elastica ed è equilibrata dalla forza elastica che così si genera. Si ha in questo modo il **DINAMOMETRO**.

2) Può farsi **dinamicamente**: si misura la forza dalla variazione di velocità (accelerazione) che essa produce, agendo su di un corpo di data massa. In questo caso la forza si misura in newton



come abbiamo già visto.

La **misura statica** di una forza si effettua in base alle seguenti considerazioni.

<p style="text-align: center;">$\vec{F} = k \cdot (B - A)$</p>	<p>Esiste una relazione tra la forza applicata ad una molla e la deformazione che ne deriva</p> <p>Se a riposo una molla ha lunghezza l_0 ed in seguito all'applicazione della forza \vec{F} la lunghezza diventa l, la deformazione sarà:</p> $\Delta l = l - l_0 = \vec{x}$
---	--

Entro certi limiti la relazione che intercorre tra la forza applicata \vec{F} e la deformazione prodotta $\Delta \ell$ è la seguente :

$$\vec{F} = k \cdot \Delta \vec{\ell} = k \cdot \vec{x} = k \cdot \vec{s}$$

dove k prende il nome di **costante elastica della molla** . k varia da molla a molla e per una stessa molla dipende dalle sue caratteristiche fisiche e geometriche . Tale formula prende il nome di legge di Hooke . Premesso questo vediamo come è possibile misurare staticamente una forza . Consideriamo un **dinamometro** costituito da una molla ad elica il cui asse è tenuto parallelo alle forze da misurare e queste siano , ad esempio , i pesi dei corpi A , B , C,.. L'asse dell'elica sarà tenuto verticale . Hanno **pesi uguali** due corpi se , appesi al gancio del dinamometro , sono tenuti in equilibrio con un uguale allungamento della molla , da leggersi sulla scala arbitraria **G** mediante l'indice **I** . Se A e B hanno pesi uguali ed il peso di C da solo è tenuto in equilibrio da un allungamento pari a quello dovuto all'azione contemporanea di A e di B , si dirà che C pesa il doppio di A (o di B) . Resta da scegliere l'unità di misura del peso . Nulla di più naturale che ricorrere al **chilogrammo peso** (o **chilogrammo forza**), cioè al peso di un chilogrammo massa . Basta appendere al gancio del dinamometro la massa di un chilogrammo ed attendere l'equilibrio . In corrispondenza dell'indice I se segnerà $1Kg_p$ oppure $1Kg_f$.

Vediamo quale relazione intercorre tra il **newton** ed il **chilogrammo peso** (o chilogrammo forza) .

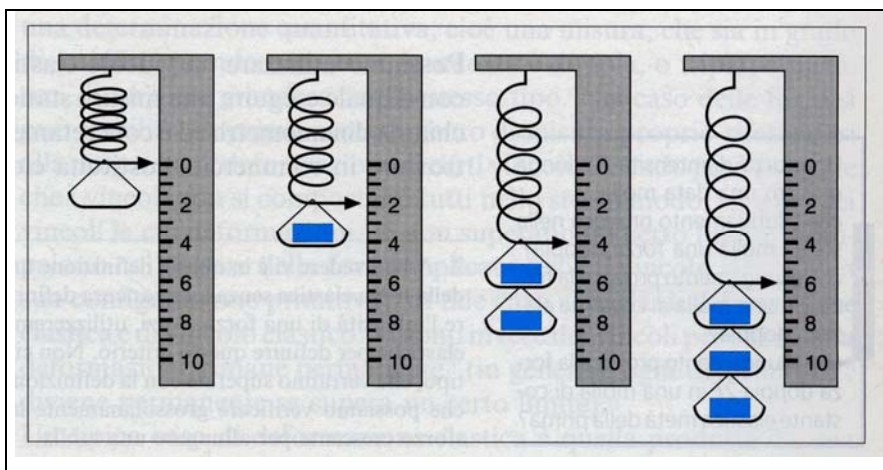
$$P = m g \quad , \quad m = 1Kg_m \quad , \quad g = 9,8 \frac{m}{s^2}$$

$$1Kg_p = 1Kg_m \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 9,8 \cdot Kg_m \cdot \frac{m}{s^2} = 9,8 N \quad , \quad \boxed{1Kg_p = 9,8 N \quad , \quad 1N = 0,102 Kg_p}$$

Con una approssimazione del 2 % abbiamo : $1Kg_p = 1Kg_m \cdot 9,8 \cdot \frac{m}{s^2} = 9,8 N$

Nel S.I. il **Kgp** non è unità di misura coerente per la misura della forza . Il dinamometro può essere tarato in **newton** . Il **chilogrammo peso** è il peso di un corpo avente la massa di $1kg_m$.

Un corpo avente massa $m = 1kg_m$ pesa $1kg_p$ e viceversa un corpo che ha peso $P = 1kg_p$ ha massa $m = 1kg_m$. Questo significa che un corpo che pesa $720g_p$ ha massa $m = 720g_r$.



Un dinamometro molto semplice costituito da una molla e da una scala graduata che ne misura l'eventuale allungamento .

L'allungamento della molla è direttamente proporzionale alla forza che lo determina

Equilibrio e quiete

Un **punto materiale è in quiete** in un dato sistema di riferimento **quando è nulla la sua velocità vettoriale** rispetto ad esso . Noi sappiamo che la forza applicata ad un punto materiale è una **grandezza vettoriale** . Quando su un punto materiale agiscono contemporaneamente più forze ,possiamo calcolare il **risultante** , cioè la somma vettoriale di tutte le forze applicate al punto

materiale : $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ e possiamo supporre che agisce una sola forza ,

il **risultante** .

Un punto materiale è in **equilibrio statico** quando il punto materiale è in quiete ($\vec{v} = \vec{0}$) ed è nullo il risultante di tutte le forze agenti su di esso .

Un punto materiale è in **equilibrio dinamico** quando è nullo il risultante di tutte le forze che agiscono su di esso ma non è in quiete .

Statica del punto libero e del punto vincolato

In quali condizioni un punto materiale , libero di muoversi in tutte le direzioni , sta in equilibrio sotto l'azione simultanea di n forze $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$?

Nella risoluzione di questo problema consiste lo studio della statica del punto materiale libero .

Movimento ed equilibrio s'intendono rispetto ad un sistema di riferimento inerziale che , in prima approssimazione ,può essere una terna solidale con la terra . A questa terna s'immagina fisso un osservatore . La statica del punto materiale non presenta alcuna difficoltà di studio una volta che abbiamo accertato la natura vettoriale delle forze . Infatti un punto materiale è in equilibrio quando è nullo il vettore somma cioè il risultante \vec{R} di tutte le forze ad esso applicate .

Contribuiscono all'equilibrio del punto materiale vincolato anche le forze dovute ai vincoli che noi supporremo perfettamente rigidi , cioè indeformabili . Ricordiamo che VINCOLO è qualsiasi dispositivo capace di imporre una limitazione al moto (un tavolo , un filo , un binario,..) .

Molto spesso si ammette che i vincoli siano LISCI , cioè privi di attrito . In questo caso le reazioni vincolari sono perpendicolari alla superficie o al profilo del vincolo .

Le condizioni di equilibrio di un punto vincolato sono quelle di un punto libero , quando tra le forze che lo sollecitano si includono le reazioni vincolari. Possiamo anche dire che c'è equilibrio quando il risultante \vec{R} di tutte le forze non vincolari (forze attive) è equilibrato dal **risultante** $\vec{\Phi}$ delle reazioni dei vincoli (**forze reattive** o *forze vincolari*) : $\vec{R} = - \vec{\Phi}$ cioè $\vec{R} + \vec{\Phi} = \vec{0}$.

Le forze fondamentali della natura

Le forze reali sono state introdotte come interazioni fra corpi . Nonostante l'estrema varietà del mondo fisico , le interazioni che si esercitano tra gli innumerevoli tipi di corpi che costituiscono la natura si possono ricondurre a soli quattro tipi di interazioni (o forze) fondamentali non ulteriormente riducibili :

1) **interazioni gravitazionali** 2) **interazioni elettromagnetiche** 3) **interazioni nucleari forti** 4) **interazioni nucleari deboli** .

Analizziamo sinteticamente le proprietà delle quattro forze fondamentali .

1) **FORZA GRAVITAZIONALE** la cui sorgente è una massa . Le forze gravitazionali nascono come interazioni fra masse , fra agglomerati di materia e sono le maggiori responsabili delle interazioni fra corpi macroscopici (in particolare fra **corpi celesti**) .

2) **FORZA ELETTROMAGNETICA** la cui origine è da attribuire a qualsiasi corpo che possiede carica elettrica (in quiete o in movimento) . Le forze elettromagnetiche nascono come interazioni fra corpi dotati di un eccesso di carica e spiegano le più importanti proprietà degli atomi , delle molecole . Sono di tipo elettromagnetico la forza elettrostatica , la forza magnetica , la forza elastica , la forza di attrito , la forza di coesione molecolare .

3) **FORZA NUCLEARE FORTE** la cui sorgente è ogni particella costituente il nucleo degli atomi . Le forze nucleari forti nascono come interazione fra le particelle elementari dei nuclei e sono le maggiori responsabili della stabilità dei nuclei e dei processi che hanno luogo a livello subatomico . Infatti , l'esistenza delle sole forze elettrostatiche farebbe prevedere una intensissima repulsione fra tutti i protoni contenuti nel nucleo degli atomi , con conseguente collasso di qualunque corpo , non compensata dalla trascurabilissima attrazione gravitazionale tra gli stessi protoni e tra questi e i neutroni .

