Unità Didattica N° 14 La meccanica dei fluidi

Forze concentrate e forze distribuite: il concetto di pressione

Forze concentrate

Una forza si dice concentrata quando agisce in un punto del corpo e si trasmette alle altre parti del corpo attraverso deformazioni microscopiche. Tuttavia è praticamente impossibile applicare una forza (concentrata) in un solo punto. Le forze concentrate sono in realtà il risultante di un sistema di forze distribuite in una porzione più o meno estesa del corpo. Un esempio tipico è la forza peso. Essa si considera applicata e concentrata in un solo punto, il baricentro, ma in realtà è il risultante di un sistema di forze distribuite: le forze con cui la terra attira le singole particelle del corpo.

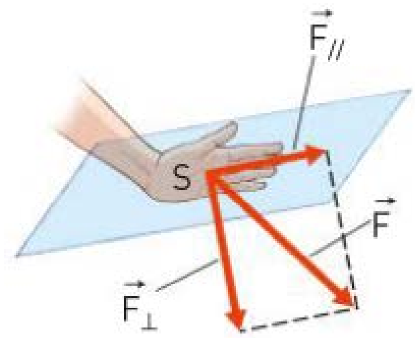
Forze distribuite

Si dicono forze distribuite quelle che agiscono su tutta la massa del corpo, come ad esempio, le forze gravitazionali. In questo caso, ogni particella del corpo subisce l'azione della forza indipendentemente dall'esistenza delle altre particelle vicine al corpo. Quando l'azione di una forza è **distribuita su una superficie**, come nel caso della forza esercitata dall'acqua sulla parete di una diga o di un gas sulle pareti interne di un recipiente, si è condotti a considerare il rapporto tra la forza premente e la superficie premuta, e tale rapporto prende il nome di pressione. Quando abbiamo una forza $\vec{F}$ distribuita uniformemente su una superficie **S** ed agente ortogonalmente ad **S** definiamo pressione $\vec{p}$ il rapporto tra la forza $\vec{F}$ e la superficie **S**: $\vec{\mathbf{p}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{\mathbf{S}}$ Se la forza che agisce non è ortogonale alla superficie S allora la pressione è definita come il rapporto tra il componente normale e la superficie S: $\vec{\mathbf{p}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}_\perp}{\mathbf{S}}$

pressione (Pa) — forza perpendicolare (N)

$$p = \frac{F_\perp}{S}.$$

area della superficie (m²)



La forza $\vec{F}$ che spinge la lastra di vetro è distribuita sulla porzione di superficie sotto il palmo della mano, di area S.

La pressione esercitata sulla lastra è dovuta soltanto al componente $\vec{\mathbf{F}}_\perp$ di $\vec{\mathbf{F}}$ ed è data da:

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{F}_\perp}{\mathbf{S}}$$

La pressione così definita è una grandezza vettoriale, ma di solito viene considerata una grandezza scalare e quindi non si usa la notazione vettoriale e questo perché la direzione del vettore $\vec{p}$ è sempre ortogonale alla superficie sui cui preme la forza $\vec{F}$.

La pressione in un fluido non ha caratteristiche direzionali; essa è una funzione scalare del punto che si considera all'interno del fluido e non dipende dall'orientazione della superficie sulla quale è misurata. La formula precedente diventa: $\mathbf{p} = \frac{\mathbf{F}_\perp}{\mathbf{S}}$

Il concetto di pressione è adatto a schematizzare il fatto che una forza non si possa dire applicata in un determinato punto, ma piuttosto distribuita su una superficie. La formula precedente è valida quando la pressione $\vec{p}$ è costante, cioè quando $\vec{F}$ è distribuita uniformemente su tutta la superficie S. Quando questo non si verifica, la pressione varia da punto a punto della superficie.

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}] \qquad \{p\} = pascal = p_a = \frac{\{F\}}{\{S\}} = \frac{N}{m^2}$$

Nel **S.I.** l'unità di misura della pressione è il **pascal** (P_a) definita come la **pressione prodotta dalla forza di un newton quando questa agisce**

perpendicolarmente su una superficie di un metro quadrato. Si tratta di una unità di misura piccola, sicché nella pratica sono tollerate altre unità di misura non coerenti con quella introdotta nel **S.I.**

Altre unità di misura usate sono l'**atmosfera** (atm), il $\frac{kg_p}{cm^2}$, il **bar** , il **torr** .

$1 atm = 1{,}01325 \cdot 10^5 P_a$ $\quad$ $1 P_a = 9{,}86923 \cdot 10^{-6} atm$ $\quad$ $1 bar = 10^5 P_a$ $\quad$ $1 P_a = 10^{-5} bar$

$1 torr = 1 mm_{Hg} = 133{,}32237 P_a = \frac{1}{760} atm$ $\quad$ $1 P_a = 7{,}5 \cdot 10^{-3} torr$

$1 \frac{kg_p}{cm^2} = \text{atmosfera tecnica} = 9{,}80665 \cdot 10^4 P_a$ $\quad$ $1 atm = 1{,}033 \frac{Kp_p}{cm^2}$

Osservazione N° 1 Per i corpi solidi è più importante il concetto di forza, per i fluidi è più importante il concetto di pressione.

Meccanica dei fluidi ideali

Si chiama comunemente fluido un mezzo continuo senza forma propria. I liquidi sono fluidi con volume proprio, gli *aeriformi sono fluidi senza volume proprio*. Queste definizioni sono valide solo in prima approssimazione. Meglio possiamo definire fluido un corpo continuo in cui, in condizioni di quiete, le forze che agiscono su di esso sono completamente normali alle rispettive superfici. Anche la distinzione fra liquidi ed aeriformi (gas **e** vapori) può essere effettuata in maniera più rigorosa di quanto non sia stato fatto in precedenza. I liquidi sono caratterizzati dall'avere una debole compressibilità (che è circa pari a quella dei solidi), sicché variazioni sensibili di volume si realizzano solo con grandissime variazioni di pressione, mentre gli aeriformi sono contraddistinti da una compressibilità molto elevata.

Concludendo possiamo affermare che i liquidi hanno volume proprio e forma del recipiente che li contiene e sono pochissimo comprimibili mentre gli aeriformi , che sono fortemente comprimibili, hanno forma e volume del recipiente che li contiene.

La *meccanica dei fluidi* si divide in statica dei fluidi o fluidostatica che studia le condizioni di equilibrio di un fluido e dinamica dei fluidi o fluidodinamica che studia le condizioni del moto del fluido in relazione alle cause che lo determinano ed agli effetti che produce. Per distinguere i liquidi dagli aeriformi si suole dividere la fluidostatica in idrostatica ed aerostatica e la fluidodinamica in idrodinamica e aerodinamica.

Le forze che agiscono su un fluido sono sempre forze distribuite e possono essere di due tipi:

- forze di volume se **V** è il volume su cui esse agiscono
- forze di superficie se esse si esercitano sulla superficie **S** che delimita il volume **V.**

Le forze di superficie vengono trasmesse sulla superficie del volume **V** dai corpi che lo circondano. Questi corpi possono essere la parte rimanente del fluido, pareti, corpi a contatto, etc... Le forze di volume si esercitano su ciascuna particella del fluido contenuto nel volume **V**. La forza peso è l'esempio classico di forza di volume.

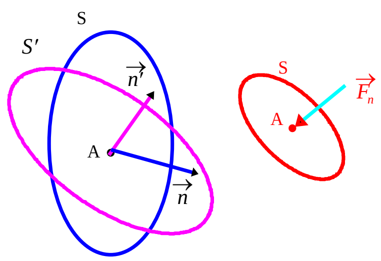
Forze agenti su un fluido

Le forze agenti su un fluido di solito si dividono in: • forze di volume • forze di superficie (o di pressione o di contatto). Le forze di volume agiscono su tutti i punti del volume di fluido considerato. Una forza di volume è proporzionale alla massa e quindi al volume della porzione di fluido considerato. Un forza di volume particolarmente importante è la forza peso (e in generale ogni forza gravitazionale). Essa è una forza di volume in quanto agisce su ogni particella del fluido considerato. Un altro esempio di **forza di volume** si ha nel caso di un fluido elettrizzato in presenza di un campo elettrico esterno.

Le forze di superficie agiscono sulla superficie contorno della porzione di fluido considerato in seguito all'azione che la rimanente parte del fluido esplica su di essa.

Isotropia della pressione in fluido in equilibrio

La misura della pressione in un punto **A** di un fluido presuppone l'individuazione di un'areola **S** passante per esso e la misura F_n della componente normale della forza agente su **S**, cioè: $\mathbf{p = \frac{F_\perp}{S}}$ = pressione che si esercita sul punto A del fluido



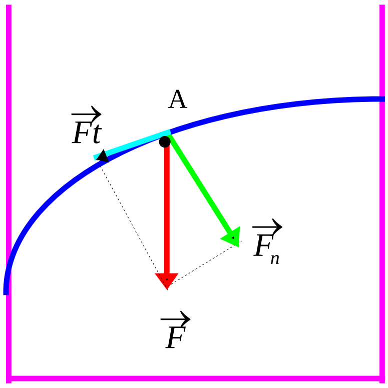
Questa definizione trova una plausibile giustificazione nella cosiddetta legge di isotropia dei fluidi in equilibrio che può essere enunciata nella seguente maniera: **il valore della pressione in un punto A di un fluido in equilibrio dipende dalla posizione del punto A prescelto, ma non dipende dall'elemento** (infinitesimo) **di superficie S passante per A.** Poiché la pressione in un punto **A** di un fluido in equilibrio è indipendente dalla giacitura dell'elemento **S** (infinitesimo) di superficie passante per A, ci consente di considerare la pressione come grandezza scalare e non come grandezza vettoriale.

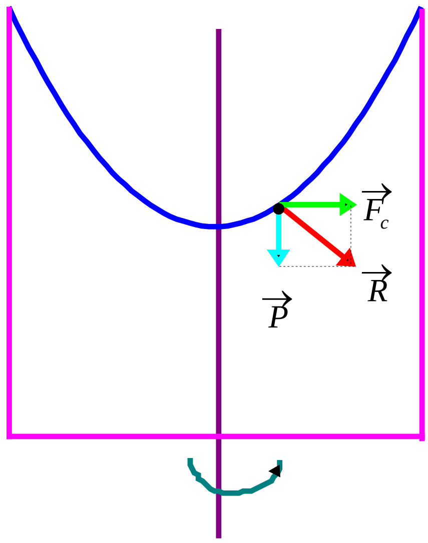
Infatti il semplice valore numerico la definisce completamente, rimanendo tacitamente inteso che tale pressione agisce in direzione normale a qualsiasi areola **S** che contenga A.

Superficie libera dei liquidi in equilibrio

Per i liquidi si può parlare di superficie libera, cioè di superficie di separazione ben definita tra liquido ed ambiente esterno. In condizioni di equilibrio, la superficie libera di un liquido assume una configurazione ben definita, esattamente tale che ogni molecola che si trova sulla superficie sia sollecitata da un risultante di tutte le forze ad essa applicate perpendicolare alla superficie stessa. Sia $\vec{F}$ il risultante delle forze agenti su una molecola della superficie libera di un liquido in equilibrio. Decomponendo tale forza $\vec{F}$ nelle due componenti $\vec{F}_t$ ed F_n, rispettivamente tangente e normale alla superficie libera abbiamo: $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_t + \vec{\mathbf{F}}_n$

L'azione della componente F_n viene equilibrata dalla reazione del liquido incomprimibile, mentre la componente $\vec{F}_t$, non equilibrata, imprimerebbe alla molecola una accelerazione che trascinerebbe la molecola verso il basso ed il liquido, in contrasto con l'ipotesi, non sarebbe in equilibrio. Per l'equilibrio deve essere: $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_t + \vec{\mathbf{F}}_n = \vec{\mathbf{F}}$ $(\vec{F}_t = \vec{o})$ cioè la superficie libera di un liquido in equilibrio è in ogni punto normale al risultante di tutte le forze agenti in quel punto. Se, in particolare, sul liquido agisce soltanto la forza peso (che è diretta verso il basso lungo la verticale) la superficie libera sarà in ogni punto normale alla verticale. cioè orizzontale e piana e si dice superficie di livello.





Se la superficie è però molto estesa dovrà in ogni punto essere normale alla forza di gravità e poiché la terra è sferica, la superficie libera sarà sferica. Se poi, con la gravità agiscono altre forze sulla superficie libera (per esempio la forza di adesione nel liquidi contenuti nei tubi capillari), la superficie di livello avrà forma diversa, ma soddisferà sempre alla condizione di essere in ogni punto normale al risultante di tutte le forze agenti in ciascun punto. Quando un liquido è in rotazione, al peso $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ di una particella della superficie libera si somma la forza centrifuga di modulo $\omega^2 r m$ ed il risultante è inclinato rispetto alla verticale e dovendo essere perpendicolare alla superficie libera, questa risulterà curva ;si dimostra che tale superficie libera è un paraboloide.

Legge di Stevino

La legge di Stevino ci dice come varia la pressione all'interno di un fluido in equilibrio. [10] Se il fluido oltre ad essere in equilibrio è anche in quiete (la sua velocità è nulla) allora l'equilibrio è statico in caso contrario è dinamico. Consideriamo un fluido (in particolare un liquido) pesante in equilibrio statico posto all'interno di un recipiente cilindrico.

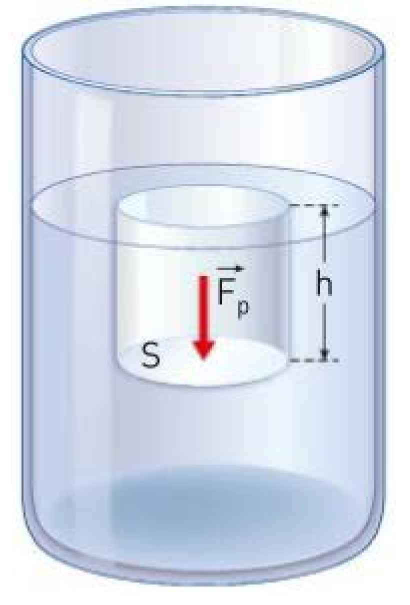
[10] Un fluido è in **equilibrio** quando sono nulli il risultante ed il momento risultante di tutte le forze agenti sul fluido

Immaginiamo di separare idealmente nel recipiente cilindrico considerato un volume di liquido avente la forma di un cilindro di base S ed altezza h

Supponiamo inoltre che la massa volumica (densità) $\rho = d = \frac{m}{V}$ sia costante.

$m = \rho V$ $\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$ peso specifico

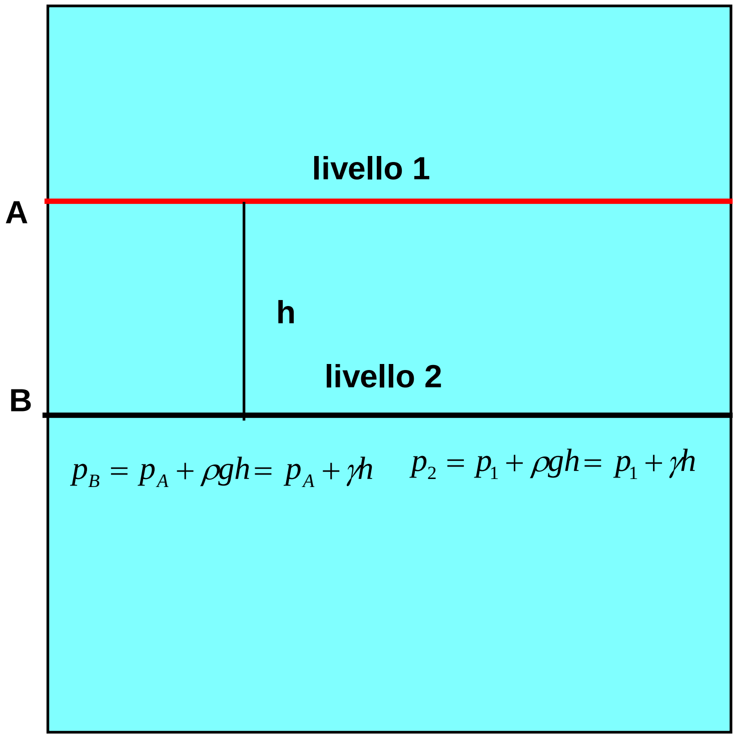
$P = mg = \rho g V = \gamma V$ = peso di un corpo $\rho g h = \gamma h$



- sulla base superiore del cilindro agisce la pressione atmosferica p_{atm}
- sulla base inferiore agisce la pressione p da determinare
- la densità (massa volumica) del liquido è: $\rho = d = \frac{m}{g}$

Si dimostra che in un fluido pesante in equilibrio, la pressione è costante in tutti i punti di uno stesso piano orizzontale. Se la massa volumica del fluido in equilibrio è costante la differenza di pressione tra due livelli orizzontali è uguale al termine $\rho g h = \gamma h$ che rappresenta la pressione idrostatica.

$p_2 = p_1 + \rho g h = p_1 + \gamma \cdot h$ che esprime Legge di Stevino



Se poi consideriamo un recipiente aperto, p_2 coinciderà con la pressione atmosferica esistente alla superficie esterna (che di solito coincide con la pressione atmosferica p_{atm}) e quindi la pressione p in un punto posto alla profondità **h** sarà data da: $\mathbf{p = p_{atm} + \rho g h = p_{atm} + \gamma \times h}$ e **p** non dipende dalla forma del recipiente.