4) **FORZA NUCLEARE DEBOLE** che controlla il decadimento radioattivo di alcune sostanze (**decadimento delle particelle β**) e altre proprietà delle particelle elementari .

L' **interazione nucleare debole** si esercita tra particelle elementari chiamate **leptoni** (elettroni , neutrino ecc.) e si manifesta , per esempio , nel **decadimento radioattivo β** , cioè **nella disintegrazione di atomi radioattivi in cui un neutrone si trasforma in un protone** .

Scala di grandezze delle forze fondamentali

1) **forza gravitazionale** = 1 per convenzione 2) **forza elettromagnetica** = 10^{38}

3) **forza nucleare forte** = 10^{40} 4) *forza nucleare debole* = 10^{13}

come si può dedurre col calcolo per due protoni di uno stesso nucleo .

Le forze gravitazionali e quelle elettromagnetiche sono **forze a lungo raggio d'azione** nel senso che fanno sentire i loro effetti anche a grandi distanze .

Caratteristica delle *forze nucleari* è di essere a *corto raggio d'azione* : cioè a distanze maggiori di circa 10^{-15} m non hanno alcun effetto .

Per questa ragione interessano il mondo macroscopico : esse non arrivano ad avere un ruolo nemmeno tra i nuclei di una molecola (separati generalmente di 10^{-10} m) .

Un neutrone fa sentire di essere **SORGENTE DI FORZE NUCLEARI** solo per distanze che non superino i 10^{-15} m : << vede >> , cioè , attraverso le forze nucleari solo le particelle nucleari che si trovano nelle immediate vicinanze .

Invece , la terra sente l'azione gravitazionale di tutti gli atomi del sole ; ed il sasso , sulla terra , deve il suo peso all'azione gravitazionale di tutti gli atomi del pianeta .

Così pure un elettrone che si trovi in prossimità di una piastra metallica carica << sente >> l'azione di tutte le cariche della piastra .

Le **forze fondamentali** hanno , pertanto , un ambito d'applicazione molto diverso : quasi tutta l' **astronomia** e la **cosmologia** fanno ricorso alla sola **forza gravitazionale** .

Lo studio fisico dei processi chimici , le proprietà degli atomi , dei solidi , dei liquidi , dei gas nascono dalle *interazioni elettromagnetiche* .

Invece le proprietà dei nuclei degli atomi e quindi lo studio delle fonti d'energia nucleare , dei reattori nucleari , dei processi di produzione di energia nelle stelle , si basano sulle forze nucleari .

Infine , le **interazioni deboli** , responsabili del decadimento radioattivo beta (raggi β) dei nuclei , di molti processi che coinvolgono particelle elementari , di tutte le reazioni che coinvolgono neutrini , sono quelle ancora meno comprese e che svelano , di tanto in tanto , fenomeni singolari e lontanissimi dal senso comune .

LE FORZE FENOMENOLOGICHE

Per un certo periodo di tempo i fisici attribuirono ad ogni fenomeno una sua forza specifica : forza di coesione , forza di adesione , forza elastica , forza d'attrito , ...

Queste forze dette **forze fenomenologiche** o **forze non fondamentali** , in passato erano intese come prive di collegamento l'una con l'altra .

Oggi invece sappiamo che le **forze fenomenologiche** , quelle buone per ciascun fenomeno , possono essere ricondotte alle forze fondamentali .

Le **forze fenomenologiche** vengono chiamate così perché, pur rientrando nell'ambito delle forze fondamentali, non possono essere inquadrare in una sola classe d'interazione. Inoltre, mentre le forze fondamentali sono espresse da una legge fisica perfettamente definita e da una formula matematica relativamente semplice, le **forze fenomenologiche**, soprattutto a causa della complessità del fenomeno considerato, sono espresse da leggi approssimate la cui forma matematica deve essere determinata caso per caso, a seconda delle particolari condizioni in cui ha luogo il fenomeno. Come esempi di *forze fenomenologiche* considero;

- 1) la **forza di coesione molecolare**
- 2) la *forza di attrito*
- 3) la **forza elastica di richiamo**.

FORZE INTERMOLECOLARI

Le molecole che costituiscono la materia interagiscono fra loro mediante forze dette **forze intermolecolari**. Tali forze possono essere di natura attrattiva o repulsiva a seconda che la distanza tra i loro centri sia maggiore o minore di $10^{-10} m$.

Le **forze attrattive** possono essere spiegate utilizzando la teoria dell'elettromagnetismo classico, quelle **repulsive** invece vanno interpretate facendo ricorso alla **meccanica quantistica**.

La forza elastica di richiamo

Alcuni corpi, deformati per l'applicazione di forze esterne, riassumono la forma ed il volume iniziali quando le forze applicate cessano di agire. Tali corpi si chiamano perfettamente elastici. Di solito i corpi solidi si comportano come corpi **perfettamente elastici** per valori limitati delle forze applicate. Una categoria più ristretta di corpi gode anche della proprietà che, per valori delle forze applicate contenuti entro certi limiti, l'entità della deformazione è proporzionale al valore della forza deformante. In questo caso si dice che il corpo considerato segue la legge di Hooke.

Questa legge definisce il **corpo solido elastico ideale**.

Se a questo corpo si applica una forza deformante F essa provoca una deformazione $\ll s \gg$ tale che, se k è una costante, risulta: $F = k s$ (legge di **Hooke**)

Il corpo deformato reagisce sull'ente che ha provocato la deformazione con una forza elastica f_e

data da: $f_e = -F = -k s$

Nel caso di deformazioni lineari la legge di Hooke può essere scritta anche in forma vettoriale : $\vec{F} = k \cdot \vec{s}$, $\vec{f}_e = -k \cdot \vec{s}$

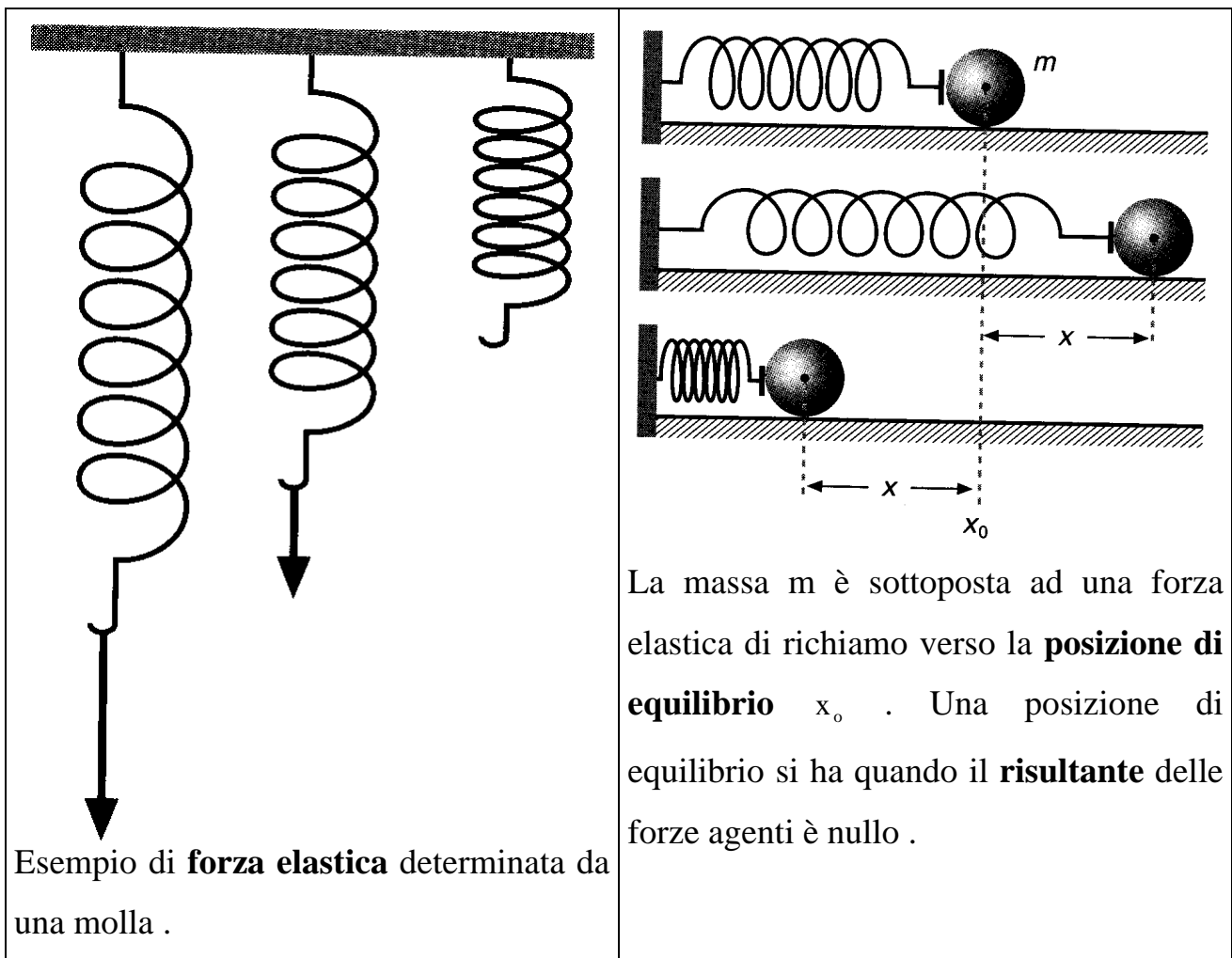
Come esempio di forza elastica possiamo citare quella fornita da una molla elicoidale longitudinale. Una molla elicoidale è costituita da un pezzo di filo metallico rigido avvolto a forma di elica .