La pressione idrostatica esistente tra due livelli orizzontali A e B, posti alla distanza **h**, è uguale al rapporto tra il peso P di un cilindro di fluido avente base **S** ed altezza **h** e la superficie **S**. Infatti:

$$\mathbf{p_B - p_A = \gamma h = \frac{Ph}{V} = \frac{Ph}{Sh} = \frac{peso}{superficie}} = \frac{\text{peso di una colonna di fluido avente base S e altezza h}}{\text{superficie S}}$$

La pressione idrostatica è la pressione esercitata dalla gravità in un punto all'interno di un fluido.

$S = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p = \rho g h = \gamma h = P}$ cioè la pressione idrostatica in un punto di un fluido coincide numericamente col peso di una colonna di fluido avente sezione unitaria ed altezza h. Meglio ancora: $S = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p_B - p_A = \rho g h = \gamma h = P}$

cioè la **differenza di pressione esistente tra due livelli orizzontali di una massa fluida coincide numericamente col peso di una colonna dello stesso fluido avente per sezione l'unità di superficie e per altezza la differenza fra due livelli**. Se il livello A coincide con la superficie libera del liquido e se questi è a contatto col vuoto, la Legge di Stevino in un punto del liquido posto alla profondità h si scrive: $\mathbf{p = \rho g h = \gamma h}$

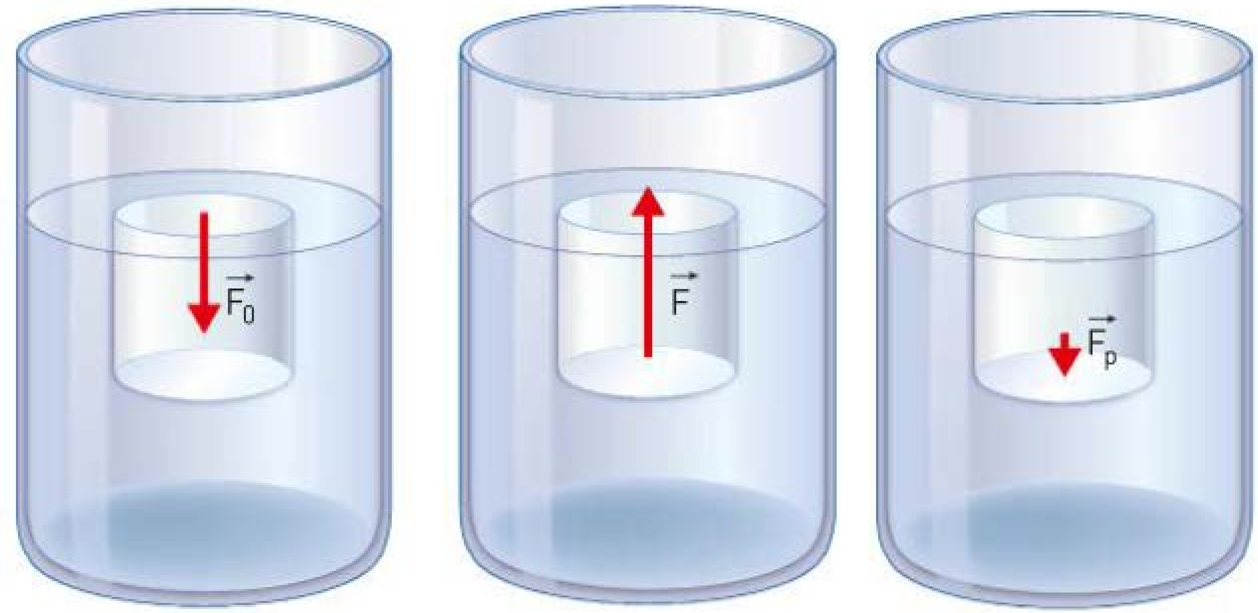
La quantità $\mathbf{\rho g h = \gamma h}$ corrisponde alla pressione idrostatica esercitata sulla base di una colonna omogenea di fluido in equilibrio di altezza h, per effetto della forza di gravità terrestre.

Infatti se consideriamo una colonna di area di base **S** ed altezza **h**, la forza peso del liquido è distribuita sulla base e vale: $P = m g = \rho V g = \rho S h g$

La corrispondente pressione sulla base vale: $\mathbf{p = \frac{F}{S} = \frac{P}{S} = \rho \cdot g \cdot h = \gamma \cdot h}$

Dunque una colonna di fluido in equilibrio esercita, per effetto della gravità, una pressione detta idrostatica su ogni punto sottostante. Se il fluido considerato è l'aria e si considera un punto in prossimità della superficie terrestre, la colonna di aria che va da questo punto agli estremi dell'atmosfera esercita una pressione idrostatica detta pressione atmosferica.

La dimostrazione della legge di Stevino



Le forze che agiscono sul cilindro di base S ed altezza h sono:

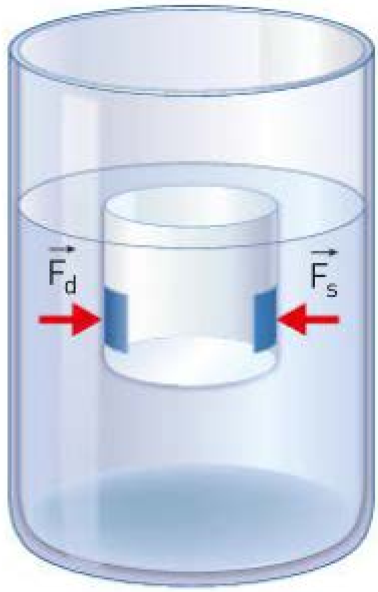
- la forza verso il basso $\vec{F}_o = \vec{F}_{atm} = \vec{p}_{atm} \cdot S$ dovuta all'aria sovrastante la superficie libera del liquido
- la forza verso l'alto $\vec{F} = \vec{p} \cdot S$ dovuta al liquido presente nel recipiente e che sta sotto il cilindro di liquido idealmente separato
- il peso verso il basso $\vec{P} = \vec{F}_P$ presente nel cilindro separato.

Imponendo la condizione di equilibrio del liquido presente nel cilindro separato, otteniamo: $\vec{F}_{atm} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$

Passando dalla relazione vettoriale a quella scalare otteniamo:

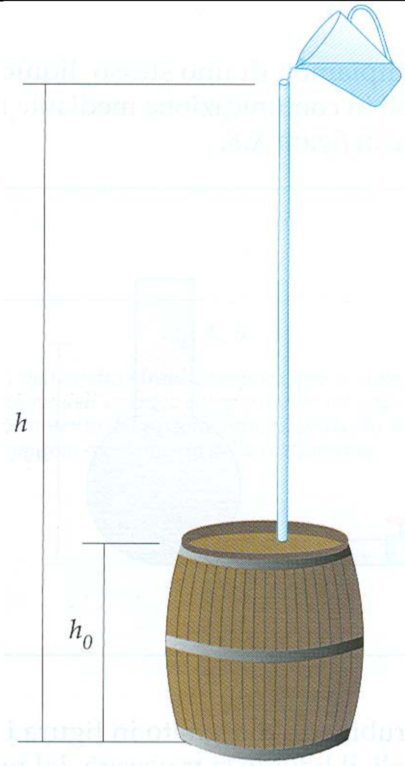
$p \cdot S - p_{atm} \cdot S - P = 0 \qquad p \cdot \cancel{S} - p_{atm} \cdot \cancel{S} - \rho g h \cancel{S} = 0 \qquad p = p_{atm} + \rho g h$

Le forze che agiscono lungo la superficie laterale del cilindro si fanno equilibrio e non determinano movimento,
infatti, comunque si scelgano due porzioni simmetriche della superficie laterale del cilindretto, su di esse agiscono forze uguali e contrarie.



Paradosso idrostatico: botte di Pascal

E’ una conseguenza della legge di Stevino. Nella “botte di Pascal“ l’aggiunta di una modesta quantità di liquido, ad esempio acqua, in un tubo sottile determina lo sfondamento delle pareti laterali della botte. Basta scegliere un tubo avente sezione piccola ed altezza opportuna.
Se l’altezza del tubo è sufficientemente grande, la pressione sulle pareti ($p = \rho g h = \gamma h$) della botte può essere così intensa da rompere la botte.



In una botte piena di acqua immergiamo attraverso il coperchio un tubo stretto e molto alto. Versando dell’acqua nel tubo la pressione idrostatica aumenta proporzionalmente all’altezza. Di conseguenza anche la forza esercitata dall’acqua contro le pareti interne della botte, essendo il prodotto della pressione per la superficie $F = p \cdot S$, aumenta proporzionalmente con l’altezza. Versando con continuità dell’acqua attraverso il tubo, la botte si rompe quando il materiale di cui è fatta la botte non è più in grado di sopportare la forza esercitata dall’acqua.

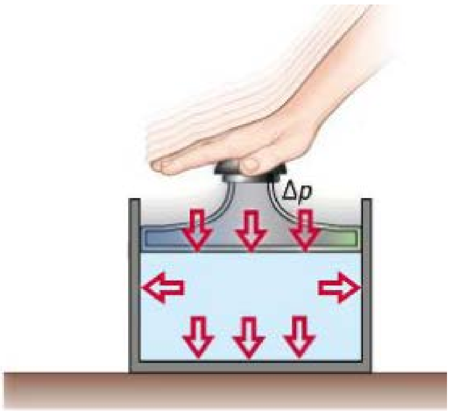
Legge di Pascal

Per tradizione è detta principio, ma si tratta di una legge. E' una immediata conseguenza della legge di Stevino. In assenza di forze di volume (ad esempio trascurando la forza peso) la legge di Stevino si scrive: $p_A = p_B$ cioè la pressione è costante in tutti i punti di un fluido in equilibrio. Pertanto la legge di Pascal afferma che, **in assenza di forze di volume, la pressione è costante in tutti i punti di un fluido in equilibrio**. Nel caso dei fluidi pesanti, non potendo eliminare la forza peso, la pressione non è più la stessa in ogni punto del fluido. In questo caso la legge di Pascal va formulata in maniera diversa.

La pressione esercitata in un punto qualsiasi di un fluido (in particolare di un liquido) si trasmette con la stessa intensità in tutte le direzioni.

Con parole diverse possiamo dire che una pressione esercitata su una superficie qualsiasi a contatto con un fluido in equilibrio si trasmette con la stessa intensità su ogni altra superficie a contatto con il fluido, qualunque sia la sua orientazione.

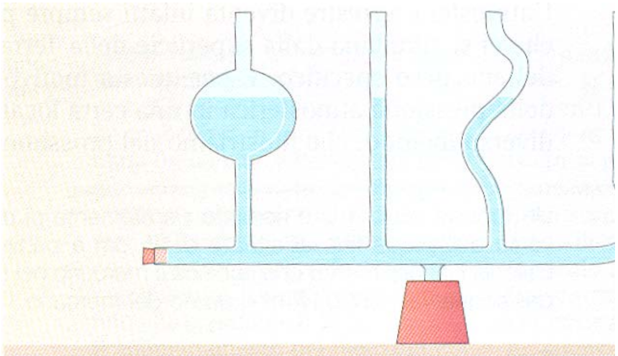
La mano esercita mediante il pistone una variazione di pressione Δp sulla superficie superiore del recipiente che contiene il liquido. La stessa variazione di pressione si genera su tutte le superfici a contatto con il liquido.



Liquidi in vasi comunicanti

Due vasi comunicanti sono due recipienti qualsiasi collegati fra loro mediante un tubo o un qualsiasi altro dispositivo. Due o più recipienti costituiscono un sistema di vasi comunicanti quando solo collegati fra loro mediante tubi o mediante dispositivi di natura qualsivoglia.

Un sistema di vasi comunicanti



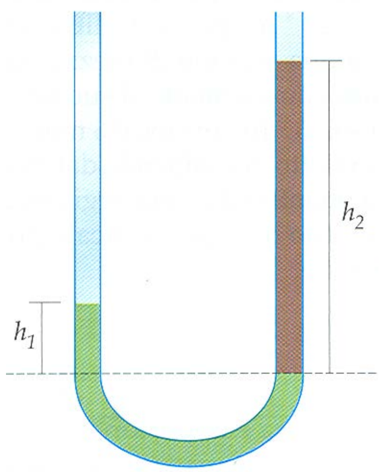
Versando un liquido nel primo recipiente si ottiene il riempimento di tutti i vasi. Si osserva che: il liquido raggiunge lo stesso livello in tutti i recipienti comunicanti.

Le superfici libere di vasi comunicanti contenenti uno stesso liquido in condizioni di equilibrio si dispongono alla stessa altezza qualunque siano le forme e le dimensioni dei vasi comunicanti. $h_1 = h_2$ cioè il liquido giunge allo stesso livello nei due rami (qualunque sia la forma dei vasi comunicanti).

La forma tipica dei vasi comunicanti è quella ad **U**. Ma le cose che diremo in seguito sono valide anche per vasi comunicanti aventi forma qualsivoglia. .

Se due vasi comunicanti sono riempiti con due liquidi non miscibili ed aventi masse volumiche (densità) diverse, il liquido avente massa volumica maggiore forma una colonna più bassa rispetto all'altro. Quando si raggiunge l'equilibrio si ha: $\mathbf{h_1 : h_2 = \rho_2 : \rho_1 = \gamma_2 : \gamma_1 = \delta_2 : \delta_1}$

$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$ $\gamma_1 \cdot h_1 = \gamma_2 \cdot h_2$



Le altezze, misurate a partire da S, piano orizzontale contenente la superficie di separazione dei due liquidi non miscibili, sono inversamente proporzionali alle masse volumiche ρ_1 e

ρ_2 , e quindi anche ai pesi volumici γ_1 **e** γ_2 ed alle densità relative δ_1 e δ_2 .

Torchio idraulico o pressa idraulica

E' un dispositivo che permette di esercitare forze molto intense mediante l'applicazione di forze relativamente deboli. Serve anche per equilibrare una forza mediante un'altra di intensità minore. Il suo funzionamento si basa sulla legge di Pascal. Il torchio idraulico è costituito da due vasi comunicanti (due cilindri collegati da un condotto) aventi sezioni diverse e contenenti un liquido che raggiunge lo stesso livello in entrambi i vasi. Due stantuffi a tenuta stagna, uno per cilindro, pescano nel liquido e servono a trasmettere le pressioni che si esercitano nel liquido stesso. Per la legge di Pascal la pressione $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$ esercitata dallo stantuffo inserito nel cilindro di sezione S_1 minore, si trasmette all'altro di sezione $S_2 > S_1$ ed il rapporto tra la forza esercitata (verso il basso) e la spinta (verso l'alto) che ne deriva per l'altro stantuffo è tanto maggiore quanto più grande è il rapporto tra le sezioni dei due cilindri. Infatti, supposto il torchio in equilibrio, applichiamo sul pistone a sezione S_1 minore una forza F_1 ad esso normale. Essa produrrà una variazione di pressione sullo strato di liquido sottostante il pistone data da: $\mathbf{p_1 = \frac{F_1}{S_1}}$. La stessa variazione di pressione dovrà avvenire, per la legge di Pascal, in tutti gli altri punti del liquido, e quindi in particolare sullo strato di liquido sottostante il pistone di sezione S_2 maggiore.

Detta, allora, F_2 la forza che agisce su quest'ultimo, per la legge di Pascal avremo:

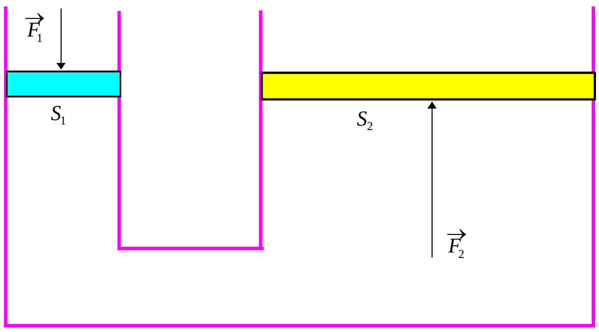
$$p_1 = \frac{F_1}{S_1} \quad p_2 = \frac{F_2}{S_2} \quad p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F_1 = \frac{S_1}{S_2} \cdot F_2}$$

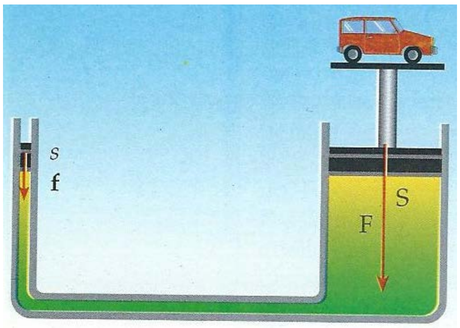
Agendo con una forza relativamente piccola F_1 su una superficie relativamente piccola S_1 si riesce ad esercitare una forza F_2 più intensa su una superficie S_2 più estesa.