Se viene sottoposta a compressione o a trazione e poi è lasciata libera la molla ritorna alla lunghezza iniziale , naturalmente purché la deformazione non sia troppo grande .

Esiste un limite a queste deformazioni oltre il quale la molla non ritorna alla sua lunghezza iniziale ma rimane permanentemente deformata .

Indichiamo con \vec{s} la deformazione , ossia l'allungamento o l'accorciamento della molla rispetto alla sua posizione di equilibrio , la forza esercitata dalla molla su di un corpo attaccato al suo estremo libero si può esprimere mediante la formula $\vec{f}_e = -k \cdot \vec{s}$

ove k è un fattore di proporzionalità che dipende dalla natura della molla e dalla forma geometrica e si chiama **costante elastica** della molla .



Le forze d'attrito o resistenze passive

Le forze che si generano sulle superfici di contatto fra due corpi quando questi tendono a muoversi o già si muovono l'uno rispetto all'altro vengono dette **FORZE D'ATTRITO** o **resistenze passive** in quanto agiscono sempre in senso contrario al movimento dei corpi.

Le **forze d'attrito** sono pertanto forze che si oppongono al movimento e si manifestano tutte le volte che un corpo striscia o rotola su un altro corpo o quando si muove in un fluido.

Distinguiamo quattro forze di attrito:

1) **attrito interno** o *viscosità di un fluido*

Nasce dalla resistenza che incontrano le molecole di un fluido quando scorrono le une sulle altre.

2) **attrito del mezzo**

Rappresenta la resistenza che oppone un fluido (liquido o aeriforme) al moto dei corpi che vi sono immersi.

3) **attrito radente**

Esprime la forza che si oppone al moto di un solido che striscia su un altro solido. Esso è dovuto essenzialmente alla scabrosità della superficie di contatto ed alle forze di adesione che si manifestano tra i due corpi solidi messi a contatto.

4) **attrito volvente**

E' la forza che si oppone al moto di un solido che rotola su un altro solido. Esso è dovuto essenzialmente alle asperità della superficie di contatto ed alla non perfetta elasticità dei corpi a contatto. Il primo tipo di attrito è detto **ATTRITO INTERNO**, gli altri tre sono detti **ATTRITI ESTERNI**. L'attrito si presenta in ogni caso come un sistema di forze che sono applicate ai vari elementi della superficie del corpo mobile e che ne ostacolano il moto.

Solo in alcuni casi semplici esiste il risultato di tutte queste forze di attrito elementare e si può parlare di **forza d'attrito**.

ATTRITO RADENTE

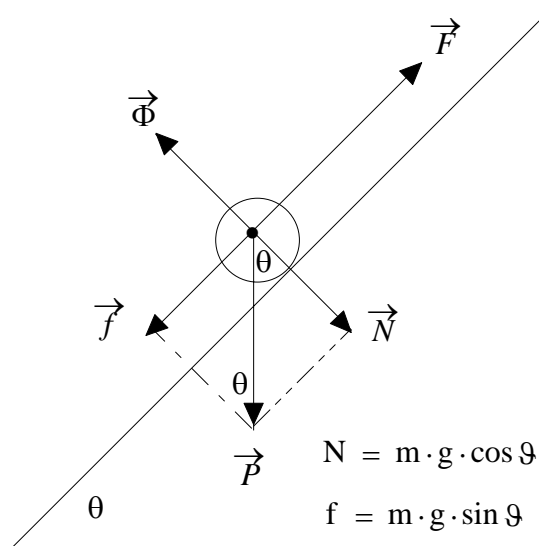
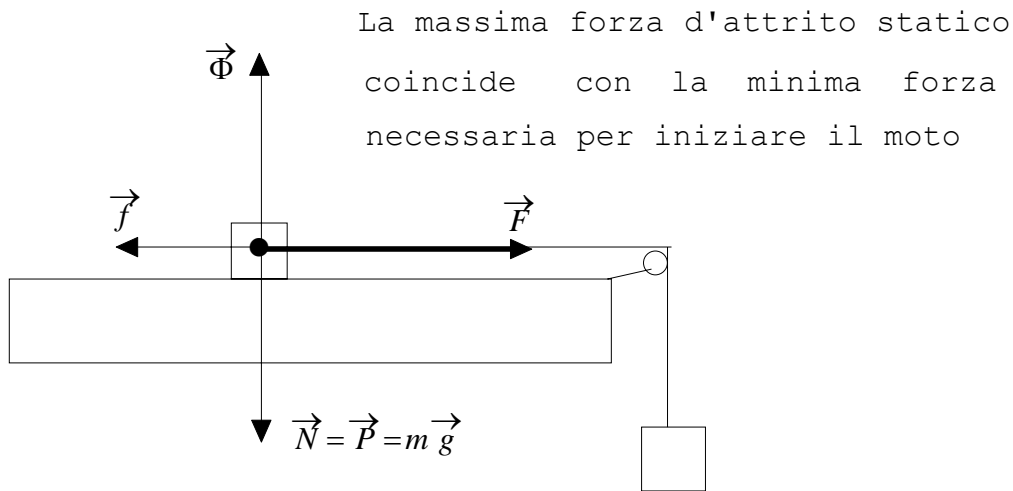
Consideriamo un blocco che poggia su un piano orizzontale . Il peso del blocco spinge quest'ultimo verso il basso premendolo contro il tavolo . Poiché le molecole del tavolo presentano una grande resistenza alla compressione il tavolo esercita sul blocco una forza verso l'alto normale alla superficie di contatto senza subire una notevole deformazione .

In modo analogo , il blocco esercita sul tavolo una forza diretta verso il basso . Sia \vec{N} la forza normale agente sulla superficie di separazione dei due corpi (nel nostro caso \vec{N} coincide col peso $\vec{P} = m\vec{g}$ del blocco che striscia sul piano orizzontale : $\vec{N} = \vec{P}$) . Esercitiemo sul blocco una forza orizzontale \vec{F} non troppo intensa . E' Evidente che il tavolo esercita una forza orizzontale \vec{f} uguale e contraria ad \vec{F} , purché quest'ultima abbia intensità relativamente piccola . La forza \vec{f} parallela alla superficie del tavolo è chiamata forza d ' attrito radente (Il blocco naturalmente esercita sul tavolo una forza uguale e contraria ad \vec{f} , tendente a trascinarla nella direzione e nel verso della forza orizzontale \vec{F} che esercitiamo noi) . La forza d'attrito \vec{f} è dovuta al legame che intercorre tra le molecole del blocco e quelle del tavolo nei punti dove le superfici sono in contatto molto stretto . Ci si potrebbe aspettare che la forza di attrito massima sia proporzionale all'area di contatto fra le due superfici . Si verifica però sperimentalmente che tale forza è , con buona approssimazione , indipendente da quest'area ed è semplicemente proporzionale alla forza premente \vec{N} normale alla superficie di separazione dei due corpi . In formule abbiamo : $\boxed{f = k \cdot N}$ [1] ($f \propto N$) . La costante di proporzionalità k è detta **costante di attrito radente** o *coefficiente di attrito radente* . L ' attrito è un fenomeno complesso che non è stato ancora spiegato del tutto .Le leggi dell'attrito non esprimono principi generali , ma si limitano a riassumere i risultati di molte prove sperimentali , eseguite con materiali differenti .

Esse pertanto non hanno validità universale , ma descrivono con sufficiente precisione un buon numero di situazioni reali . Le leggi dell'attrito radente possono essere così sintetizzate :

- 1) **l' attrito radente è proporzionale alla forza normale con cui i corpi premono uno sull' altro**
- 3) **l' attrito è in prima approssimazione indipendente dalla velocità** (ad esempio per valori della velocità compresi tra 1 cm/s e qualche metro al secondo) .
- 4) *l' attrito radente si può considerare indipendente dall'area della superficie di contatto , purché questa non sia molto piccola*

5) L' attrito radente dipende dalla levigatezza e dalla natura della superficie di contatto . Inoltre l' adesione ha particolare importanza nel caso di attrito tra superfici molto lisce . Infatti rendendo levigate le superfici di contatto oltre un certo limite , a causa dell'aumentata forza di adesione , l'attrito invece di aumentare diminuirebbe .



ATTRITO VOLVENTE

L' attrito volvente si manifesta quando un corpo rotola su un altro corpo . E' il caso tipico delle ruote e dei corpi sferici in moto su varie superfici . Caratteristica dell'**attrito volvente** è quella di essere molto più piccolo , in intensità , dell'attrito radente . L' **attrito volvente** è direttamente proporzionale alla forza premente (N) , dipende dalla natura e dalle condizioni delle superfici di contatto , ma non dipende dalla velocità , è inversamente proporzionale al raggio (r) della sfera o del cilindro che rotola .

In formule abbiamo : $f_{av} = k \cdot \frac{N}{r}$ dove k rappresenta il **coefficiente di attrito volvente** .

Attrito e forza motrice

Il contributo delle forze d'attrito agli effetti dinamici è della massima importanza .

1) Quando ad un corpo si applica una forza esterna \vec{F} costante , uguale in modulo alla forza d'attrito \vec{f} , il moto del corpo è **rettilineo uniforme** .

2) Qualora si applicasse una forza esterna costante maggiore in intensità a quella d'attrito , il moto risulterebbe **uniformemente accelerato** .

3) Se il corpo è soggetto ad una forza esterna costante \vec{F} , l'attrito che si manifesta mediante la forza \vec{f} , si oppone sempre ad essa . La forza risultante \vec{R} che agisce sul corpo si ottiene applicando la legge fondamentale della dinamica : $\vec{R} = \vec{F} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$ che , scritta in forma

scalare , assume la forma : $F - f = m \cdot a$, $F - \mu \cdot N = m \cdot a$, $a = \frac{F - \mu \cdot a}{m}$

La resistenza del mezzo

L'esperienza mostra che ogni corpo solido in moto in un fluido (liquido o aeriforme) subisce da parte di questo una forza \vec{f}_m che si oppone al moto e che dipende soltanto dal moto relativo del solido e del fluido . Questa forza \vec{f}_m si chiama **RESISTENZA del MEZZO** .

Tutti i casi possibili si possono ridurre ai seguenti :

1) **la velocità del corpo solido rispetto al fluido in cui si muove è molto piccola** .

In questo caso abbiamo : $\vec{f}_m = -k \cdot \eta \cdot S \cdot \vec{v}$

con η = **coefficiente di viscosità** che varia con la natura del fluido .

In particolare , per una sferetta di raggio r la **resistenza del mezzo** è espressa dalla **legge di Stokes** che assume la seguente forma : $f_m = -6\pi\eta r v$

2) **Quando la velocità del corpo solido in movimento nel fluido supera un certo valore ma è inferiore alla velocità del suono** allora la resistenza del mezzo non dipende più da η ma

dipende dalla forma geometrica del corpo , è proporzionale alla massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ del

fluido , all ' area della superficie della sezione massima del corpo in moto , ed al quadrato della velocità . In formule abbiamo :

$$f_m = k \rho S v^2 \quad (\text{ legge di Newton })$$

3) per **velocità superiori a quella del suono** la resistenza del mezzo aumenta in maniera considerevole e la legge diventa alquanto complessa .

Altra classificazione delle forze

Le forze possono essere classificate in base al loro modo di agire , indipendentemente dalla loro natura .

1) FORZE DI CONTATTO

Sono **forze agenti per contatto** quelle forze nelle quali il corpo che provoca l'accelerazione o la deformazione è a contatto col corpo accelerato o deformato . Sono forze agenti per contatto la forza esercitata dalla mano per comprimere una molla o la forza che si esercita dando un calcio al pallone . In entrambi i casi si ha contatto tra il corpo che esercita la forza e l'oggetto che subisce l'accelerazione o la deformazione .

2) FORZE AGENTI A DISTANZA

Sono quelle forze che determinano una accelerazione o una deformazione senza che avvenga un contatto col corpo accelerato o deformato . Sono forze agenti a distanza la forza con la quale la terra attira i corpi posti nelle sue vicinanze , la forza con cui una calamita attira un pezzo di ferro , la forza che il sole esercita sulla terra , la forza che esercita il nucleo di un atomo su un elettrone dello stesso atomo . In questi casi non c'è contatto tra il corpo che esercita la forza e l'oggetto che subisce la forza .

3) Forze impulsive o istantanee

Sono forze che agiscono per un periodo di tempo molto breve rispetto al tempo di osservazione del fenomeno . Esse intervengono essenzialmente nei fenomeni d'urto . Quando si dà un calcio ad un pallone si realizza una forza di contatto impulsiva .

4) FORZE CONTINUE

Sono forze che agiscono per un intervallo di tempo relativamente lungo . Possono essere variabili o costanti . La forza peso che agisce su di un oggetto posto sul pavimento di una stanza rappresenta l'esempio di una forza continua costante .

Considerazioni conclusive sulle forze fondamentali e sulle forze fenomenologiche

Le **forze fondamentali** (o *forze elementari*) conosciute sono : le **forze gravitazionali** , le *forze elettromagnetiche* , le forze nucleari , le **forze deboli** . Con queste forze elementari , oggi , siamo in grado di riconoscere tutte le altre . A livello macroscopico , cioè nella vita quotidiana , solo le forze gravitazionali e quelle elettromagnetiche sono effettivamente rilevanti e direttamente percepite .

Le **forze nucleari** e quelle **deboli** riguardano essenzialmente la struttura del nucleo atomico e dei suoi costituenti . Le **interazioni fondamentali** sono le quattro forze con le quali è possibile spiegare tutti i fenomeni naturali , da quelli che avvengono su scala microscopica (atomica e nucleare) a quelli macroscopici .

Tali forze sono dette **forza gravitazionale** , **forza elettromagnetica** , **forza nucleare forte** , **forza nucleare debole** . Ciascuna interazione è trasmessa da particelle che agiscono da mediatori e quindi , nella visione della fisica moderna , le forze sono viste come lo scambio di queste particelle tra i corpi che interagiscono . Uno degli sforzi principali della fisica attuale è quello di unificare teoricamente le **interazioni fondamentali** in un unico modello , dove ciascuna di esse non sia altro che un diverso modo di apparire di un'unica forza originaria presente nei primi istanti di vita dell ' Universo .

Caratteristiche delle interazioni fondamentali			
Interazione	mediatori	intensità relativa	raggio d'azione
gravitazionale	gravitoni	10^{-39}	infinito
elettromagnetica	fotoni	10^{-2}	infinito
nucleare forte	mesoni	1	10^{-13} cm
nucleare debole	bosoni	10^{-13}	10^{-15} cm

■ Le **forze fenomenologiche** che incontriamo a livello macroscopico sono innumerevoli (anche se non tutte ugualmente importanti) ma le **forze elementari** finora note sono soltanto quattro .

■ Le azioni di una massa o quelle di una carica elettrica diminuiscono lentamente con la distanza , ma si sentono dappertutto o , come si suole dire , hanno un **raggio di azione lungo** .

Le interazioni nucleari e deboli , invece , hanno un **raggio di azione molto corto** ($\approx 10^{-13} \text{ cm}$) .

Infatti , le **interazioni nucleari** , che pure tengono insieme i nuclei atomici , non arrivano ad avere un ruolo nemmeno tra i nucleoni di una molecola (separati generalmente da una distanza mediamente uguale a $\approx 10^{-18} \text{ cm}$) .

E' la caratteristica dell'azione a **lungo raggio** che rende importanti , per i fenomeni macroscopici , le **forze elettriche e quelle gravitazionali** .

Un *neutrone* fa sentire di essere sorgente di forze nucleari solo per particelle elementari poste ad una distanza fino a 10^{-13} cm ; cioè **vede** attraverso le forze nucleari solo le altre particelle nucleari che gli restano immediatamente vicine .Invece la terra sente l ' **azione gravitazionale** di tutti gli atomi del sole ; ed il sasso , sulla terra , deve il suo **peso** all'azione gravitazionale di tutti gli atomi del pianeta . Così pure un elettrone che si trovi in prossimità di una piastra metallica carica sente l'azione di tutte le cariche della piastra .

■ Pertanto le **forze elementari** hanno un ambito di applicazione molto diverso :

- 1) quasi tutta l ' **astronomia** e la **cosmologia** fanno ricorso alla sola forza gravitazionale
- 2) lo studio fisico dei processi chimici , le proprietà degli atomi e poi quelle dei solidi , dei liquidi e dei gasi nascono dalle **interazioni elettromagnetiche** .
- 3) le **proprietà dei nuclei degli atomi** e quindi lo studio delle fonti dell'energia nucleare , dei reattori nucleari , dei processi di produzione di energia nelle stelle , si basano sulle **forze nucleari** , ancora non perfettamente conosciute .
- 4) le **interazioni deboli** , responsabili del *decadimento radioattivo* << beta >> dei nuclei , di molti processi che coinvolgono particelle elementari , di tutte le reazioni che coinvolgono **neutrini** , sono quelle ancora oggi meno comprese e che svelano di tanto in tanto fenomeni singolari e lontanissimi dal senso comune .

La risoluzione dei problemi di dinamica

Sarà utile elencare alcuni procedimenti adatti alla risoluzione di problemi di dinamica classica illustrandoli con diversi esempi :

- 01) Occorre identificare il corpo al cui moto il problema si riferisce
- 02) Una volta scelto il corpo rivolgiamo la nostra attenzione agli oggetti dell'ambiente circostante poiché questi oggetti (piani inclinati , molle , corde , la terra ,...) esercitano forze sul corpo e dobbiamo individuare chiaramente la natura di queste forze .
- 03) Il passo successivo è la scelta di un opportuno sistema di riferimento (**inerziale**)
- 04) Può essere utile disegnare un diagramma separato del solo corpo di cui vogliamo studiare il moto , sul quale evidenziare il sistema di riferimento e tutte le forze agenti sul corpo . tale diagramma è chiamato **diagramma di corpo libero** .
- 05) Appliciamo la **seconda legge della dinamica**
- 06) Ogni corpo è considerato come un punto materiale di massa data e le forze ad esso applicate come agenti su un punto
- 07) Le molle e le carrucole si suppongono di massa trascurabile (*)

<< Due masse $m_1 = 2\text{ kg}$ ed $m_2 = 1\text{ kg}$ sono collegate da una fune flessibile , inestensibile e di peso trascurabile . La massa m_1 è situata su una superficie piana orizzontale priva di attrito ed m_2 è sospesa oltre il bordo della superficie ad una carrucola priva di attrito . Si trovi l'accelerazione del sistema e la tensione \vec{T} nella fune . >>

Lo scopo della carrucola è quello di cambiare la direzione della tensione . Sulla massa m_1 agiscono tre forze \vec{N} , \vec{P}_1 , \vec{T} . Applico la seconda legge della dinamica al corpo m_1 .