Il funzionamento del torchio idraulico è conforme al principio di conservazione del lavoro. Infatti, essendo il liquido incomprimibile, quando il pistone di sezione minore si abbassa del tratto h_1, l'altro s'innalza del tratto h_2 tale che risulti: $S_1 \cdot h_1 = S_2 \cdot h_2$ cioè: $\mathbf{h_1 = \frac{S_2}{S_1} \cdot h_2}$ cioè il **volume** (di liquido) espulso a sinistra deve ritrovarsi a destra. $L(\vec{F}_1) = F_1 \cdot h_1 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1} \cdot h_2 = F_1 \cdot \frac{F_2}{F_1} \cdot h_2 = F_2 \cdot h_2 = L(\vec{F}_2)$

cioè il lavoro motore (eseguita da F_1) è uguale in valore assoluto al lavoro resistente (compiuto dalla forza $-\vec{F}_2$).

Il torchio idraulico è utilizzato nelle grandi officine per la lavorazione dei metalli, per sollevare vetture, per comprimere materiali poroso, per spremere succhi vegetali,..

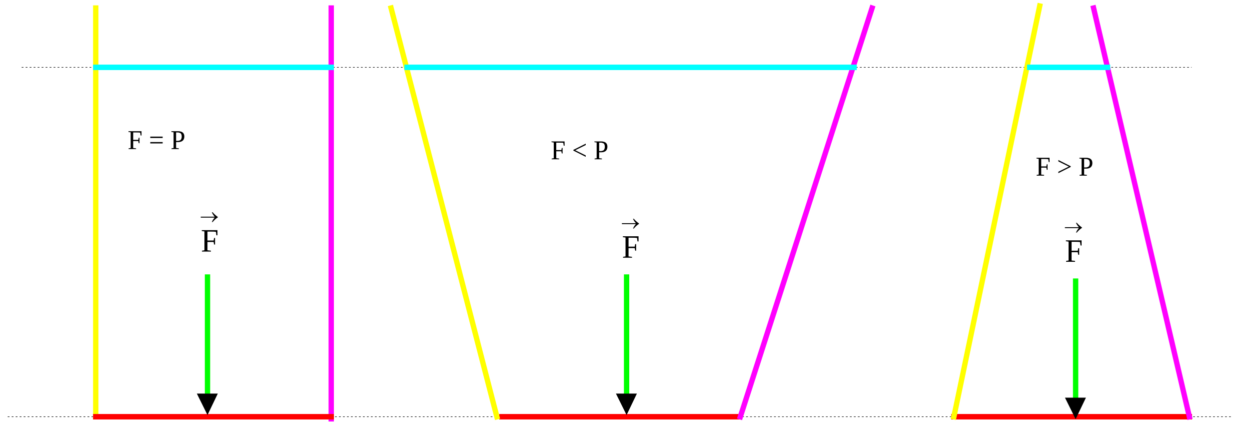




Paradosso idrostatico

Il **paradosso idrostatico di Pascal** afferma che la pressione esercitata sul fondo di un vaso pieno di un liquido non dipende dalla forma del vaso, né dalla quantità di liquido, ma dipende soltanto dall'altezza della colonna del liquido rispetto al fondo.

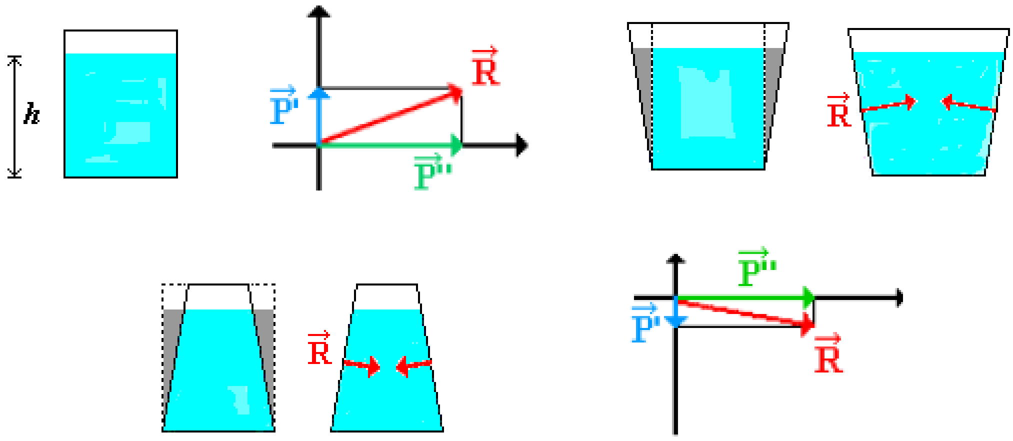
Consideriamo i tre recipienti della figura aventi tutti basi uguali e riempiti dello stesso liquido fino ad una stessa altezza h . Nei tre recipienti la quantità di liquido è differente ma la pressione sul fondo, per la legge di Stevino, è la stessa e quindi anche la forza F agente sul fondo assume lo stesso valore. Il paradosso si spiega facilmente osservando che il peso complessivo del liquido è equilibrato non solo dalla reazione vincolare della base ma anche dalle reazioni vincolari delle pareti laterali.



Paradosso idrostatico: **la pressione sul fondo del recipiente non dipende dalla quantità di liquido contenuto nel recipiente.**

Spiegazione: Per la legge di Stevino risulta che la forza dovuta alla pressione che si esercita sul fondo è la stessa per tutti e tre i recipienti nonostante la diversa quantità di liquido contenuta in ciascuno di essi: in ciò consiste il paradosso idrostatico

La spiegazione di questo paradosso è piuttosto semplice. Il peso complessivo del liquido non è equilibrato dalla sola forza di pressione F agente sul fondo, ma dal risultante di tutte le forze normali esercitate dalle pareti del recipiente sul liquido che esso contiene. Nel caso del secondo recipiente una parte del peso del liquido è equilibrato dalla reazione vincolare $\vec{\mathbf{R}}$ generata dalla parete inclinata. Infatti è il componente verticale normale verso l'alto $\vec{\mathbf{P}}'$ che equilibra il peso del liquido sovrastante. In effetti la porzione di liquido ombreggiata è sostenuta dalle pareti laterali. Nel terzo caso al peso bisogna aggiungere una forza verticale verso il basso dovuta alla reazione delle pareti laterali. Nel caso del terzo recipiente la forza di reazione delle pareti del recipiente avrà una componente verticale verso il basso che andrà a sommarsi al peso del liquido presente a quella quota e darà come risultato una forza $F = mg = P$ di intensità uguale al peso del liquido contenuto nel primo recipiente o nel secondo recipiente.



Legge di Archimede

Essa afferma quanto segue:

Un corpo immerso interamente o parzialmente in un fluido riceve una spinta verticale dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato

.Tale forza è applicata nel centro di gravità (detto centro di spinta) del fluido spostato. Per la dimostrazione ci limiteremo al caso in cui il corpo $MNLI$, immerso nel fluido, abbia forma di parallelepipedo trirettangolo, con le basi IL ed MN orizzontali. Il risultante delle forze prementi, applicate dal fluido su tutte le facce del corpo $MNLI$, si riduce alle forze che agiscono su MN ($\vec{F}_1$) e su IL ($\vec{F}_2$). Infatti le forze agenti sulle coppie laterali come ML ed NI sono uguali e contrarie, perché costituite da forze prementi elementari a due a due uguali e contrarie. Restano le facce orizzontali MN ed IL sulle quali agiscono rispettivamente le forze $F_1 = S \cdot p_1$, $F_2 = S \cdot p_2$. Il risultante $\vec{R}$ di tutte le forze applicate esiste ed ha come direzione quella della verticale ed è orientato dal basso verso l'alto.

$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad p_2 - p_1 = \rho g h$ **$R = F_2 - F_1 = Sp_2 - Sp_1 = S(p_2 - p_1) = S\rho g(h_2 - h_1)$**

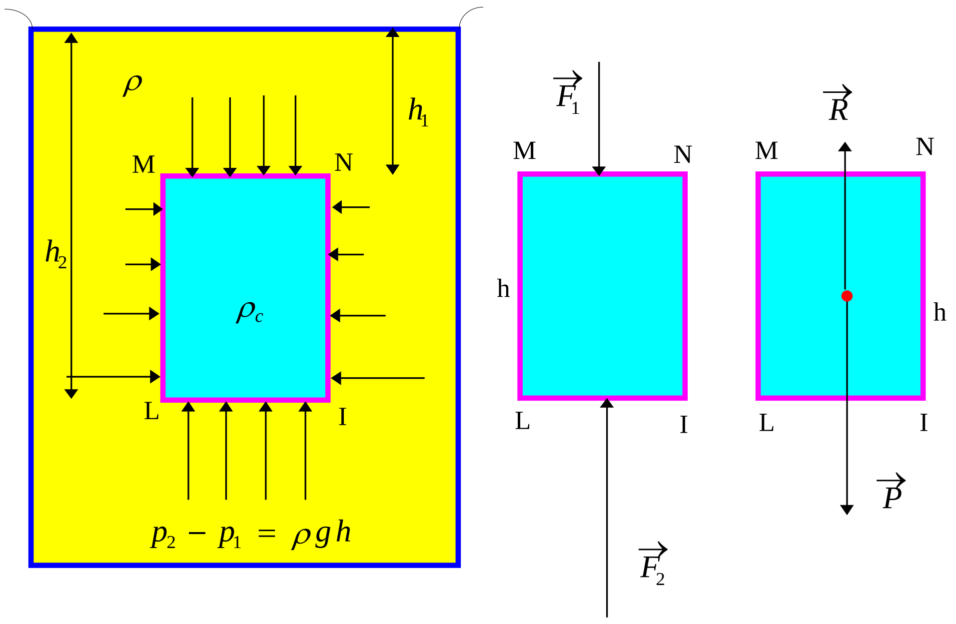
$R = Sh\frac{m}{V}g = V\frac{m}{V}g = mg = P$ **m** = massa del fluido spostato **P** = peso del fluido spostato

V = volume del corpo immerso = volume del fluido spostato **$\vec{R} = -\vec{P}_f$**

Il risultante delle forze esercitate dal fluido sul corpo immerso è una forza $\vec{R}$ uguale e contraria al peso del fluido spostato.

P_f = peso del fluido spostato = peso di un volume di fluido uguale al volume del corpo immerso

La dimostrazione precedente si estende facilmente al caso di un corpo avente forma qualsiasi. $\vec{R}$ ha lo stesso punto di applicazione del peso $\vec{P}_f$, cioè la spinta $\vec{R}$ è applicata al centro di gravità del fluido spostato. Un corpo immerso in un fluido si trova soggetto a due forze verticali opposte: il proprio peso $\vec{P}$ e la spinta di Archimede $\vec{R} = -\vec{P}_f$, l'uno applicato al centro di gravità del corpo, l'altra applicata al centro di gravità del fluido spostato. I due punti di applicazione coincidono certamente se il corpo immerso è **omogeneo** (quindi di massa volumica ρ_c **costante**), se esso è completamente immerso nel fluido e se questo è un liquido incomprimibile, anch'esso omogeneo e di massa volumica ρ.



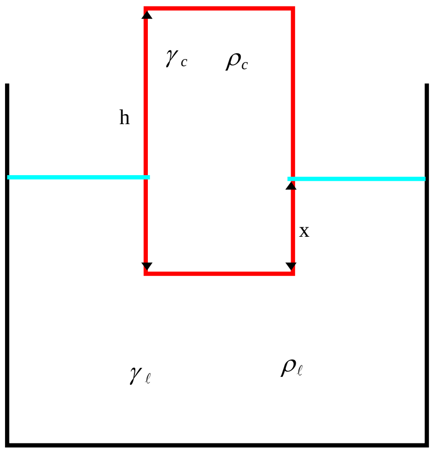
Se **V** è il volume del corpo, la forza risultante $\vec{F}$ a cui il corpo immerso trovasi soggetto, rispetto ad un asse verticale **h** orientato verso il basso, ha il seguente valore algebrico: $\mathbf{F = P - R = V(\rho_c - \rho_\ell)g = (\gamma_c - \gamma_\ell)\cdot V}$ cioè è verticale e volta verso il basso o verso l'alto, secondo che è $\rho_c > \rho_l$ oppure $\rho_c < \rho_l$.

Ma in generale i due punti di applicazione di $\vec{P}$ e di $\vec{R}$ **non coincidono**: il corpo immerso viene a trovarsi soggetto ad una forza risultante verticale $\vec{P} - \vec{R}$ e ad una coppia.

Nel caso di un corpo rigido che galleggia e che abbia una parte immersa e l'altra che emerge dal liquido è evidente che la **forza di spinta equivale al peso del volume del liquido spostato dalla parte immersa.** Indichiamo con x la parte immersa del corpo rigido e con h l'altezza complessiva del corpo. Poiché la condizione di equilibrio si realizza quando la spinta di Archimede, che è uguale al peso del volume del liquido spostato , è uguale al peso del corpo immerso nel liquido , possiamo scrivere: $P_c = P_\ell \Rightarrow \gamma_c \cdot V_c = \gamma_\ell \cdot V_\ell \Rightarrow \gamma_c \cdot S \cdot h = \gamma_\ell \cdot S \cdot x \Rightarrow$

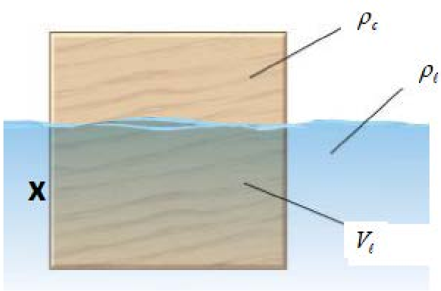
$$\mathbf{x = \frac{\gamma_c}{\gamma_l}\cdot h = \frac{\rho_c}{\rho_l}\cdot h = \frac{V_\ell}{V_c}\cdot h} \qquad \mathbf{\frac{V_\ell}{V_c} = \frac{\rho_c}{\rho_\ell} = \frac{\gamma_c}{\gamma_\ell} = \frac{x}{h}}$$

Per un corpo qualsiasi risulta: $\mathbf{P = mg = \rho V g = \gamma V}$ $\quad \mathbf{\gamma = \rho g}$



L'altezza x della parte immersa di un corpo che galleggia è espressa dall ' equazione

$$\mathbf{x = \frac{\rho_c}{\rho_\ell}\cdot h = \frac{\gamma_c}{\gamma_\ell}\cdot h = \frac{V_\ell}{V_c}\cdot h}$$



La condizione di galleggiamento si raggiunge quando il peso del corpo che galleggia uguaglia la spinta di Archimede, cioè quando risulta: $P = S_A \quad \Rightarrow$

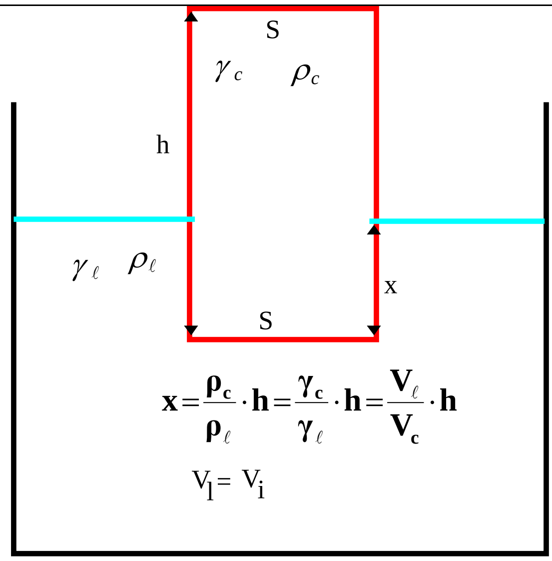
$\rho_C V_C \cancel{g} = \rho_\ell V_\ell \cancel{g}$ $\quad$ $\rho_C V_C = \rho_\ell V_\ell$ $\quad$ $\dfrac{\rho_\ell}{\rho_C} = \dfrac{V_C}{V_\ell}$

$$F = |P_c - S_A| = |\rho_c V_c g - \rho_\ell V_i g| = |\gamma_c V_c - \gamma_\ell V_i| = |(\rho_c V_c - \rho_\ell V_i) g| = |\gamma_c V_c - \gamma_\ell V_i|$$

forza che agisce su un corpo di peso P_c immerso in un fluido di densità ρ_ℓ

Per un corpo che, immerso in un fluido, galleggia abbiamo: $P_c = S_A$ $\quad$ $\rho_c V_c g = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g$

$\rho_c V_c = \rho_\ell V_i$ $\quad$ $\rho_c \cancel{S} h = \rho_\ell \cancel{S} x$ $\quad$ $\rho_c h = \rho_l x$ $\quad$ $\dfrac{V_i}{V_c} = \dfrac{\rho_c}{\rho_\ell} = \dfrac{\gamma_c}{\gamma_\ell} = \dfrac{x}{h}$

h = altezza del corpo immerso x = altezza della parte immersa V_i = volume della parte del corpo immerso nel fluido $S_A = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g = \gamma_\ell \cdot V_i$ spinta di Archimede $P = m_c g = \rho_c V_c g$ peso del corpo che galleggia $\quad$ $S_A = P_c$	 $x = \dfrac{\rho_c}{\rho_\ell} \cdot h = \dfrac{\gamma_c}{\gamma_\ell} \cdot h = \dfrac{V_\ell}{V_c} \cdot h$ $V_l = V_i$

Pressione atmosferica

Abbiamo visto che una colonna di fluido in equilibrio, per effetto della gravità, esercita una pressione detta idrostatica su ogni punto sottostante. Se il fluido considerato è l'aria e si considera un punto in prossimità della superficie della terra, la colonna d'aria, che va da questo punto agli estremi dell'atmosfera, esercita una pressione idrostatica che prende il nome di pressione atmosferica.

L'atmosfera terrestre è un involucro aeriforme che circonda il nostro pianeta. L'altezza di tale involucro, valutata alcune centinaia di km, non può essere definita con esattezza in quanto non esiste un limite netto fra la massa gassosa e lo spazio interplanetario.

L'atmosfera viene di solito suddivisa in 5 parti:

1) TROPOSFERA $(0 — 11 km)$ costituita per il $75,5\%$ da azoto, per il $23,2\%$ da ossigeno, e per il rimanente $1,3\%$ da anidride carbonica e da gas nobili (elio, neon, kripto, xeno, radon). Nella troposfera sono sempre presenti quantità più o meno elevate di vapore d'acqua.

2) STRATOSFERA $(11-30 km)$

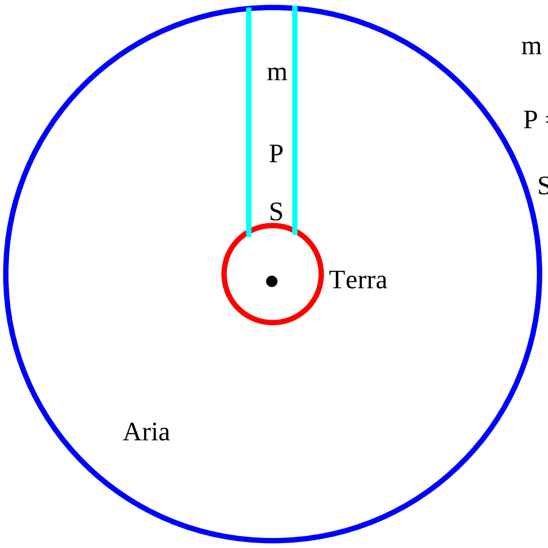
3) MESOSFERA $(30-90 km)$

4) TERMOSFERA $(90-640 KM)$

5) esosfera (sopra i $640 km$)

La superficie terrestre può quindi essere considerata come immersa al centro di un oceano d'aria. Un certo volume di aria ha un peso per cui è chiaro che l'atmosfera esercita una certa pressione idrostatica (detta comunemente pressione atmosferica ed indicata col simbolo p_{atm}) sulla superficie terrestre. Consideriamo una qualunque colonna d'aria **M**, avente per base una certa area **S** della superficie terrestre. Se **P** è il peso dell'aria contenuta in tale colonna, la superficie **S** è soggetta alla pressione: $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{\mathbf{atm}} = \dfrac{\mathbf{P}}{\mathbf{S}}$

Possiamo anche dire che **la pressione atmosferica è numericamente uguale al peso di una colonna d'aria di sezione unitaria che, iniziando dal punto in cui si vuole misurare la pressione, si estende sino al limite dell'atmosfera**.

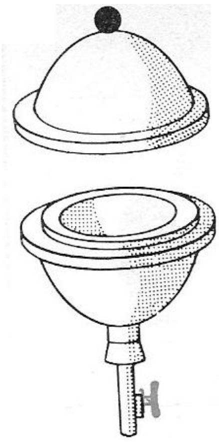


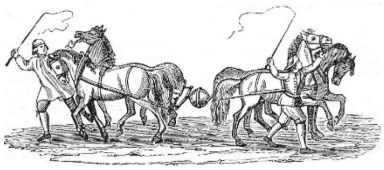
Il valore della pressione atmosferica dipende da diversi fattori come l'**altitudine**, la **temperatura**, l'**umidità**, la **latitudine**. Si definiscono condizioni normali per la misura della pressione atmosferica quando consideriamo:

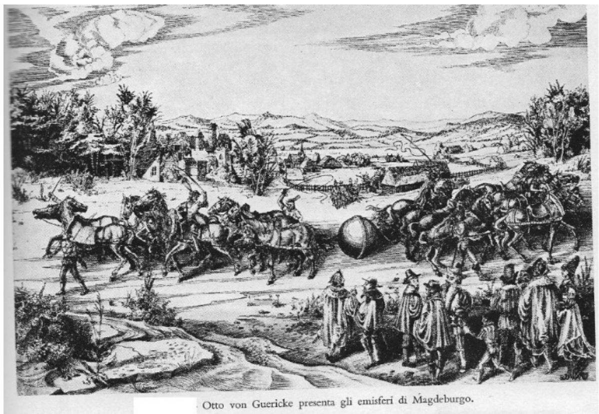
1°) aria priva di vapore d'acqua 2°) quando ci troviamo al livello del mare, alla temperatura di $0°C$, alla latitudine di $45°$. In pratica tali condizioni non si verificano mai contemporaneamente. L'esistenza della pressione atmosferica può essere verificata facilmente con classiche ed interessanti esperienze le più comuni delle quali sono: 1) emisferi di Magdeburgo 2) crepavesciche 3) pipetta.

● Molto nota nella storia della Fisica è la classica esperienza eseguita nel **1654** dal fisico **Otto von Guericke**, borgomastro di Magdeburgo. Servendosi di due grossi emisferi posti a tenuta, dall'interno dei quali aveva tolto l'aria mediante una pompa pneumatica da lui stesso inventata, **Otto von Guericke** dimostrò quanto fosse difficile separarli. Diverse coppie di cavalli non riuscivano a staccare gli emisferi, con rande stupore, della folla presente. Poiché gli emisferi usati da **Otto von Guericke** erano di diametro notevole, ci vollero otto cavalli per parte per riuscire a staccare i due emisferi.

Infatti, uniti i due emisferi e fatto il vuoto assoluto all’interno della sfera risultante, si ha come conseguenza che la pressione atmosferica, che agisce dall’esterno, non è equilibrata da un’eguale pressione agente dall’interno e, di conseguenza, essa preme intensamente i due emisferi l’uno contro l’altro. Per questo motivo il distacco dei due emisferi richiede uno sforzo notevole.







Otto von Guericke presenta gli emisferi di Magdeburgo.

● La pipetta è un tubo di vetro, non troppo lungo, aperto alle due estremità. Il tubo è più largo nella parte centrale con l’estremità **A**, che pesca nel liquido, più stretta rispetto all’altra estremità **B**.
Immergiamo la pipetta nel vaso contenente il liquido mantenendo aperta l’estremità **B**. Per il principio dei vasi comunicanti il liquido che penetra all’interno della pipetta raggiunge lo stesso livello che ha nel recipiente. Chiudiamo l’estremità **B** con un dito e solleviamo la pipetta portandola fuori dal recipiente.

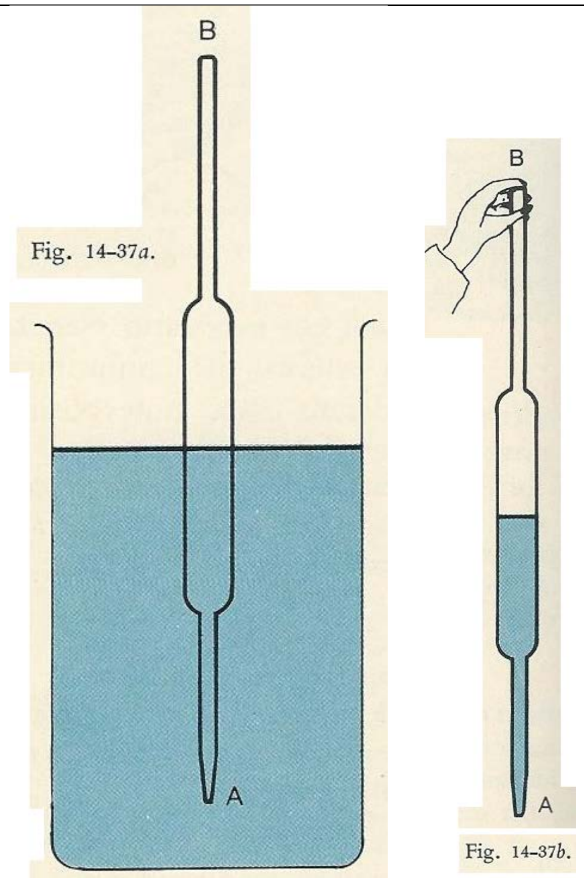
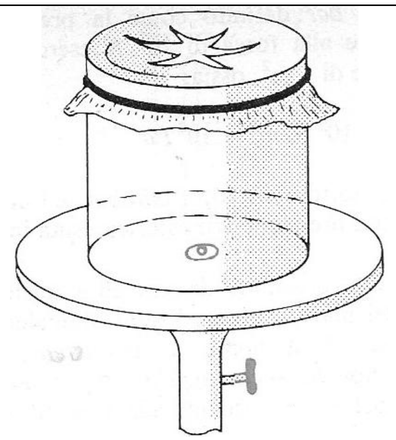


Fig. 14-37*a*.

Fig. 14-37*b*.

Dall’estremità aperta **A** fuoriesce soltanto qualche gocciolina del liquido. Infatti sul liquido presente dentro la pipetta agiscono dall’interno la pressione dell’aria sovrastante e la pressione della colonna liquida e dall’esterno soltanto la pressione atmosferica. Le prime due pressioni spingono il liquido verso il basso, la terza pressione spinge il liquido verso l’alto. Il liquido continua a fuoruscire fino a quando si raggiunge l’uguaglianza tra la pressione interna e la pressione atmosferica esterna.

• Si tratta di un dispositivo che serve a dimostrare qualitativamente l’esistenza della pressione atmosferica. Se si fa il vuoto all’interno di un recipiente chiuso mediante una sottile membrana di plastica, questa, per valori del vuoto non molto spinti, si deforma.	

Quando il vuoto all’interno del recipiente aumenta sensibilmente la membrana si lacera in quanto la pressione atmosferica esterna non è più equilibrata da un’uguale pressione interna.

Esperienza di Torricelli per la misurazione della pressione atmosferica
(Barometro a mercurio)

Per calcolare la pressione atmosferica dovremmo conoscere il peso di una colonna di aria di area **S** ed altezza uguale a quella dell’intera atmosfera; cosa questa impossibile per cui sembrerebbe destinato all’insuccesso qualsiasi tentativo di misurare la pressione atmosferica. Ci riuscì brillantemente ed anche semplicemente Evangelista Torricelli $(1608-1647)$, allievo di Galileo, eseguendo una ingegnosissima esperienza ed utilizzando il barometro a mercurio. Questi consiste in un tubo di vetro **lungo 1 metro** e di piccolo diametro riempito di mercurio ed immerso, con l’estremità aperta, in una bacinella piena di mercurio come si vede in figura. Lo spazio al di sopra della colonna di mercurio (vuoto torricelliano) contiene solo vapori di mercurio la cui pressione è, a temperatura ordinaria, cosi piccola che può essere trascurata. Si osserva che il livello della colonna di mercurio nella canna barometrica scende, fino a disporsi ad un’altezza di $76cm = 760mm$ dalla superficie libera del mercurio contenuto nella vaschetta. E' importante osservare che il dislivello **h** è sempre uguale a $76cm$, qualunque sia la sezione del tubo (purché di diametro non inferiore a $2mm$), comunque esso sia inclinato e qualunque sia la sua forma. Il fenomeno si spiega così: la pressione atmosferica, agendo sulla superficie libera **L**, si propaga per la legge di Pascal in tutte le direzioni e quindi anche verso l'alto. Sia **C** un punto interno alla canna barometrica e giacente su un piano orizzontale contenente la superficie libera **L**. Nel punto **C** la pressione atmosferica è equilibrata dalla pressione idrostatica della colonna di mercurio presente nella canna barometrica. Quindi all'equilibrio abbiamo: $\mathbf{p_{atm} = p = \gamma h = \rho g h}$

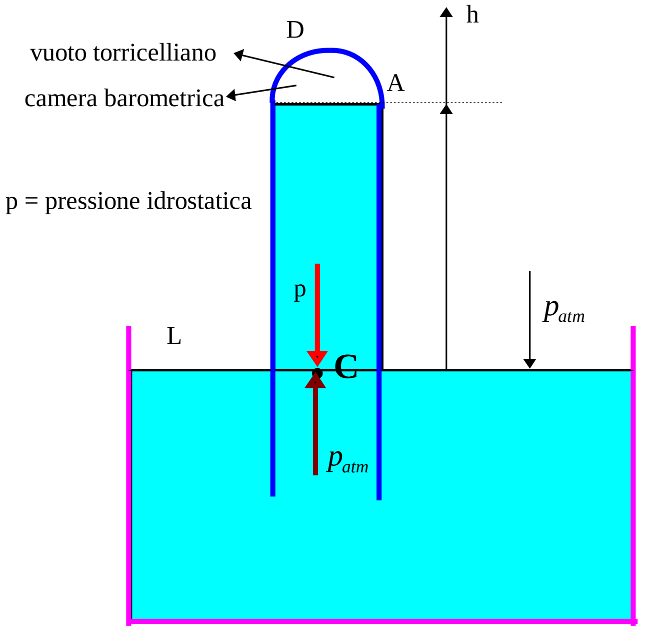
$$\rho = 13595{,}5\frac{kg}{m^3} \qquad h = 0{,}076m \qquad g = 9{,}880665\frac{m}{s^2}$$

$$\mathbf{p_{atm}} = (13595{,}5)\cdot(9{,}80665)\cdot(0{,}76)\frac{N}{m^2} = 101328\frac{N}{m^2} = \mathbf{1{,}01\cdot 10^5\, P_a = 1atm}$$

$$\mathbf{1atm = 1{,}033\frac{kg_p}{cm^2}} \qquad\qquad \mathbf{1p_a = \frac{1}{101325}atm = 9{,}8\cdot 10^{-6}\, atm}$$

Quanto detto è vero se si verificano le seguenti condizioni: 1°) il mercurio è puro 2°) il mercurio è alla temperatura di $0°C$ in quanto la massa volumica del mercurio varia con la sua temperatura 3°) che la scala sulla quale si legge **h** è alla temperatura alla quale è stata eseguita la graduazione che è ordinariamente di $0°C$. La lunghezza della scala varia con la temperatura **t** secondo la relazione $h = h_o(1 + k\cdot t)$ con **k** coefficiente di dilatazione lineare del materiale su cui è incisa la scala. 4°) si conosce l'accelerazione di gravità **g** nel luogo dove si trova il barometro**.** 5°) Non esistono gas residui nella canna barometrica così che la superficie del mercurio in **A** è effettivamente libera, Invero non mancherà mai la tensione del vapore saturo del mercurio che a $20°C$ è di circa $0{,}1\frac{N}{m^2}$.

6°) la scala che serve per la misurazione di **h** sia ben verticale 7°) che non vi siano fenomeni di capillarità (la canna barometrica deve avere un diametro di circa $2\,cm$)



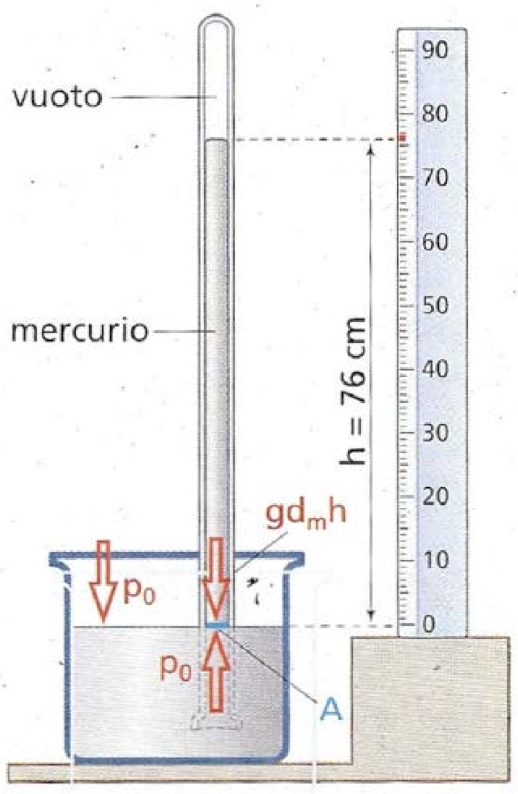
L= superficie libera del mercurio nella vaschetta

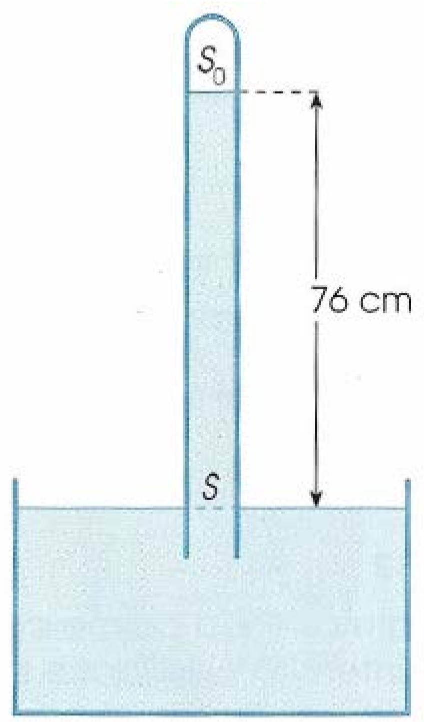
h = dislivello tra la superficie libera **L** e la superficie libera **A** della canna barometrica

γ = peso specifico del mercurio

ρ = massa volumica (densità) del mercurio

$p_A = 0 \quad (\approx 0{,}1 \frac{N}{m^2})$





Osservazione N° 1

Per eseguire l'esperienza di Torricelli è stato scelto il mercurio, liquido ad elevata massa volumica , in modo da ottenere una colonna di altezza modesta. Se, come sostanza barometrica, avessimo scelto acqua a $4°C$ la colonna liquida sarebbe stata alte $10,33m$.