$\vec{R} = m_1\vec{a} \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T} = m_1\vec{a} \Rightarrow \boxed{T = m_1a}$ dovendo essere $\vec{P}_1 + \vec{N} = \vec{0}$ in quanto \vec{T} è l'unica forza non equilibrata che agisce su m_1 . Sulla massa m_2 agiscono le forze \vec{T} e \vec{P}_2 il cui risultante $\vec{R} = \vec{P}_2 + \vec{T}$ ha modula $\boxed{R = P_2 - T}$ Se \vec{a} è l'accelerazione del sistema (m_1 , m_2 hanno la stessa accelerazione in quanto legati dalla fune) abbiamo , per la legge fondamentale della dinamica applicata al corpo m_2 : $R = m_2a$ cioè : $m_2g - T = m_2a$

(*) Vedere Roller pag. 103

Risolvendo il sistema : $\begin{cases} T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$ otteniamo : $a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{1}{3} g = 3,3 \frac{m}{s^2}$

$$T = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} g = 6,5 N \quad (\S)$$

ALTRO PROCEDIMENTO

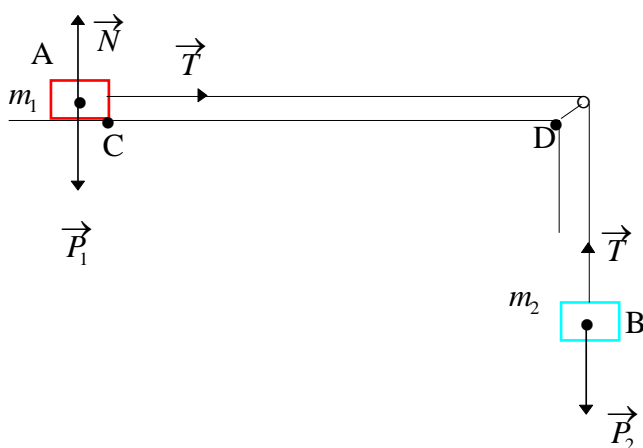
Poiché m_1 ed m_2 sono collegate da una fune tesa possono essere considerate come un unico sistema di massa $m = m_1 + m_2$. La seconda legge di Newton assume la forma : $R = ma$

La forza risultante che agisce sul sistema è semplicemente il peso che agisce su m_2 , cioè $m_2 g$.

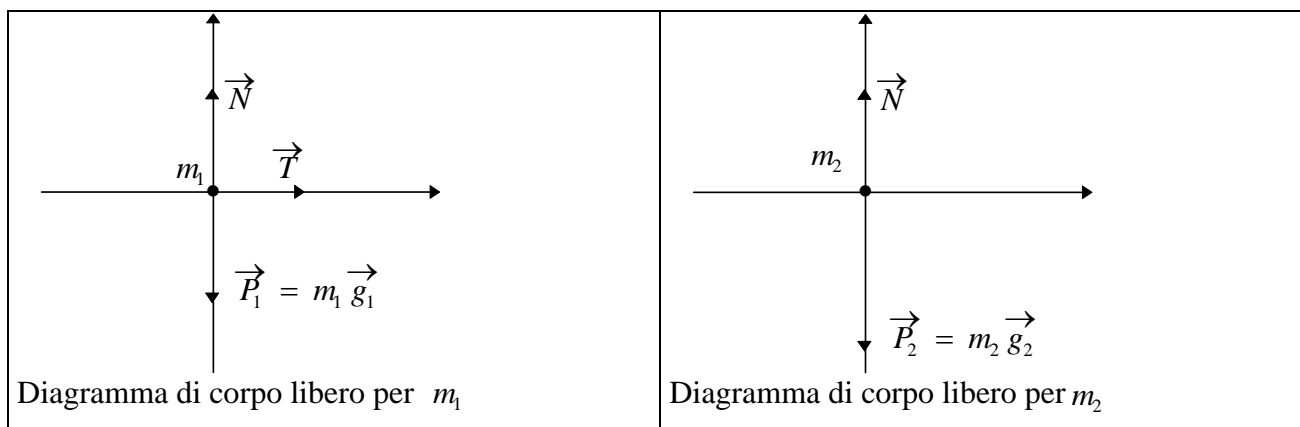
Considerando m_1 ed m_2 come un sistema non occorre discutere le forze interne che lo tengono unito (in questo caso la tensione della fune). La fune resta tesa e quindi vi è sempre una relazione fissa fra m_1 ed m_2 , che è determinata dalla lunghezza del filo ; la carrucola serve solo a cambiare la

direzione del moto . $\left. \begin{array}{l} R = ma = (m_1 + m_2)a \\ R = m_2 g \end{array} \right\} \Rightarrow (m_1 + m_2)a = m_2 g \quad a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$ che ci

fornisce lo stesso risultato di prima .



Due masse sono collegate da una fune :
 m_1 giace su un piano orizzontale liscio ed
 m_2 pende liberamente



Osservazione

La risoluzione di un problema è sempre più semplice se tutti i corpi implicati si comportano come un unico sistema . Naturalmente , prima di decidere di usare questo approccio in un problema ,ci si deve assicurare che vi sia realmente un sistema che si comporta come un tutto unico.

Se il piano orizzontale presenta attrito $k = 0,1$, le precedenti relazioni assumono la seguente forma .

$$\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T} + \vec{f}_a = m_1 \vec{a} \Rightarrow T - f_a = m_1 a \Rightarrow T - k \cdot P_1 = m_1 a \Rightarrow T = k \cdot m_1 \cdot g + m_1 a$$

$$\boxed{P_2 - T = m_2 a} \Rightarrow m_2 g - T = m_2 a \Rightarrow m_2 g - k m_1 g - m_1 a = m_2 a \Rightarrow$$

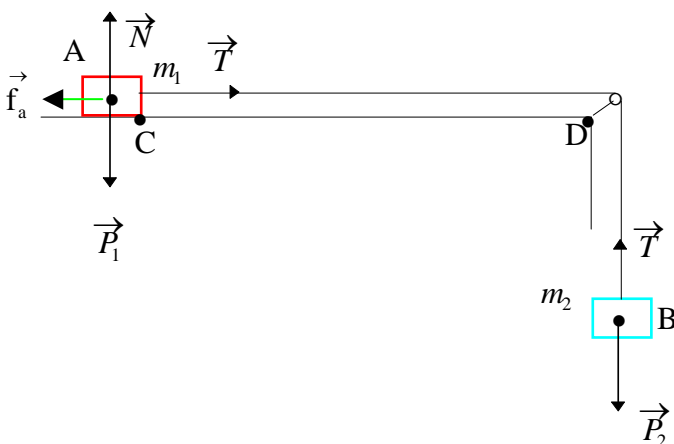
$$(m_2 - k m_1)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{2 - (0,1) \cdot 1}{2 + 1} \cdot 9,8 = \frac{(1,9)(9,8)}{3} = 6,2 \frac{m}{s^2}$$

$$T = k \cdot m_1 \cdot g + m_1 a = \left[kg + \frac{m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} g \right] m_1 = \frac{k m_1 + m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} \cdot m_1 g$$

$$\boxed{T = k \cdot m_1 \cdot g + m_1 a = \left[kg + \frac{m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} g \right] m_1 = \frac{k m_1 + m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} \cdot m_1 g = \frac{(k+1)m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g}$$

$$a = \frac{m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} g \qquad T = \frac{(k+1)m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$$T = \frac{(1,1) \cdot 2 \cdot 1}{3} \cdot 9,8 = \frac{21,56}{3} = 7,2 \text{ N}$$

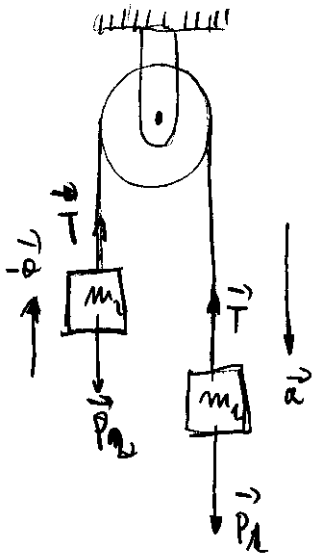


Due masse sono collegate da una fune :
 m_1 giace su un **piano orizzontale scabro** ed m_2 pende liberamente

(§) La tensione della fune è sempre minore di P_2

Macchina di Atwood

Un filo avvolto attorno alla gola di una carrucola collega due masse. Supponendo nulli gli attriti nella carrucola determinare : a) l'accelerazione di ciascuna delle due masse b) la tensione del filo che collega le due masse .