Osservazione N° 2

Una unità di misura della pressione atmosferica molto usata nella pratica è il millimetro di mercurio ($mm\,Hg$) definito come la pressione esercitata da una colonna di mercurio alta un millimetro , alla temperatura di $0°C$ ed alla latitudine di $45°$, dove risulta $g = 980,665\frac{cm}{s^2}$. Essa è chiamata **torr** (da Torricelli). Come unità di pressione si usa anche l'**atmosfera** uguale a $760\,torr$. In meteorologia si usa anche il **bar** uguale a $760\,torr$ o il **millibar**. $1bar = 760\,torr$ $1torr = 1,3158\,millibar$

Osservazione N° 3

Risulta: $1atm = 101325\,P_a = 101325\frac{N}{m^2} = 760\,mm\,Hg$

$\mathbf{1torr = 1mm\,Hg = \frac{1}{760}atm = 133,322\,P_a}$ Il termine **torr** ricorda il fisico Evangelista Torricelli.

Osservazione N° 4

Qual è l'altezza di una colonna di acqua che dà una pressione pari a quella dell'atmosfera?

$\rho_{Hg} = 13590\frac{kg}{m^3}$ $\rho_{H_2O} = 1000\frac{kg}{m^3}$ $h_{Hg} = 0,76m$ $\rho_{H_2O}\cdot h_{H_2O}\cdot g = \rho_{Hg}\cdot h_{Hg}\cdot g$

$$\mathbf{h_{H_2O} = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{H_2O}}\cdot h_{Hg} = \frac{13590}{1000}\cdot 0,76 = 10,3286m}$$

Osservazione N° 5

La pressione atmosferica diminuisce al crescere dell'**altitudine** in gli strati d'aria diventano via più rarefatti. Una formula che ci dice con buona approssimazione come varia la pressione atmosferica con l'altitudine **h** misurata in metri è la seguente: $\mathbf{p = p_o \cdot e^{-127h}}$ ove p_o è la pressione per $h = 0$ ed **e** è la base dei logaritmi naturali.

Barometri

I barometri sono strumenti che servono per misurare la pressione atmosferica I barometri si dividono in barometri a mercurio e barometri metallici. Nel barometro a mercurio (di Torricelli) la pressione atmosferica viene equilibrata dalla pressione idrostatica di una colonna di mercurio contenuto in una canna di vetro (canna barometrica) lunga 1 metro, chiusa all'estremità superiore ed immersa in una vaschetta che contiene anch'esso mercurio e si trova in comunicazione con l'aria. L'altezza **h** è legata alla pressione atmosferica p_{atm} dalla formula: $\mathbf{p_{atm} = \rho g h}$

Il barometro a mercurio più importante é quello di Fortin. Tutti i moderni barometri a mercurio sono basati sul modello originario di Torricelli, differendo soltanto per alcuni accorgimenti che permettono una lettura più accurata e sicura.

I barometri metallici misurano la pressione atmosferica equilibrandola con una molla elastica.

Manometri

I manometri sono strumenti che ci consentono di misurare la pressione di un fluido.

Barometri

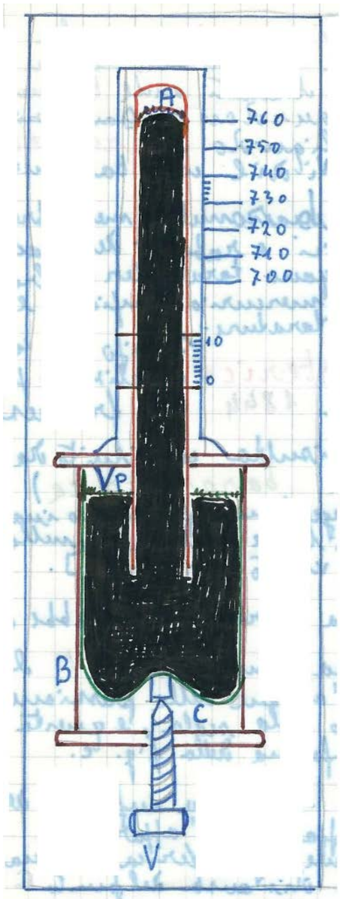
I barometri sono strumenti che servono per misurare la pressione atmosferica, la quale, come sappiamo, dipende dall'altezza dell'aria sopra il punto di misurazione ed è minore sulla vetta di un monte che non al livello del mare. I barometri si dividono in barometri a mercurio e barometri metallici. Nel barometro a mercurio (di Torricelli) la pressione atmosferica viene equilibrata dalla pressione idrostatica di una colonna di mercurio contenuto in una canna di vetro (canna barometrica) lunga 1 metro, chiusa all'estremità superiore ed immersa in una vaschetta che contiene anch'esso mercurio e si trova in comunicazione con l'aria. L'altezza **h** è legata alla pressione atmosferica p_{atm} dalla formula:

$$\mathbf{p_{atm} = p = \gamma h = \rho g h}$$

Tipi più precisi di barometri a mercurio sono quelli di Fortin e di Regnault che recano particolari dispositivi per valutazioni più precise dell'altezza della colonna di mercurio (viti micrometriche) e per letture più accurate (**nonio**).Tutti i moderni barometri a mercurio sono basati sul modello originario di Torricelli, differendo soltanto per alcuni accorgimenti che permettono una lettura più accurata e sicura. Nel semplice barometro di Torricelli ogni variazione di altezza della colonna comporta una leggera variazione del livello di mercurio situato nella vaschetta di base. Pertanto, dato che l'altezza della colonna viene misurata a partire da tale livello, si renderebbe necessaria una scala mobile per eseguire una certa misurazione.

Il barometro di Fortin risolve questo problema ricorrendo ad un recipiente regolabile (**pozzetto**) formato da un cilindro di vetro il cui fondo, costituito da una borsa di pelle di daino, può essere rialzato o abbassato mediante un'apposita vite **V**. La canna barometrica è protetta da un astuccio metallico sul quale è segnata una scala fissa il cui **zero** corrisponde all'estremo di una punta verticale di avorio **P**; a toccare la quale, mediante la vite **V** , si può riportare , ogni volta che occorre , il livello del mercurio della vaschetta. L'astuccio metallico che protegge la canna porta incisa la scala in **mm** sul margine di una delle grosse fenditure longitudinali opposte che lasciano vedere il mercurio nella canna barometrica.

Per fare misure ancora più precise lo strumento è fornito di un **nonio** che dà i ventesimi di millimetro, cioè consente letture con un'approssimazione di $0{,}05mm$. Per fare una lettura della pressione si sposta la vite **V** in maniera che la punta **P** sfiori la superficie del mercurio. Poi mediante un'altra vite, si fa scorrere il nonio lungo la scala, in maniera che il suo orlo inferiore, che corrisponde alla graduazione zero segnata sul nonio , sia tangente al menisco del mercurio. Inoltre uno specchietto opportunamente installato permette di evitare l'**errore di parallasse**. Fatto ciò, si legge l'altezza della colonna di mercurio: i **millimetri** sulla scala fissa, le frazioni di millimetro sul nonio. E' importante che il barometro sia installato con cura in modo che la scala risulti ben verticale.



P punta d'avorio

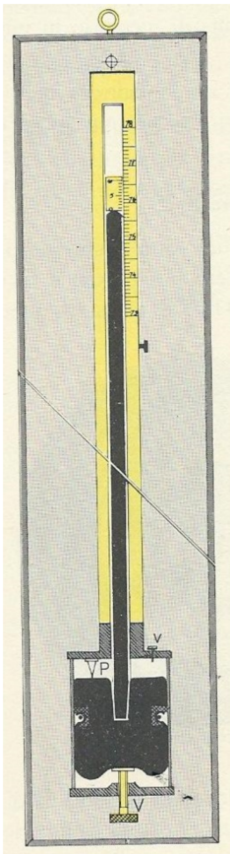
V vite di regolazione

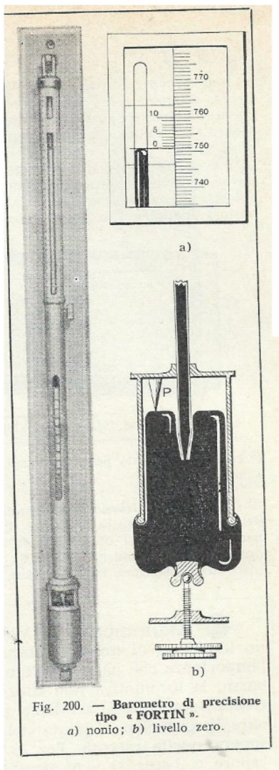
A canna barometrica

B cilindro di vetro

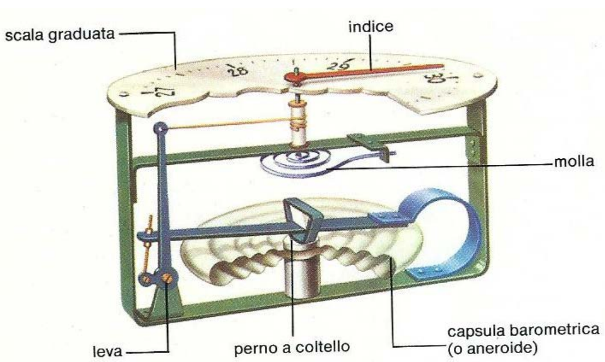
C sacca flessibile di pelle

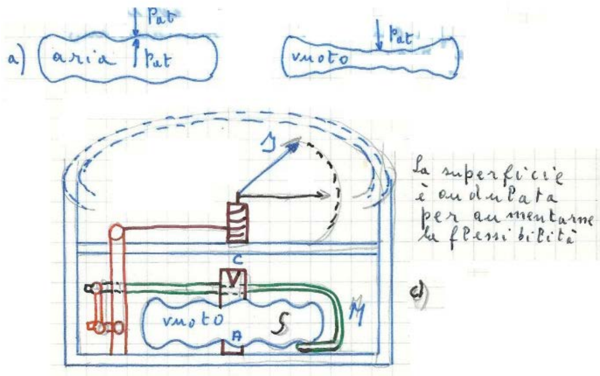
Barometro di Fortin





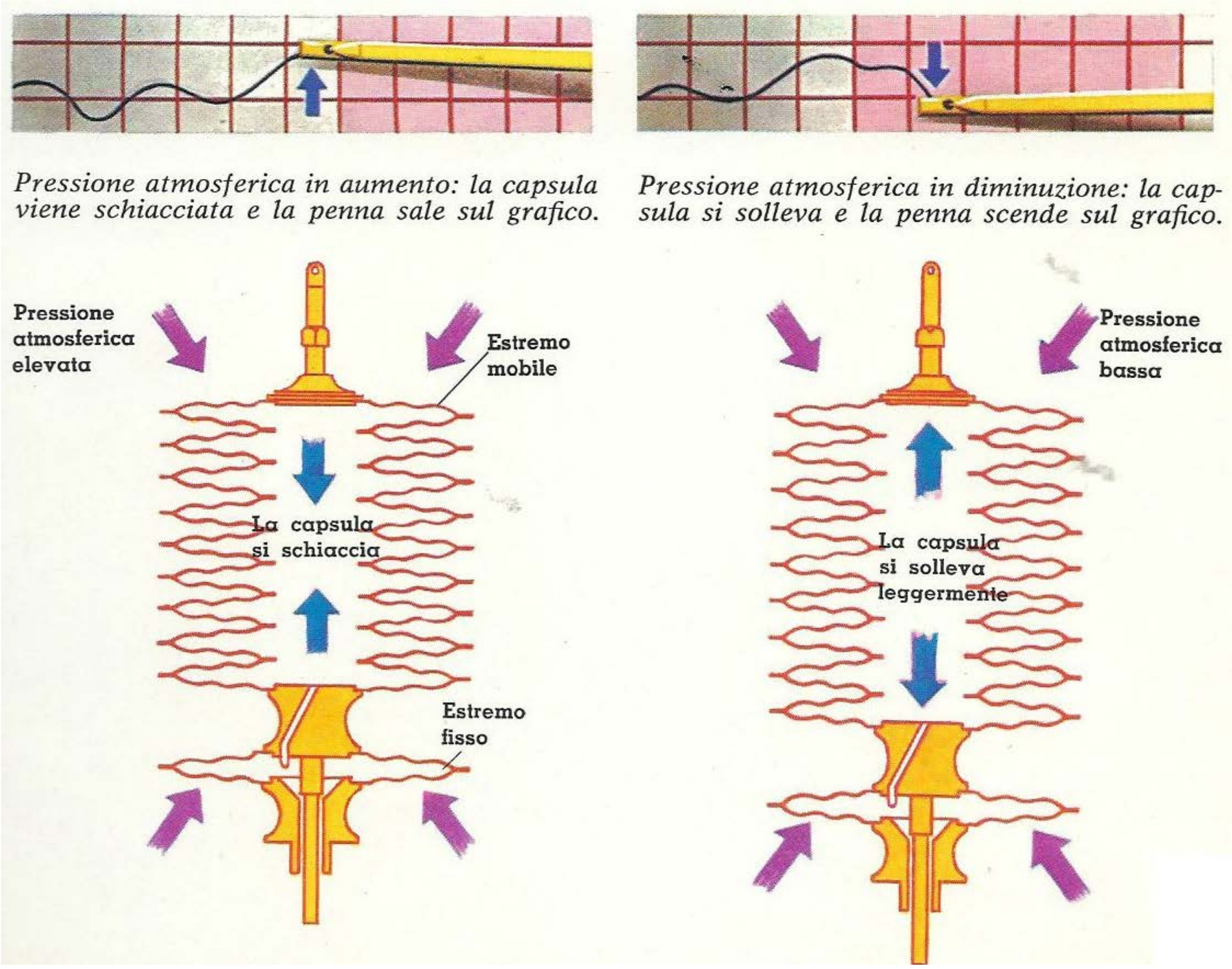
I barometri metallici misurano la pressione atmosferica equilibrandola con una molla elastica. Sono chiamati anche barometri aneroidi o di Bourdon (cioè barometri senza liquido) o barometri olosterici o di Vidie (cioè barometri del tutto solidi). Sono barometri meno precisi ma molto più pratici e robusti dei barometri a mercurio; essi vengono tarati per confronto con un barometro a mercurio campione e richiedono frequenti ritarature. Il tipo più frequentemente utilizzato è il barometro olosterico, realizzato per la prima volta nel **1844** dal francese **Lucien Vidie**. Risulta costituito da una scatola **S** (capsula barometrica) con pareti metalliche (argentana oppure acciaio inossidabile o bronzo fosforoso) sottili e ondulate, nella quale è stato fatto il vuoto. La pressione atmosferica esterna schiaccerebbe la scatola. Una robusta molla **M** di richiamo equilibra l'azione della pressione atmosferica nel centro della scatola e questa assume in sezione la forma della figura.

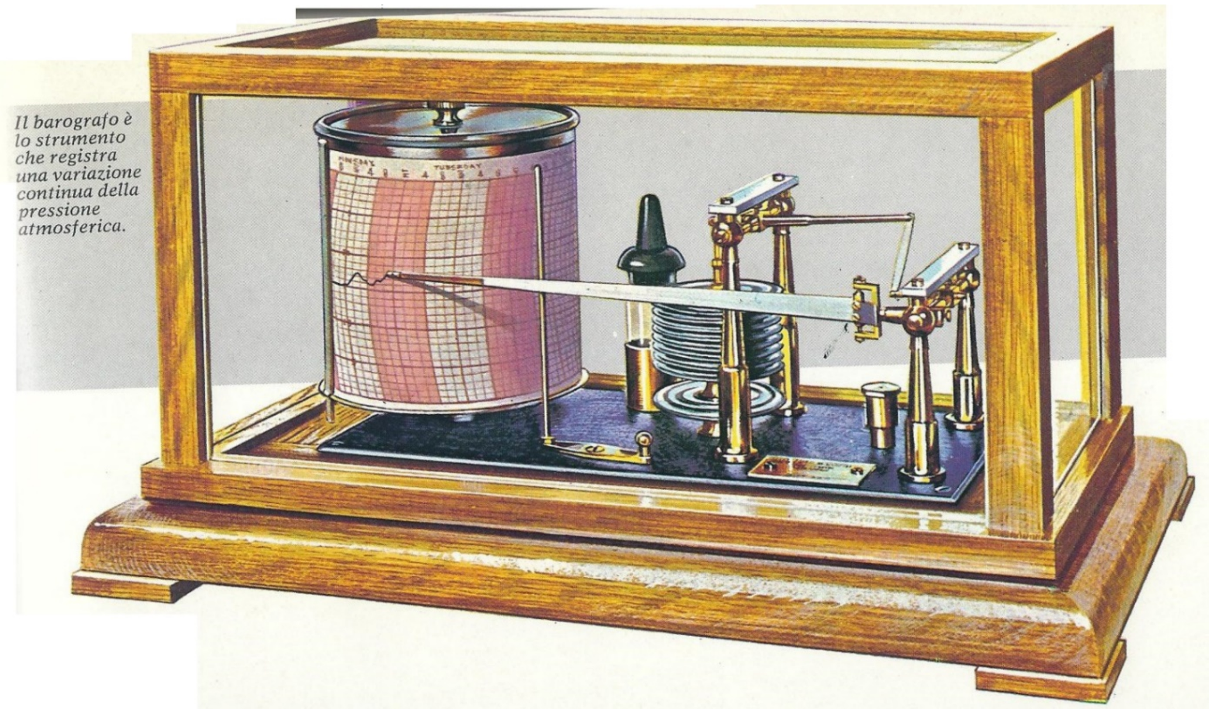




Barografo

Sono barometri registratori che forniscono un diagramma (barogramma) che esprime le variazioni della pressione atmosferica in funzione del tempo. I barografi possono essere sia a mercurio sia metallici: questi ultimi sono i più diffusi e vengono utilizzati per scopi meteorologici ed aereonautici, sebbene abbiano una precisione inferiore ai primi. Un barografo metallico è costituito da un barometro aneroide con l'indice munito di un pennino scrivente che traccia l'andamento della pressione (ossia il barogramma) su una cartina avvolta attorno ad un cilindro ruotante per azione di un meccanismo ad orologeria.