A tutto il sistema $\vec{P}_2 + \vec{P}_1 = (m_1 + m_2) \vec{a}$

$$P_2 - P_1 = (m_1 + m_2) a \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

al $m_2 \Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{T} = m_2 \vec{a} \quad m_2 g - T = m_2 a$

$$P_2 - T = -m_2 a$$

al $m_1 \quad \vec{P}_1 + \vec{T} = m_1 \vec{a} \quad P_1 = T = m_1 a$

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T = m_1 g - m_1 a = m_1 \left(g - \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \right) = m_1 \left(\frac{m_1 + m_2 - m_2 + m_1}{m_1 + m_2} g \right)$$

$$T = \frac{2 m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

Massa volumica (Densità assoluta)

Consideriamo un corpo di massa m e volume V . Definiamo **massa volumica** (o **densità assoluta**

o **massa specifica**) il seguente rapporto : $\rho = \frac{m}{V}$ (altro simbolo usato : M_v) $[\rho] = [M \cdot L^{-3}]$

$$\{\rho\} = \frac{\{m\}}{\{V\}} = \frac{kg}{m^3} \quad \text{Unità di misura pratica :} \quad \frac{kg}{dm^3} = \frac{g}{cm^3}$$

Densità relativa

$\delta = \frac{\text{massa di un corpo di volume } V}{\text{massa di un volume } V \text{ di acqua distillata alla temperatura di } 4^\circ C} = \text{densità relativa del corpo}$

di massa m e volume $V =$

$$= \frac{m}{m_{H_2O}} = \frac{\rho \cdot V}{\rho_{H_2O} \cdot V} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} = \frac{\text{massa volumica del corpo}}{\text{massa volumica di } H_2O \text{ a } 4^\circ C}$$

La **densità relativa** è una grandezza **adimensionata** (cioè priva di dimensioni)

$$1 \text{ litro di } H_2O \text{ a } 4^\circ C = 1,000028 dm^3$$

e quindi con buona approssimazione

$$1 \text{ litro} = 1 dm^3$$

La misura della **massa volumica** (in $\frac{g_m}{cm^3}$) di una sostanza coincide con la misura (in $\frac{g_p}{cm^3}$) del

peso volumico :

Peso volumico (Peso specifico)

Consideriamo un corpo di massa m , peso P e volume V . Definiamo **peso volumico** (o **peso**

specifico assoluto) il seguente rapporto : $\gamma = \frac{P}{V}$ $[\gamma] = [M \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}]$ $\{\gamma\} = \frac{\{P\}}{\{V\}} = \frac{N}{m^3}$

Unità di misura pratica : $\frac{kg_p}{dm^3} = \frac{g_p}{cm^3}$

Pesantezza (peso specifico relativo)

$$\mu = \frac{\text{peso di un corpo di volume } V}{\text{peso di un volume } V \text{ di acqua distillata a } 4^{\circ}\text{C}} = \text{pesantezza (o peso specifico relativo)}$$

$$\text{di un corpo di peso } \mathbf{P} = \frac{P}{P_{H_2O}}$$

La **pesantezza** è una grandezza *adimensionata* . Pesantezza μ e densità relativa δ di uno stesso corpo sono espresse dallo stesso numero puro , in quanto si dimostra che :

$$\frac{P}{P_{H_2O}} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$$

Infatti :

$$\mu = \frac{P}{P_{H_2O}} = \frac{m \cdot g}{m_{H_2O} \cdot g} = \frac{m}{m_{H_2O}} = \frac{\rho \cdot V}{\rho_{H_2O} \cdot V} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} = \delta$$

Volume massico (o volume specifico)

Definiamo **volume massico** (o **volume specifico**) di un corpo di massa \mathbf{m} e volume \mathbf{V} , il seguente rapporto :

$$V_m = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad \text{cioè :} \quad \rho \cdot V_m = 1 \quad [V_m] = [M^{-1} \cdot L^3] \quad \{V_m\} = \frac{m^3}{kg}$$

Massa volumica dei solidi a 18°C

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in	
	$\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Alluminio Al	2,698 (2,7)	2698 (2700)
Ambra	1,09	1090
Argento Ag	10,5	1050
Bismuto Bi	9,803 (9,8)	9803 (9800)
Cobalto Co	8,8	8800
Ebanite	1,15	1150
Ferro Fe	7,873	7873
Germanio Ge	5,232 (5,5)	5232 (5500)
Grafite	2,5	2500
Indio In	7,29 (7,3)	7290 (7300)
Magnesio Mg	1,738 (1,74)	1738 (1740)
Marmo	2,7	2700
Mica	2,6 ÷ 3,2	2600 ÷ 3200
Nichel Ni	8,907 (8,8)	8907 (8800)
Ottone	8,4	8400
Oro Au	19,281 (19,3)	19281 (19300)
Paraffina	0,9	900
Piombo Pb	11,343 (11,34)	11343 (11340)
Platino Pt	21,45 (21,4)	21450 (21400)
Quarzo fuso	2,2	2200
Quarzo cristallino	2,65	2650
Rame Cu	8,933 (8,93)	8933 (8930)
Silicio Si	2,329 (2,42)	2329 (2420)
Sodio Na	0,966 (0,97)	966 (970)
Stagno Sn	7,285 (7,28)	7285 (7280)
Sughero	0,24	240

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in	
	$\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Talco	2,7	2700
Tungsteno W	19,254 (19,1)	19254 (19100)
Vetro comune	2,4 ÷ 2,8	2400 ÷ 2800
Vetro flint	3,2 ÷ 3,9	3200 ÷ 3900
Zinco Zn	7,135 (7,1)	7135 (7100)
Zucchero	1,59	1590
Ghiaccio (=°C)	0,917	917
Ghiaccio (- 20°C)	0,92	920

Massa volumica dei liquidi a 18°C

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in	
	$\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Acqua a 4°C	1	1000
Acqua	0,998	998
Acqua di mare	0,998	998
Acetone	0,792	792
Acido Cloridrico HCl	1,18	1180
Acido nitrico	1,5	1500
acido solforico	1,84	1840
Alcool metilico	0,81	810
Alcool etilico	0,791	791
Benzina	0,7	700
Bromo	3,12	3120
Cloroformio	3,12	3120
Etere etilico	0,736	736
Glicerina	1,26	1260
Mercurio Hg	13,55	13550
Olio di oliva	0,915	915
Pentano	0,63	630
Petrolio	0,83	830
Toluolo	0,88	880

Massa volumica dei gas a 0°C ed alla pressione di una atmosfera (760 torr)

Sostanza	massa volumica $\rho = \frac{m}{V}$ in	
	$\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3}$	$\frac{kg}{m^3}$
Aria	1,293	1293
Ossigeno O_2	1,429	1429
Azoto N_2	1,251	1251
Idrogeno H_2	0,0899	89,9
Elio He	0,1785	178,5
Neon N_e	0,8999	899,9
Argon A_r	1,784	1784
Cloro Cl_2	3,214	3214
Carbonio monossido CO	1,25	1250
Carbonio diossido CO_2	1,977	1977
Metano CH_4	0,717	717
Etano C_2H_6	1,357	1357
Propano C_3H_8	2,01	2010
Butano C_4H_{10}	2,732	2732
Ammoniaca NH_3	0,771	771

Domande

D 01) Se varia la forza applicata ad un corpo , varia anche la massa del corpo ?

R 01) NO

D 02) Un 'autoambulanza che corra per le strade di una città è un accettabile sistema di riferimento inerziale ?

**R 02) Se si muove di moto rettilineo uniforme ha lo stesso grado di accettabilità della terra .
In tutti gli altri casi no .**

D 03) Immaginiamo di trovarci su un'astronave in assenza di gravità . Se diamo un calcio ad un mattone , rischiamo oppure no di farci male ? Spiegare .

R 03) Si , per il terzo principio della dinamica

D 04) sapendo che la massa della terra è circa 80 volte la massa della luna e che $R_T = 3,7 R_L$ quale rapporto si può prevedere tra i pesi osservati sulla superficie della terra e della luna ?

$$\mathbf{R\ 04)} \quad \frac{P_T}{P_L} = \frac{m g_T}{m g_L} = \frac{g_T}{g_L} = \frac{G \cdot \frac{m_T}{R_T^2}}{G \cdot \frac{m_L}{R_L^2}} = \frac{m_T}{m_L} \cdot \left(\frac{R_L}{R_T} \right)^2 = 80 \cdot \frac{1}{(3,7)^2} = 5,8 \quad P_T \cong 5,8 P_L$$

D 05) La forza esercitata su un carro da un cavallo è uguale a quella esercitata sul cavallo dal carro e pertanto si ha un risultante nullo . Come può un carro , inizialmente fermo , acquistare velocità e muoversi ?

D 06) Qual è l'effetto di una forza che agisce su un corpo ?

R 06) E' quello di determinare una accelerazione su un corpo libero , una deformazione su un corpo vincolato .

D 07) Se il risultante di tutte le forze applicate ad un corpo è nullo possiamo affermare che il corpo è in quiete ?

R 07) Non lo possiamo affermare in quanto il corpo potrebbe muoversi di moto rettilineo uniforme .

D 08) Il coefficiente di attrito statico può avere un valore maggiore di 1 ? E quello di attrito dinamico ?

D 09) Gli pneumatici di un'auto aderiscono meglio alla strada quando questa è in salita , in discesa o in pianura ? Motivare adeguatamente la risposta .

- D10) Perché per mantenere un'auto a velocità costante su una strada piana occorre tenere l'acceleratore premuto ?**
- D11) Come si comporta un corpo nel caso in cui il risultante delle forze agenti sul corpo sia nullo ?**
- R 11) Il corpo sta fermo oppure si muove di moto rettilineo uniforme**
- D 12) Come si comporta un corpo libero di muoversi in tutte le direzioni nel caso in cui il risultante delle forze agenti non sia nullo ?**
- R 12) Subisce l'accelerazione \vec{a} data dalla relazione $\vec{R} = m\vec{a}$**
- D 13) Se il moto di un corpo è determinato dall'azione di una forza avente modulo costante di che tipo di moto si tratterà ? Fare qualche esempio .**
- D 14) Applicando la stessa forza a corpi aventi massa diversa , come varierà l'accelerazione che essi acquistano in funzione della massa ?**
- D 15) Come si può definire la massa di un corpo ? Ed il suo peso ? Quale relazione intercorre tra le due grandezze ?**
- D 16) Enuncia ed illustra con qualche esempio il principio di azione e reazione**
- D 17) Definire l'impulso di una forza , la quantità di moto di un corpo e dimostrare la relazione che sussiste tra l'impulso di una forza applicata ad un corpo e la variazione della quantità di moto che esso subisce .**
- D 18) Illustra il principio di conservazione della quantità di moto di un sistema isolato di punti materiali e fai qualche esempio .**
- D 19) Che cosa intendiamo per inerzia di un corpo ?**
- D 20) Perché affermare che La velocità vettoriale di un corpo è costante significa affermare che il corpo sta fermo o si muove di moto rettilineo uniforme .**
- D 21) Quale relazione intercorre tra la forza applicata ad un corpo libero di muoversi e l'accelerazione che questi subisce ?**
- D 22) Un corpo , in seguito all'applicazione di una forza , subisce sempre una variazione della sua velocità scalare ?**
- D 23) \vec{F} è la forza applicata ad un corpo avente velocità vettoriale \vec{v} . Cosa si deve verificare perché la forza \vec{F} faccia variare il modulo della velocità vettoriale \vec{v} .**
- D 24) \vec{F} è la forza applicata ad un corpo avente velocità vettoriale \vec{v} . Cosa si deve verificare perché la forza \vec{F} faccia variare la direzione della velocità vettoriale \vec{v} .**
- D 25) Cosa intendiamo per sistema di riferimento inerziale ?**

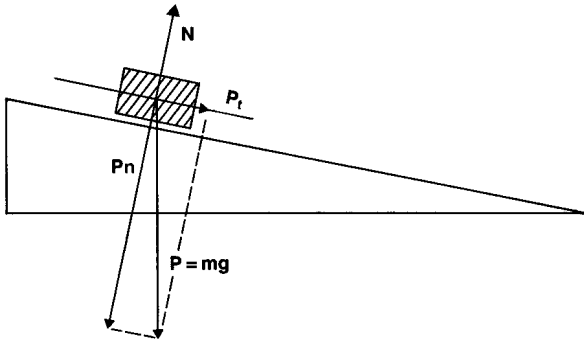
- D 26) Che cosa intendiamo per forza apparente o fittizia o inerziale ?**
- D 27) Cosa intendiamo per forza reale ?**
- D 28) Cosa intendiamo per forza fondamentale ? Scrivi almeno una forza fondamentale .**

Da ricordare

- 01) Forza di gravità 02) Risultante di un sistema di forze applicate ad un corpo 03) Equilibrante di sistema di forze applicate ad un corpo
04) Equilibrio statico 05) Equilibrio dinamico 06) Effetto statico di una forza
07) Effetto dinamico di una forza 08) Legame tra la forza applicata e l'accelerazione prodotta 09) Principio d'inerzia 10) Legge fondamentale della dinamica 11) Terza legge della dinamica 12) Moto prodotto da una forza avente modulo costante e direzione variabile 13) Moto prodotto da una forza avente costanti sia il modulo che la direzione 14) Forza tangenziale
15) Forza centripeta 16) Unità di misura della forza 17) Newton 18) Chilogrammo peso 19) Forza di attrito 20) Attrito radente
21) Attrito volvente 22) Forza elastica di richiamo 23) Azione a distanza di una forza 24) Peso di un corpo 25) Dinamometro 26) la massa di un corpo

1. Un blocco di massa m può scivolare senza attrito su un piano inclinato di lunghezza ℓ e altezza h , come è mostrato in figura. Calcolate, nell'ipotesi che $m = 1,5 \text{ kg}$, $\ell = 1,4 \text{ m}$ e $h = 20 \text{ cm}$:

- a) l'accelerazione a con cui il blocco scende;
- b) lo spazio s percorso nel tempo $t = 1 \text{ s}$;
- c) la reazione vincolare N del piano sul blocco.



a) L'accelerazione è data dalla nota formula del piano inclinato:

$$a = g \frac{h}{\ell}$$

che nel nostro caso diventa:

$$a = 9,80 \cdot 0,20 / 1,4 = 1,4 \text{ m/s}^2$$

b) Essendo il moto naturalmente accelerato, lo spazio percorso dal blocco nel tempo $t = 1$ risulta:

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 1^2 = 0,70 \text{ m}$$

c) Per calcolare la reazione vincolare del piano d'appoggio sul corpo, scomponiamo il peso P di quest'ultimo in due componenti: una P_t parallela al piano e una P_n normale al piano. Poiché non c'è moto in direzione normale al piano, vuol dire che N e P_n si fanno equilibrio, cioè $N = P_n$.

Per calcolare P_n troviamo prima P e P_t :

$$P = mg = 1,5 \cdot 9,8 = 14,7 \text{ N}$$

$$P_t = P \frac{h}{\ell} = 14,7 \cdot 0,20 / 1,4 \text{ N} = 2,1 \text{ N}$$

e successivamente applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo tratteggiato in figura.

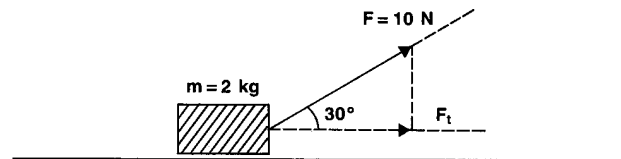
Ne deduciamo:

$$P_n = \sqrt{14,7^2 - 2,1^2} \text{ N} = 14,55 \text{ N}$$

valore di poco inferiore a quello di P , come era prevedibile essendo il piano molto inclinato.

2. Un oggetto di 2 kg è trascinato sopra un piano orizzontale senza attrito da una forza $F = 10 \text{ N}$ che forma un angolo di 30° con il piano. Calcolate:

- a) l'accelerazione con cui si muove l'oggetto;
- b) lo spazio percorso, partendo dalla quiete, in 10 s ;
- c) il lavoro compiuto dalla forza durante tale tratto.



6. Un blocco lanciato con velocità $v_0 = 20 \text{ m/s}$ sopra un piano orizzontale si arresta dopo aver percorso lo spazio $s = 80 \text{ m}$. Calcolate il coefficiente d'attrito radente k_d della forza d'attrito, nell'ipotesi che la massa del blocco sia $m = 10 \text{ kg}$.

Ponendo nell'equazione:

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

del moto uniformemente accelerato v (velocità finale) = 0, v_0 (velocità iniziale) = 20 e s (spazio di arresto) = 80, possiamo calcolare a (decelerazione) nel sistema S.I.

Abbiamo:

$$-20^2 = 2a \cdot 80$$

$$-400 = 160a$$

$$a = -2,5 \text{ m/s}^2$$

Ne deduciamo che la forza d'attrito R vale (trascurando il segno -):

$$R = ma = 10 \cdot 2,5 = 25 \text{ N}$$

Per trovare il coefficiente d'attrito usiamo l'espressione:

$$R = k_d N = k_d mg$$

da cui:

$$k_d = R/mg = 25/(10 \cdot 9,8) = 0,255$$

a) La componente F_t della forza F parallela al piano vale:

$$F_t = F \cdot \sqrt{3}/2 \text{ N} = 8,66 \text{ N}$$

Essa imprimerà al corpo un'accelerazione:

$$a = \frac{F_t}{m} = 8,66/2 \text{ m/s}^2 = 4,33 \text{ m/s}^2$$

b) Sotto l'azione della forza F_t il corpo si muove di moto uniformemente accelerato e, se parte dalla quiete, in 10 secondi percorre uno spazio:

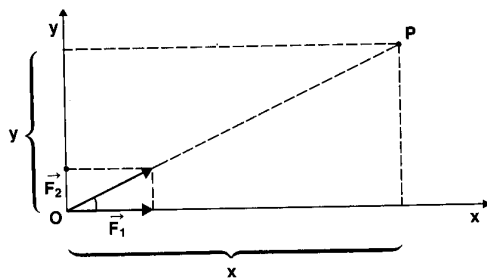
$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot 4,33 \cdot 100 \text{ m} = 216,5 \text{ m}$$

c) Il lavoro L fatto dalla forza F_t è dunque:

$$L = F_t s = 8,66 \cdot 216,5 = 1874,89 \text{ J}$$

3. Su un corpo di massa $m = 2,4 \text{ kg}$, posto nell'origine O di un sistema di assi cartesiani Oxy , agiscono due forze F_1 e F_2 ad angolo retto tra loro, la prima nella direzione dell'asse Ox e la seconda nella direzione dell'asse Oy , come mostrato in figura. Nell'ipotesi che $F_1 = 24 \text{ N}$ e $F_2 = 12 \text{ N}$, determinate:

- l'accelerazione del corpo;
- la posizione del corpo dopo 5 s;
- lo spazio percorso in tale tempo.