Manometri

I **manometri** sono strumenti che ci consentono di misurare la **pressione di un fluido**. I manometri usati per la misura delle pressioni dei fluidi possono essere di tipi molto diversi, sia per i principi di funzionamento, sia perché la gamma delle pressioni da misurare è molto estesa: da 10^{-10} a più di 10^{4} **atmosfere**. La misura della pressione di un fluido si effettua generalmente in uno dei seguenti modi:

- equilibrandola con quella di una colonna liquida (di solito la colonna di mercurio)
- misurando la deformazione elastica che essa produce su una parete solida
- misurando la forza che essa esercita su un pistone mobile
- misurando una proprietà del corpo della quale si conosca la legge di variazione con la pressione

I manometri possono essere a **liquido** o **metallici**. I manometri a liquido possono essere ad **aria libera** (in questo caso sono strumenti differenziali in quanto misurano la differenza tra la pressione del fluido in esame e la pressione atmosferica) o ad **aria compressa** (manometro assoluto).

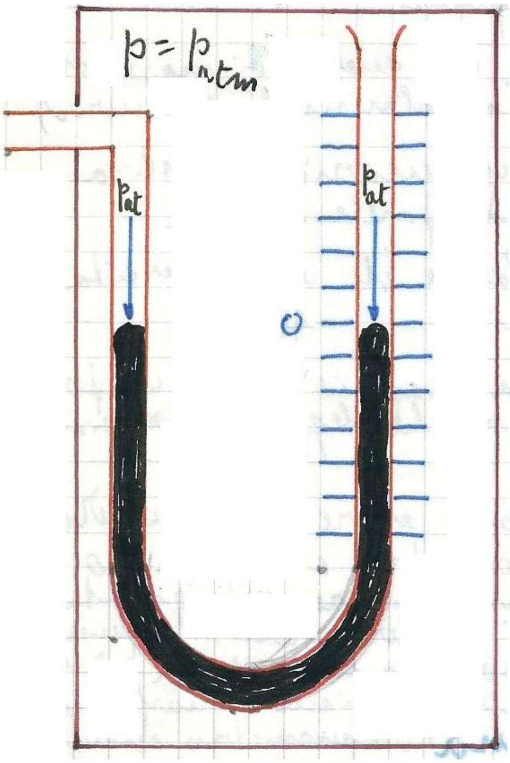
Manometro ad aria libera

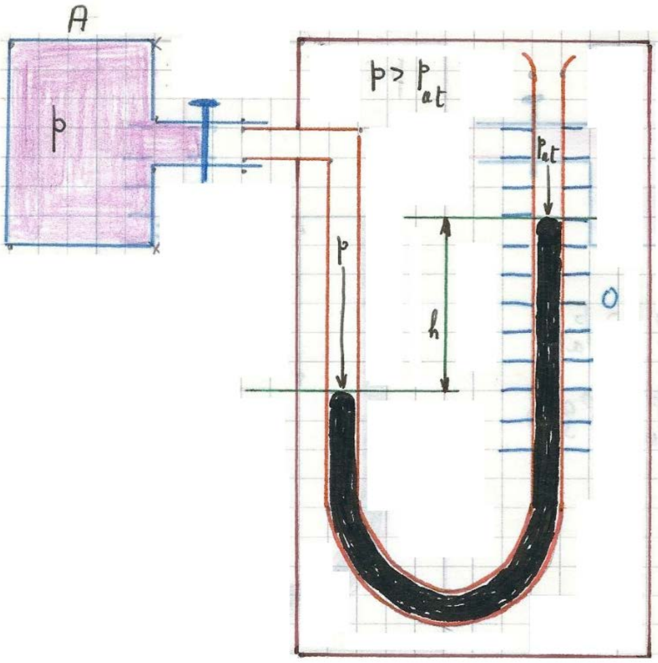
Il manometro ad aria libera è uno strumento differenziale molto preciso, responsabile dell'universale diffusione delle unità di misurazioni comodissime ma non coerenti: il cm_{Hg} ed i suoi multipli e sottomultipli. **Misurano la differenza fra la pressione del fluido in esame e la pressione atmosferica**. Esso risulta costituito da un tubo ad **U** contenente un liquido, ad esempio mercurio. Una estremità del tubo è aperta e l'altra è connessa al sistema di cui volgiamo misurare la pressione.

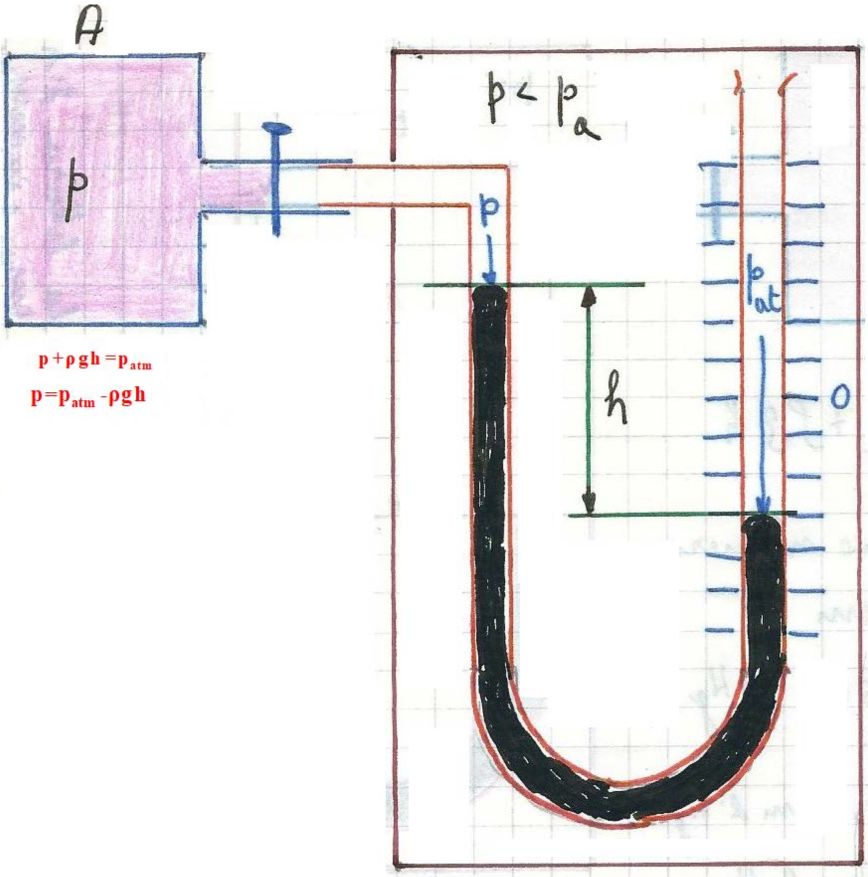
p_{atm} = **pressione atmosferica** (il cui valore ci viene fornito da un barometro)

p = **pressione del fluido** che si trova nel recipiente **A**

$\rho g h = \gamma h =$ pressione idrostatica esercitata da una colonna di mercurio avente altezza **h** $\quad p = p_{atm} + \rho g h \quad p + \rho g h = p_{atm} \quad p = p_{atm} - \rho g h$

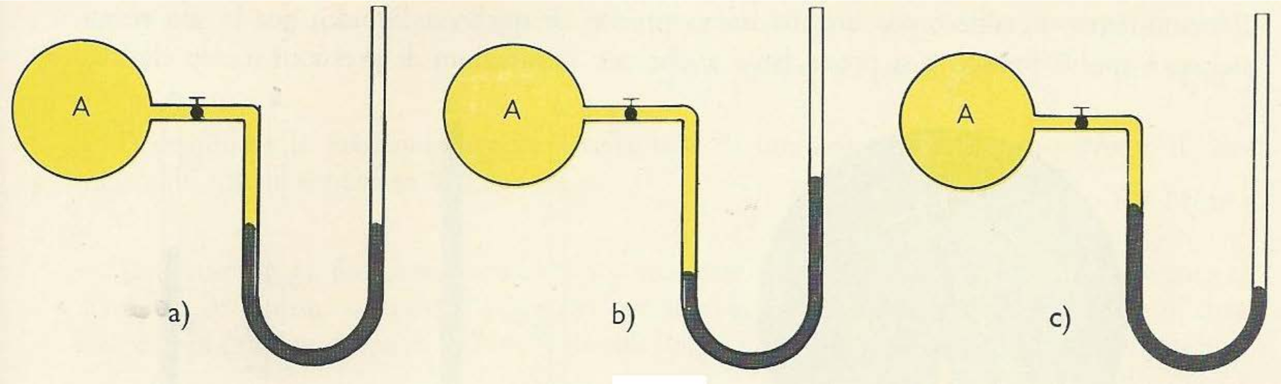






$p + \rho g h = p_{atm}$

$p = p_{atm} - \rho g h$



Osservazione

In effetti il manometro, mediante la lettura di **h** ci fornisce soltanto la differenza, espressa in cm_{Hg} o in mm_{Hg}, tra la pressione del fluido e quella atmosferica.

Esempio numerico

$$h = 39\,cm \;;\; p_{atm} = 75\,cm_{Hg} \quad \left(1atm = 76\,cm_{Hg} \;,\; 1cm_{Hg} = \frac{1}{76}atm\right)$$

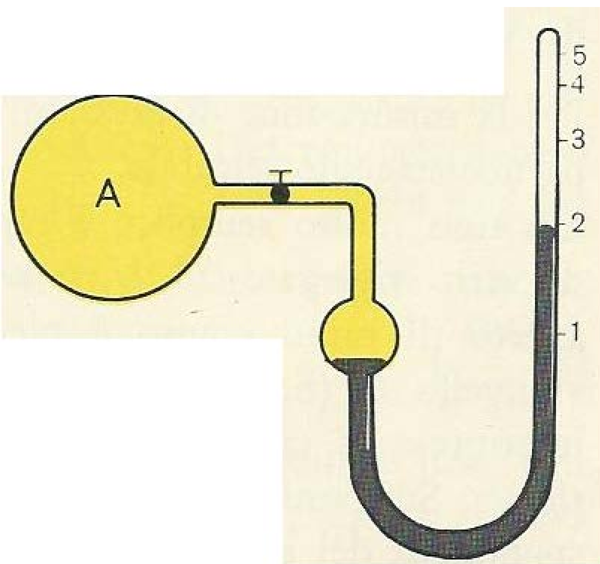
$$p = (75 + 39)\,cm_{Hg} = 114\,cm_{Hg} = \frac{114}{76}atm = 1{,}5atm = 1{,}52\cdot 10^5\frac{N}{m^2}$$

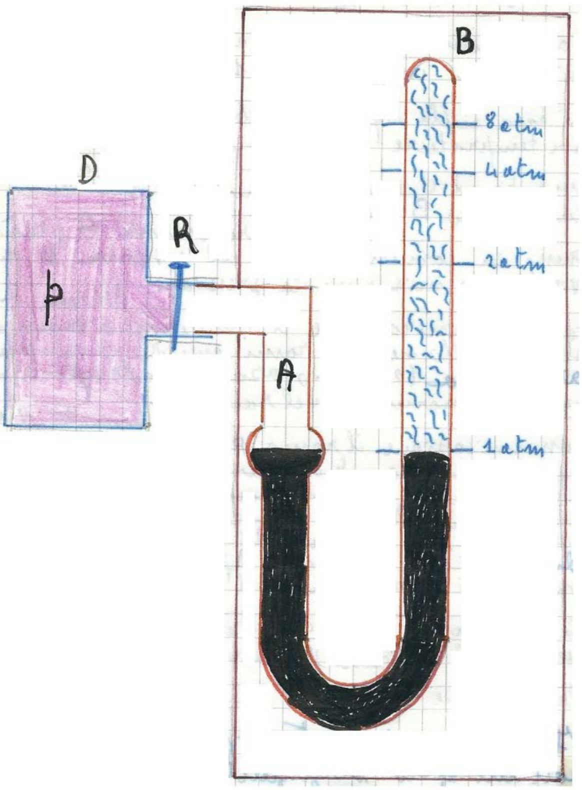
Se il livello del mercurio sale nel ramo posto a contatto del fluido vuole dire che la pressione di quest'ultimo è minore della pressione atmosferica. Infatti la pressione atmosferica p_{atm} (espressa ad esempio in mm_{Hg}) è equilibrata dalla pressione **p** del gas e dalla pressione idrostatica (espressa ad esempio in mm_{Hg}) della colonna di mercurio di altezza **h**. Il campo di misura di tali manometri varia da $0{,}1atm$ a $2atm$. Se $h = 0$ allora la pressione del fluido è uguale a quella atmosferica. Per pressioni che vanno da $2atm$ a quelle di un centinaio di atmosfere si usano i manometri metallici**.**

Manometro ad aria compressa

Sono manometri che si adoperano per la misura di pressioni maggiori di $1atm$. Il loro funzionamento si basa sulla legge di Boyle-Mariotte **$pV = \text{costante}$** legge valida quando la temperatura del gas si mantiene costante. Risultano composti da un tubo ad **U** contenente mercurio ed avente un estremo **B** chiuso.

L'altro estremo **A** può essere messo in comunicazione col sistema **D** di cui vogliamo misurare la pressione. Prima di tale connessione il mercurio si trova allo stesso livello nei due rami avendo imprigionato aria secca (o meglio azoto o idrogeno) alla pressione normale nel ramo **B**. Si mette in comunicazione il ramo **A** col recipiente **D** e si apre il rubinetto. Se il mercurio rimane allo stesso livello nei due rami vuole dire che la pressione del fluido che si trova in **D** è di $1atm$, se invece la pressione del fluido è maggiore **di** $1atm$ sale il livello del mercurio contenuto nel ramo **B** comprimendo l'aria ivi racchiusa**.** Se il volume **V=Sh** (cioè l'altezza **h** in quanto la sezione è costante) diventa $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \cdots$ la pressione del fluido è di $2,3,4,5,\cdots$ atmosfere. Il manometro è tarato per confronto con un altro strumento ed è quindi un manometro assoluto, cioè dà la pressione rispetto al vuoto.

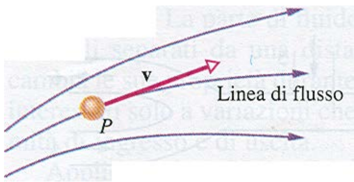




Il moto di un fluido può essere stazionario o non stazionario. Quando la velocità $\vec{v}$ del fluido è, in ogni punto costante nel tempo, il moto del fluido si dice stazionario o di regime. Questo significa che in ogni punto di un fluido in moto stazionario la velocità di ogni particella che via via passa per quel punto è sempre la stessa. Nel moto non stazionario la velocità $\vec{v}$ nei vari punti del fluido è funzione del tempo. Se in ogni punto gli elementi di fluido hanno velocità angolare nulla attorno a quel punto il moto è irrotazionale. Il caso del moto rotazionale comprende i moti vorticosi. In questa unità noi ci occuperemo di moti stazionari, irrotazionali di fluidi incompressibili e non viscosi.

Definizione: Un **fluido ideale** è un fluido incomprimibile e privo di attrito interno. **Incomprimibile** significa che la massa volumica del fluido è costante in ogni suo punto. **Il moto di un fluido ideale è determinato da una differenza di pressione** esistente tra due zone del fluido. Il fluido si muove dai punti dove la pressione è maggiore verso i punti nei quali la pressione è minore. In un liquido in moto, ogni sua molecola possiede una sua velocità vettoriale $\vec{v}$, definita in direzione, modulo e verso. L'insieme di tutte le velocità della massa liquida, in una determinata zona dello spazio, si chiama campo delle velocità.