a) Il moto del corpo si può pensare composto da due moti accelerati indipendenti, l'uno nella direzione dell'asse Ox con accelerazione:

$$a_x = F_1/m = 24/2,4 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$$

e l'altro nella direzione dell'asse Oy con accelerazione:

$$a_y = F_2/m = 12/2,4 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2$$

Pertanto l'accelerazione risultante sarà:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 11,2 \text{ m/s}^2$$

Essa avrà una inclinazione di 30° rispetto a Ox , essendo il triangolo tratteggiato in figura la metà di un triangolo equilatero.

b) Le coordinate di posizione del corpo dopo 5 secondi sono:

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 25 \text{ m} = 125 \text{ m}$$

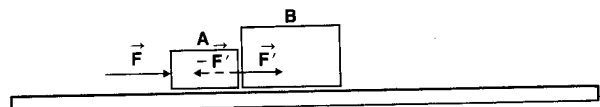
$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 \text{ m} = 62,5 \text{ m}$$

c) Lo spazio percorso s è dato dalla misura della distanza della posizione finale $P(125; 62,5)$ del corpo dall'origine O . Pertanto risulta:

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{125^2 + 62,5^2} \text{ m} = 139,7 \text{ m}$$

4. Due blocchi A e B , rispettivamente di massa $m_A = 5 \text{ kg}$ e $m_B = 20 \text{ kg}$, sono a contatto tra loro sopra un piano orizzontale privo di attrito. Una forza F applicata al blocco A , come è mostrato in figura, spinge entrambi i blocchi con l'accelerazione $a = 2,5 \text{ m/s}^2$. Calcolate:

- la forza F ;
- la forza F' esercitata dal blocco A sul blocco B .



a) La forza F spinge entrambi i blocchi con l'accelerazione a . Perciò, per la 2ª legge del moto, essa vale:

$$F = (m_A + m_B)a = (5 + 20)2,5 \text{ N} = 62,5 \text{ N}$$

b) Un errore in cui spesso si cade è quello di ritenere $F' = F$, perché si pensa che F debba trasmettersi inalterata attraverso il blocco A . Ciò sarebbe vero se l'accelerazione a fosse nulla, ma non nel caso nostro essendo $a = 2,5 \text{ m/s}^2$.

Per trovare la forza F' esercitata da A su B , applichiamo la 2ª legge del moto a B :

$$F' = m_B a = 20 \cdot 2,5 \text{ N} = 50 \text{ N}$$

che risulta inferiore a F .

Osservazione. La 2ª legge del moto per il blocco A è:

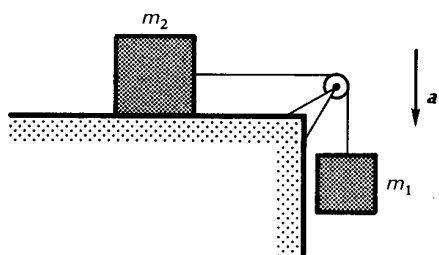
$$F - F' = m_A a$$

dove $-F'$ è la forza esercitata da B su A (uguale e contraria a quella esercitata da A su B). Da essa si trae:

$$F' = F - m_A a = (62,5 - 5 \cdot 2,5) \text{ N} = 50 \text{ N}$$

come trovato in precedenza.

Un filo passante su una puleggia collega due masse, una m_1 sospesa e un'altra m_2 appoggiata su una superficie orizzontale liscia. Supponendo che l'attrito nella puleggia sia nullo, determinare: **a)** l'accelerazione a con cui discende la massa m_1 e **b)** la tensione T del filo che collega le due masse.



Soluzione. Per risolvere il problema consideriamo separatamente le forze che agiscono sulle due masse. In tal modo si avranno due equazioni che permetteranno di ricavare le due incognite a e T . Sulla massa m_1 agiscono il suo peso $P_1 = m_1g$ e la tensione T . Sulla massa m_2 agisce solo la tensione T (fig. 8.15). Le equazioni del moto dei due corpi sono rispettivamente:

$$P_1 - T = m_1 a,$$

$$T = m_2 a.$$

Risolviendo il sistema rispetto ad a e T , si trova:

$$\text{a) } a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} g, \quad \text{b) } T = \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}} P_1.$$

Se $m_2 = 0$, $a = g$ e $T = 0$; se $m_2 = \infty$, $a = 0$ e $T = P_1$.

Un locomotore di massa m_0 si muove di moto accelerato trascinando due vagoni di massa m_1 e m_2 . Il motore del locomotore produce una forza T_0 . Determinare: **a)** l'accelerazione a del locomotore, **b)** la tensione T_1 dei ganci che collegano il locomotore col primo vagone e **c)** la tensione T_2 dei ganci che collegano il primo vagone col secondo vagone.

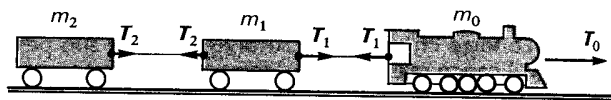


Fig. 8.16

Soluzione. Come nell'esempio 8.15, consideriamo separatamente le forze che agiscono sulle tre masse. Sulla massa m_0 agiscono la forza motrice T_0 e la tensione T_1 . Sulla massa m_1 agiscono le tensioni T_1 e T_2 . Sulla massa m_2 agisce solo la tensione T_2 (fig. 8.16). In tal caso le equazioni del moto dei tre corpi sono:

$$T_0 - T_1 = m_0 a,$$

$$T_1 - T_2 = m_1 a,$$

$$T_2 = m_2 a.$$

Risolviendo il sistema rispetto ad a , T_1 e T_2 , si ha:

$$\text{a) } a = \frac{T_0}{m_0 + m_1 + m_2}, \quad \text{b) } T_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_0 + m_1 + m_2} T_0,$$

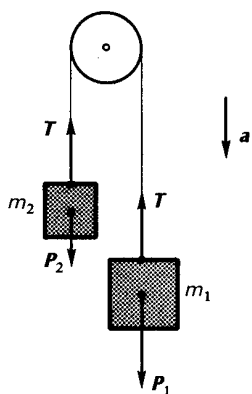
$$\text{c) } T_2 = \frac{m_2}{m_0 + m_1 + m_2} T_0.$$

Se $m_0 = m_1 = m_2$, $a = \frac{T_0}{3m_0}$, $T_1 = \frac{2}{3} T_0$, $T_2 = \frac{1}{3} T_0$.

Un filo avvolto attorno alla gola di una carrucola collega due masse m_1 ed $m_2 < m_1$.

Supponendo nulli gli attriti nella carrucola

determinare: **a)** l'accelerazione con cui scende la massa m_1 , **b)** la tensione del filo che collega m_1 e m_2 .



Soluzione. Sulla massa m_1 agiscono il proprio peso $P_1 = m_1g$ e la tensione T . Sulla massa m_2 agiscono il proprio peso $P_2 = m_2g$ e la tensione T (fig. 8.17). Considerando positiva la direzione Z verso il basso e usando l'operazione (8.11), troviamo che le equazioni del moto delle due masse soddisfano alle equazioni:

$$P_1 - T = m_1 a,$$

$$P_2 - T = -m_2 a.$$

Risolviendo il sistema rispetto ad a e T , si trova:

$$\text{a) } a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g, \quad \text{b) } T = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} P_1.$$

Se $m_1 = m_2$, $a = 0$ e $T = P_1 = P_2$.

Questo montaggio permette di ridurre a piacere l'accelerazione di caduta di un grave e quindi la sua velocità. Su questo accorgimento funziona la *macchina di Atwood*, largamente impiegata per verifiche delle leggi del moto e della legge fondamentale.

Calcolare la forza (costante) che si deve applicare a un corpo di massa $m = 15 \text{ kg}$ perché esso raggiunga la velocità $v = 40 \text{ m/s}$ dopo aver percorso una distanza $s = 80 \text{ m}$, partendo da fermo.

Soluzione. Essendo la forza costante, tale è anche l'accelerazione:

$$a = \frac{F}{m} = \text{costante.}$$

Il moto risulta, quindi, uniformemente accelerato:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (10)$$

$$v = v_0 + a t \quad (11)$$

con $s_0 = 0$, $v_0 = 0$.

Dalla (11) si ottiene:

$$t = \frac{v_0}{a}$$

che sostituito in (10) fornisce:

$$s = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{F} m$$

da cui:

$$F = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 m}{s} .$$

Sostituendo $v_0 = 40 \text{ m/s}$, $m = 15 \text{ kg}$, $s = 80 \text{ m}$

si ottiene $F = 150 \text{ N}$.

Un corpo impiega, per scendere lungo un piano inclinato, un tempo quadruplo di quello impiegato a cadere liberamente lungo la verticale, fino alla base del piano. La velocità iniziale è nulla. Calcolare l'altezza del piano inclinato, sapendo che la sua lunghezza è $l = 40 \text{ m}$.

Soluzione. L'accelerazione del corpo lungo il piano inclinato vale:

$$a = g \frac{h}{l}.$$

La legge del moto è:

$$s = \frac{1}{2} a t^2.$$

Detto t_1 il tempo necessario a percorrere la lunghezza l del piano, si ha:

$$l = \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l^2}{gh}}.$$

Per la caduta libera si ha:

$$s = \frac{1}{2} g t^2.$$

Detto t_2 il tempo necessario a percorrere l'altezza h si ha:

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Deve essere $t_1 = 4 t_2$ e quindi:

$$\sqrt{\frac{2l^2}{gh}} = 4 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$l^2 = 16 h^2$$

$$h = \frac{40}{4} = 10 \text{ m}.$$