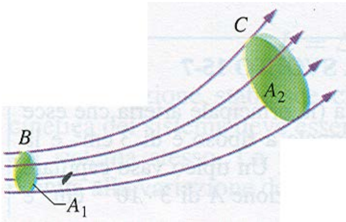
Una particella di fluido P descrive una **linea di flusso** o linea di corrente quando si muove. La velocità della particella è tangente alla linea di flusso in ogni punto.



Se la velocità delle singole particelle del liquido, pur cambiando da punto a punto e nel tempo, rimane costante in ogni singolo punto dello spazio, il moto del liquido si dice **stazionario**.

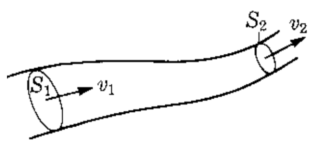
Questo significa che in ogni punto di un fluido in **moto stazionario, la velocità di ogni particella che via via passa per quel punto è sempre la stessa.** Una particella di fluido che si sposta dal punto **P** sino a **N** ed **R**, nel caso di **moto stazionario**, descrive una curva detta linea di flusso o **linea di corrente** o filetto di fluido. Quindi le **linee di flusso** rappresentano realmente i percorsi descritti dalle particelle elementari del liquido. Se idealmente tracciamo nel liquido una linea chiusa e poi consideriamo le linee di flusso che passano per i suoi punti, queste formano quello che si chiama un tubo di flusso.

Un tubo di flusso è definito dalle linee di flusso che lo delimitano. Il flusso del fluido deve essere uguale in tutte le sezioni del tubo di flusso.



Un tubo di flusso si comporta come un vero e proprio condotto nel senso che, in assenza di vortici, il liquido che esso trasporta non si mescola con quello adiacente.

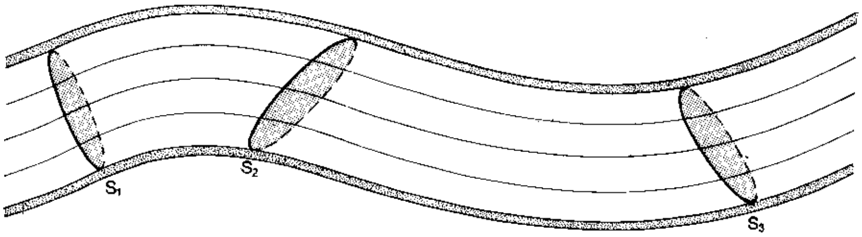
In un moto stazionario le linee di flusso rappresentano le traiettorie idealmente seguite da ogni minuscola porzione del liquido considerato. Le linee di flusso che passano per i punti di un contorno chiuso costituiscono un tubo di flusso, il quale coincide col condotto dove scorre il liquido.



Esaminiamo ora una conseguenza molto importante della ipotesi dell'incompressibilità del fluido considerato. Consideriamo a tale scopo una superficie S chiusa che delimita un certo Volume V all'interno del fluido. Per l'ipotesi dell'incompressibilità, se un certo volume di fluido entra in tale superficie in un certo intervallo di tempo, lo stesso volume dovrà uscirne, non potendosi avere compressioni o rarefazioni del fluido. Se dunque consideriamo un fluido in moto in un condotto e indichiamo con S_1 , S_2 , S_3 , alcune sezioni del condotto , per quanto già detto , in un stesso intervallo di tempo i volumi di fluido che transitano attraverso queste sezioni sono gli stessi , non essendovi passaggio di fluido attraverso le pareti del condotto. [1]

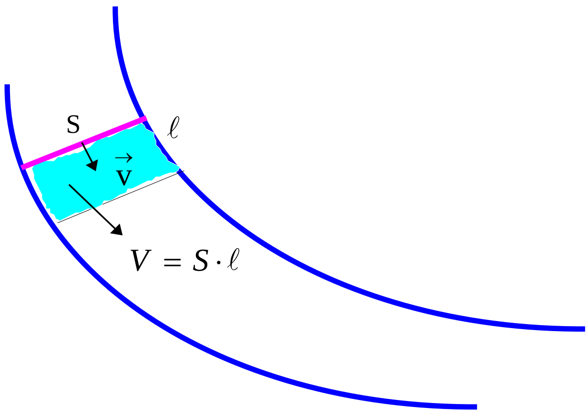
Il volume di fluido che nell'unità di tempo transita attraverso un'arbitraria sezione del condotto non dipende dal condotto.

Se il **moto** del liquido è **stazionario**, la **quantità di liquido** che passa attraverso una qualsiasi sezione del tubo di flusso nell'unità di tempo è **costante** .



Se nel tempo **t** passa un volume **V** di fluido attraverso una sezione normale **S**, allora si definisce portata **attraverso la sezione normale S** il seguente rapporto:

$Q_V = \frac{V}{t}$ = flusso di volume o portata di volume **o flusso volumico**. Nel caso particolare del regime stazionario, poiché le velocità delle sezioni non dipendono dal tempo, la portata è costante nel tempo.



La **portata di un tubo di flusso** rappresenta il rapporto **Q** tra il volume di liquido che passa attraverso una sezione del tubo di flusso nel tempo t ed il tempo t stesso.

[1] Il termine **condotto** ha in fisica un significato più generale di quello che gli viene comunemente attribuito : sono condotti le tubazioni in generale , i canali , i fiumi , i recipienti che contengono fluidi .

Poiché risulta $\mathbf{V = S \cdot \ell}$ abbiamo: $\mathbf{Q = \frac{S\,\ell}{t} = S \cdot v}$

S = superficie della sezione normale **v** = velocità posseduta dalle particelle che passano per la sezione S.

La portata misura numericamente la quantità di fluido che passa, nell'unità di tempo, attraverso una qualsiasi sezione del condotto.

$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot \ell = \rho \cdot S \cdot \mathrm{v} \cdot t$ = **massa di fluido avente velocità v e che nel tempo t passa attraverso la sezione S del condotto** Dalla relazione $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot \ell = \rho \cdot S \cdot \mathrm{v} \cdot t$, dividendo ambo i membri per t, otteniamo:

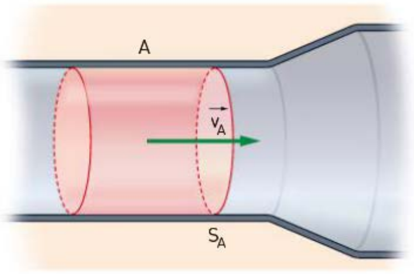
$\mathbf{Q_m = \frac{m}{t} = \rho \cdot S \cdot t}$ che prende il nome di **portata di massa** o **flusso massico** e rappresenta il rapporto tra la massa m che nel tempo t passa attraverso una qualsiasi sezione del condotto ed il tempo t.

Quando si parla semplicemente di **portata** si intende riferirsi alla **portata di volume**.

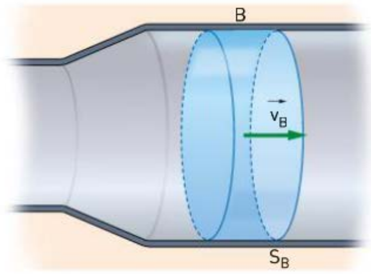
L'equazione di continuità

Consideriamo il moto stazionario di un liquido in un condotto e siano $\mathbf{S_A}$ ed $\mathbf{S_B}$ due sezioni normali di esso. Supponiamo che le velocità siano le stesse in tutti i punti di ciascuna sezione normale alle pareti del condotto, in modo che si possa parlare di **velocità della sezione**. Se indichiamo con $\mathbf{v_A}$ e $\mathbf{v_B}$ le velocità delle sezioni $\mathbf{S_A}$ ed $\mathbf{S_B}$, il volume del fluido che transita nell'unità di tempo attraverso $\mathbf{S_A}$ può esprimersi con $\mathbf{v_A \cdot S_A}$, mentre quello che transita nell'unità di tempo attraverso $\mathbf{S_B}$ è dato da $\mathbf{v_B \cdot A_B}$.

■ In un intervallo di tempo fissato, in una zona *A* del tubo un certo volume di liquido attraversa con velocità v_A una sezione trasversale di area S_A.



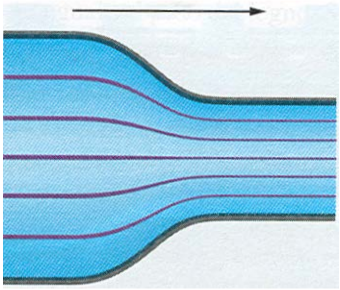
■ Nello stesso intervallo di tempo, in un secondo tratto *B* del tubo un *volume uguale* di liquido attraversa con velocità v_B una sezione trasversale di area S_B.



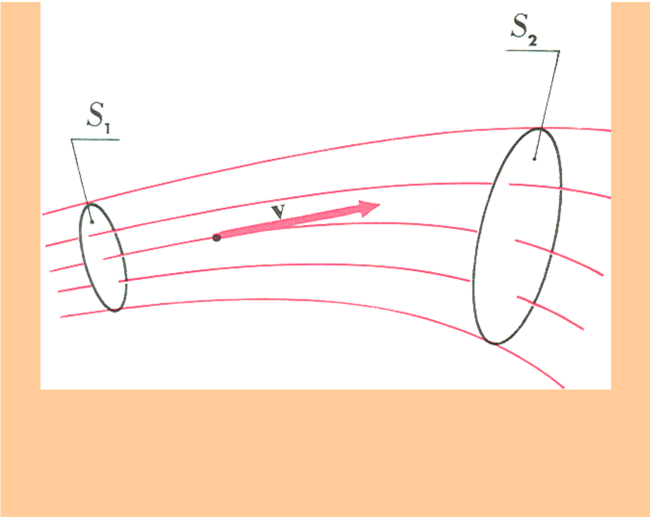
Il fatto che due sezioni trasversali diverse siano attraversate nello stesso tempo da volumi uguali di liquido significa che la portata è la stessa in A e B. Questo ci consente di scrivere: $V_A = V_B \quad \Rightarrow \quad \mathbf{S_A\, v_A = S_B\, v_B}$ Questa legge si chiama equazione di continuità dalla si deduce che risulta: $\frac{\mathbf{v_A}}{\mathbf{v_B}} = \frac{\mathbf{S_B}}{\mathbf{S_A}}$

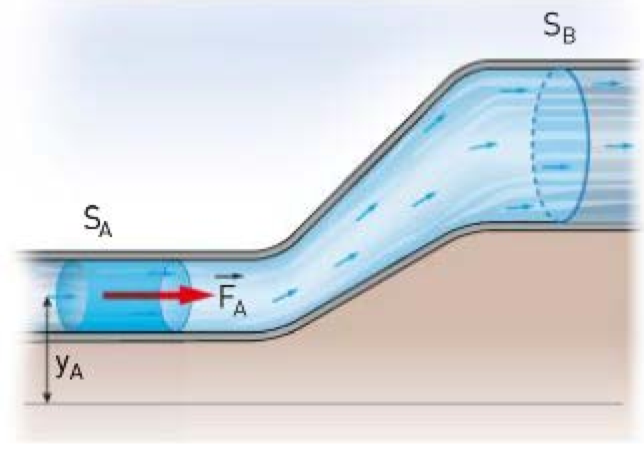
Questa relazione esprime il teorema di Leonardo da Vinci: << **In condizioni stazionarie le velocità del liquido in due punti del condotto sono inversamente proporzionali alle sezioni normali di esso passanti per quei punti.** >>

Quando un condotto, come il tubo della figura, si restringe, le linee di flusso si avvicinano, mettendo in evidenza un aumento di velocità del fluido. La freccia mostra la direzione del flusso.



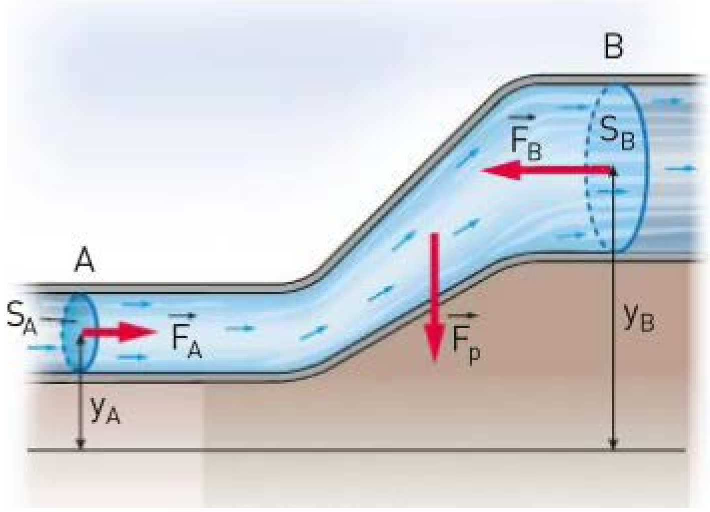
Schematizzazione di un tubo di flusso: sono tracciate alcune **linee di flusso** dette anche **linee di corrente**. Un **condotto** può essere considerato come un **tubo di flusso**. In regime stazionario la portata di un condotto è costante.



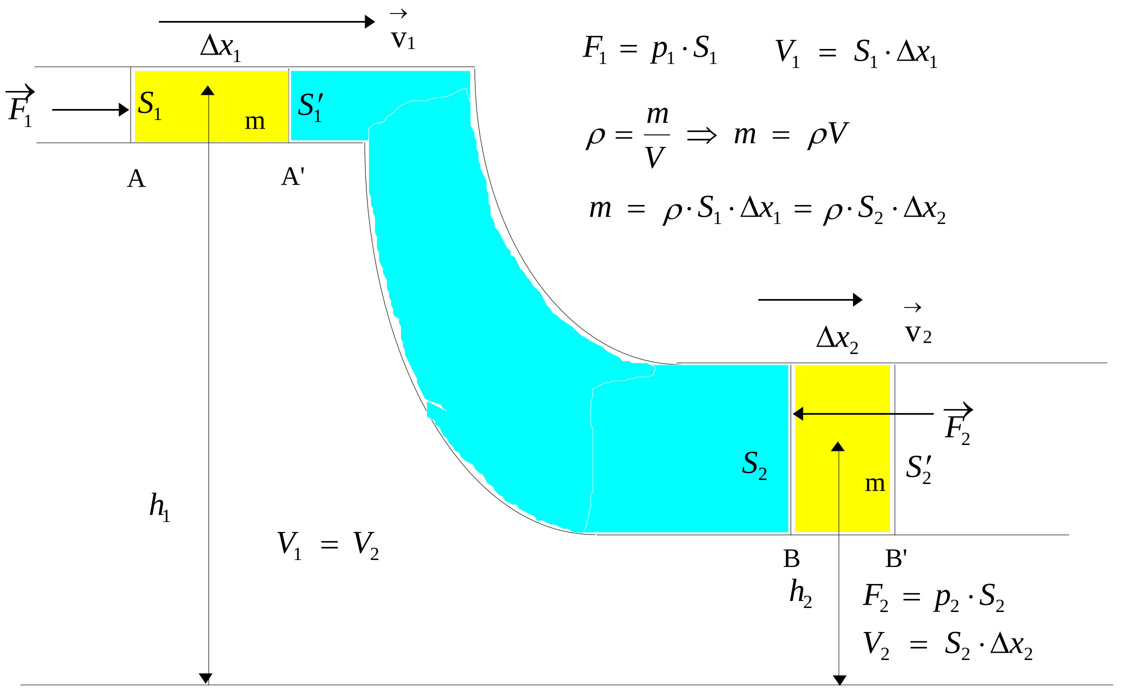
Per un fluido che scorre in una conduttura di sezione e quota non uniformi, la quota, la velocità e la pressione sono grandezze legate tra loro.	

Se il fluido che scorre all'interno del condotto è perfetto ed il suo moto avviene in condizioni di regime stazionario, allora il moto del fluido obbedisce all'equazione di Bernoulli, che assume una delle due seguenti forme:

$$p_A + \rho g h_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g h_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \qquad p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante$$

Le forze che agiscono sul volume preso in esame, che scorre verso destra, sono: ● la spinta $\vec{F}_A$ esercitata verso destra dal fluido che lo precede (lavoro motore) ● la spinta $\vec{F}_B$ esercitata verso sinistra dal fluido che lo segue (lavoro resistente) ● la forza peso $\vec{F}_P$	

L'equazione di Bernoulli è l'equazione più importante della dinamica dei fluidi. Essa descrive il moto attraverso un **condotto** di un **fluido ideale**, cioè di un fluido incomprimibile e privo di attrito interno, come mostrano le seguenti figure.
L'applicazione del principio di conservazione dell'energia al moto dei liquidi perfetti porta alla scoperta di una legge che costituisce il fondamento dell'idrodinamica: il teorema di Bernoulli.



Una porzione di liquido ideale (prima porzione in giallo , seconda porzione in azzurro) si muove in un tubo di flusso da sinistra verso destra passando dalla configurazione AB alla configurazione A ' B '

Supponiamo che il fluido scorra in discesa [2] e che il condotto aumenti la sua sezione al diminuire della sua quota. Supponiamo che il liquido scorra da sinistra verso destra in un lungo condotto in cui sono individuati due tratti orizzontali di diversa sezione, cioè consideriamo un tubo di flusso all'interno di un fluido ideale che si e muove in regime stazionario. All'interno di questo tubo di flusso consideriamo la parte limitata dalle due sezioni S_1 ed S_2, poste rispettivamente ai livelli h_1 e h_2. Supponiamo che S_1 ed S_2 si trovino in due tratti orizzontali del tubo di flusso. Nel seguito considereremo il moto del volume di fluido che si trova tra le due sezioni S_1 ed S_2 .

Il teorema di Bernoulli esprime il principio di conservazione dell'energia applicato ad un fluido ideale in moto stazionario. Il moto di una porzione limitata di fluido è determinato da tre fattori:

1) la forza peso che agisce sulla porzione stessa

[2] Potrebbe scorrere in salita, i risultati sono gli stessi

2) la forza di pressione $\vec{F}_1$ che viene esercitata su di essa da quella parte di fluido che si trova alla sua sinistra

3) la forza di pressione $\vec{F}_2$ esercitata da quella parte di fluido che si trova alla sua destra.

Operando con i fluidi è conveniente non trattare direttamente con le forze ma con le pressioni che vengono esercitate da esse. $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$ e $p_2 = \frac{F_2}{S_2}$

sono pressioni esercitate dal liquido rispettivamente nelle sezioni S_1 ed S_2 .

Ad un certo istante considero il volume di liquido compreso tra le sezioni S_1 ed S_2 . Dopo Δt secondi lo stesso volume di liquido si è spostato occupando il volume compreso tra le sezioni $S_1' = S_1$ ed $S_2' = S_2$. A causa della ipotizzata incomprimibilità del liquido, quanto detto equivale ad affermare che la massa di liquido

$$\mathbf{m} = \rho \mathbf{V}_1 = \rho \mathbf{S}_1 \Delta \mathbf{x}_1 = \rho \mathbf{V}_2 = \rho \mathbf{S}_2 \Delta \mathbf{x}_2$$

è passata dalla quota h_1 dove ha velocità $\vec{v}_1$ ed energia potenziale $U_1 = mgh_1$ alla quota h_2 dove ha velocità $\vec{v}_2$ ed energia potenziale $U_2 = mgh_2$.

In S_1 agisce la forza di pressione $F_1 = p_1 S_1$ la quale è dovuta alla pressione p_1 del liquido che si trova alla sua sinistra e provoca il moto del liquido. In S_2 agisce la forza di pressione $F_2 = p_2 S_2$ che è dovuta alla pressione p_2 del liquido che si trova alla sua destra e crea una resistenza al moto del liquido. Applicando alla massa **m** il teorema della variazione dell'energia cinetica [20 c] possiamo scrivere:

$$\mathbf{L}\left(\vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \vec{\mathbf{P}}\right) = \mathbf{L}\left(\vec{\mathbf{F}}_1\right) + \mathbf{L}\left(\vec{\mathbf{F}}_2\right) + \mathbf{L}\left(\vec{\mathbf{P}}\right) = \mathbf{K}_f - \mathbf{K}_i \qquad \textbf{[D]}$$

Il lavoro compiuto dalla forza di pressione $F_1 = p_1 S_1$ agente in S_1 è:

$$L\left(\vec{F}_1\right) = F_1 \cdot \Delta x_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot \Delta x_1$$

ed è positivo in quanto compiuto sulla massa **m** da una forza $\vec{F}_1$ che ha lo stesso verso del moto. Il lavoro compiuto dalla forza di pressione $F_2 = p_2 S_2$ agente in S_2 è:

[20 c] Il lavoro compiuto da tutte le forze agenti sulla massa m è uguale alla variazione della sua energia cinetica

$L(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot \Delta x_2 = -p_2 \cdot S_2 \cdot \Delta x_2$ ed è negativo in quanto tale lavoro è compiuto da una forza $\vec{F}_2$ che si oppone al movimento della massa di liquido ideale.

Poiché la massa **m** passa dalla quota h_1, dove ha energia potenziale mgh_1, alla quota h_2, dove ha energia potenziale mgh_2, il suo peso compie il seguente lavoro:

$$\mathbf{L(\vec{P}) = U_1 - U_2 = mgh_1 - mgh_2 = mg(h_1 - h_2)}$$

L'equazione [D] diventa: $L(\vec{F}_1) + L(\vec{F}_2) + L(\vec{P}) = K_f - K_i$

$$\mathbf{p_1 \cdot S_1 \cdot \Delta x_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot \Delta x_2 + mgh_1 - mgh_2 = K_2 - K_1} \qquad \textbf{[G]}$$

Ricordando che per un fluido ideale in moto stazionario vale l'equazione di continuità $v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2$ e tenendo presente che

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t}, \qquad v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$$

possiamo scrivere: $S_1 \cdot \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = S_2 \cdot \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$ $\qquad S_1 \cdot \Delta x_1 = S_2 \cdot \Delta x_2 = V_1 = V_2 = \frac{m}{\rho}$ (21)

Sostituendo nell'equazione [G] otteniamo:

$$p_1 \cdot \frac{m}{\rho} - p_2 \cdot \frac{m}{\rho} + mgh_1 - mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad \frac{p_1}{\rho} + gh_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{p_2}{\rho} + gh_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\mathbf{p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2} \qquad \textbf{[M]}$$

Poiché gli indici **1** e **2** si riferiscono a due sezioni qualsiasi del tubo di flusso, possiamo eliminarli e scrivere semplicemente: $\mathbf{p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante}$ **[N]**

Questa è l'equazione di Bernoulli per il moto stazionario di un fluido ideale. Tutti e tre i termini che vi figurano hanno le dimensioni di una energia per unità di volume. Possiamo perciò considerarla come la formulazione del principio di conservazione dell'energia applicato al **moto stazionario** dei **fluidi ideali**. Essa stabilisce che nel moto lungo un tubo di flusso di un fluido ideale la

(21) Questa uguaglianza ci conferma l'intuizione che la quantità di liquido che nel tempo Δt entra nel condotto attraverso la sezione S_1 è uguale alla quantità di liquido che nello stesso tempo esce dal condotto attraverso la sezione S_2

pressione, la **velocità** e l'**altezza** adattano i loro valori in modo da mantenere costante l'energia totale del fluido.

In termini più esplicativi l'equazione [N] può essere così formulata:

In un liquido ideale che scorre con moto stazionario, la somma dell'energia cinetica per unità di volume ($\frac{1}{2}\rho v^2$), dell'energia potenziale per unità di volume ($\rho g h$) e della pressione p ha un valore costante per tutti i punti di un sottile tubo di flusso.

Il termine $\mathbf{p_c = \frac{1}{2}\rho v^2}$, che ha le dimensioni di una **pressione**, è detto pressione di arresto (o pressione cinetica), dipende dalla velocità del liquido e rappresenta la densità di energia cinetica (energia cinetica per unità di volume).

Il termine $\mathbf{p_g = \rho g h}$, che ha le dimensioni di una pressione, è detto **pressione di gravità** (o pressione idrostatica), dipende dall'altezza del liquido e rappresenta la densità di energia potenziale (energia potenziale per unità di volume).

L'equazione di Bernoulli può essere scritta così: $\mathbf{p + p_c + p_g = costante}$

possiamo pertanto affermare che **in ogni punto di un fluido ideale che si muove in regime stazionario, è costante la somma della pressione esterna p, della pressione idrostatica p_g e della pressione di arresto p_c.**

Dividendo ambo i membri della [N] per ρg otteniamo: $\mathbf{\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = costante}$ **[Z]**

che rappresenta un altro modo di esprimere l'equazione di Bernoulli.

$\mathbf{\frac{v^2}{2g}}$ = altezza di arresto o altezza cinetica = altezza da cui il liquido dovrebbe cadere nel vuoto per acquistare la velocità v

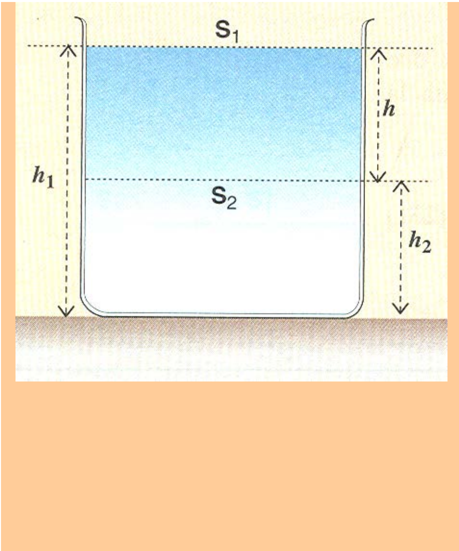
$\frac{p}{\rho g}$ = altezza piezometrica = altezza che dovrebbe avere una colonna del liquido considerato per esercitare la pressione p

h si chiama altezza geodetica o altezza geometrica

In un condotto percorso da un liquido perfetto si mantiene costante in tutti i punti la somma dell'altezza di arresto $\frac{v^2}{2g}$, dell'altezza piezometrica $\frac{p}{\rho g}$ e dell'altezza geometrica h.

La legge di Stevino è un caso particolare dell'equazione di Bernoulli.

Infatti se il condotto è costituito da un recipiente contenente del liquido in equilibrio statico (e quindi anche in quiete, e questo ci consente di scrivere $v_1 = v_2$), considerando la superficie libera come sezione S_1 ed una qualsiasi altra sezione S_2, la [M] assume la seguente forma :

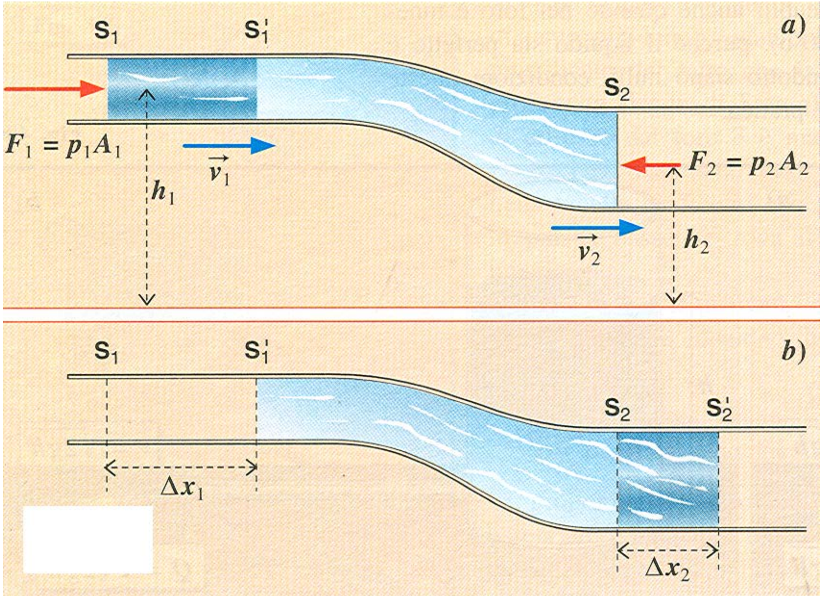


$p_2 + \rho g h_2 = p_1 + \rho g h_1$ ovvero : $p_2 = p_1 + \rho g (h_1 - h_2) = p_1 + \rho g h = p_{atm} + \rho g h$

in quanto la pressione p_1 coincide con la pressione atmosferica p_{atm} . Il termine $\rho g h$ rappresenta la pressione idrostatica che il liquido contenuto nel recipiente esercita sul fondo del recipiente.

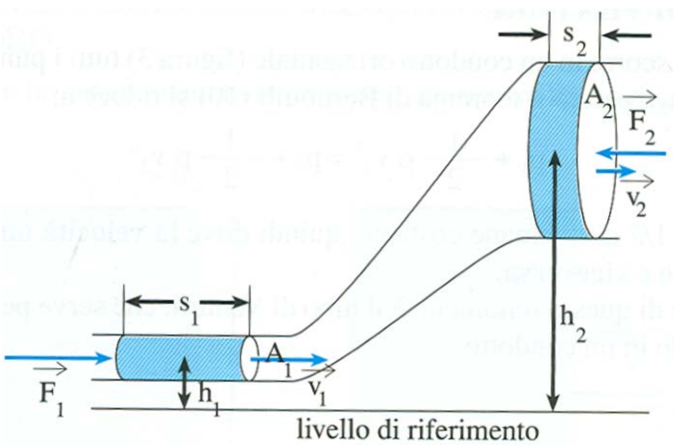
In un condotto a sezione variabile scorre, in regime stazionario, un liquido ideale di massa volumica ρ.

La massa $m = \rho V$ di liquido compresa tra le sezioni S_1 ed S_2 avanza verso destra e, dopo un certo intervallo di tempo Δt, viene a trovarsi tra le sezioni S_1' ed S_2'.



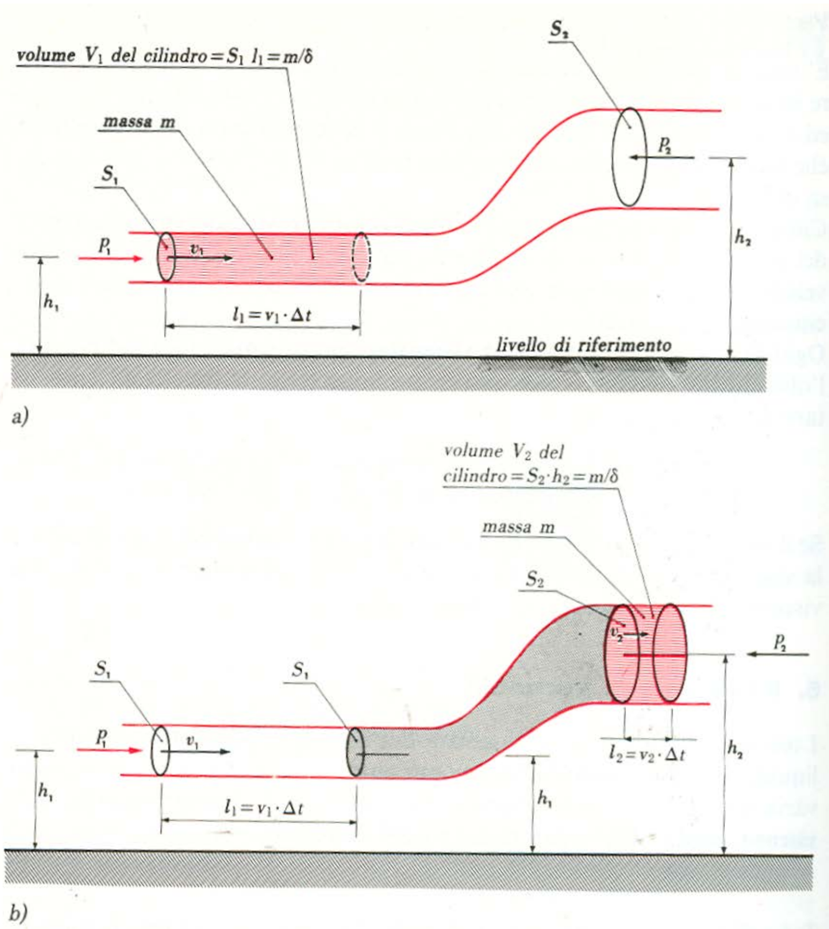
Un condotto è attraversato da un fluido ideale in moto stazionario.

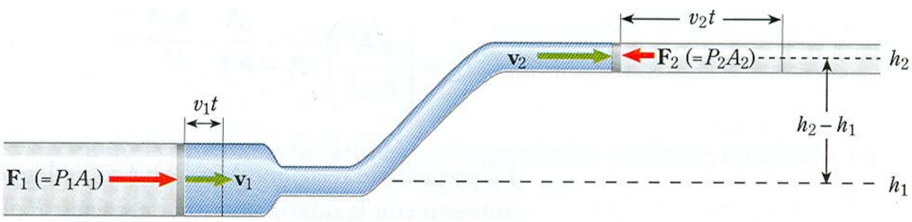
A_1 e A_2 sono due sezioni verticali con i centri posti alle altezze h_1 , h_2 rispetto ad uno stesso piano orizzontale , v_1 e v_2 sono le velocità dei fluido quando passa , rispettivamente , per A_1 e A_2 , $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$ e $p_2 = \frac{F_2}{A_2}$ sono le pressioni corrispondenti



La configurazione di una **zona** di un **tubo di flusso** di un fluido in **moto stazionario** prima [figura a)] e dopo [figura b)] l'intervallo di tempo Δt.

La differenza consiste nel fatto che **una stessa massa** $m = \rho V$ di acqua è passata dalla **quota** h_1 alla **quota** h_2.





- **Il lavoro compiuto dalla forza $\vec{F_1}$ deve essere uguale al lavoro compiuto contro la forza $\vec{F_2}$ più i contributi dovuti alle variazioni di energia potenziale gravitazionale e di energia cinetica del fluido.**
- L'equazione di Bernoulli non è altro che un'espressione del principio di conservazione dell'energia che è valido in ogni situazione fisica e può assumere le forme più diverse.

Effetto Venturi

Come la statica delle particelle materiali è un caso particolare della dinamica delle particelle materiali, anche la statica dei fluidi è un caso particolare della dinamica dei fluidi.

Non deve sorprendere che la legge di variazione della pressione con l'altezza (legge di Stevino) sia contenuta come caso particolare della dinamica dei fluidi. Consideriamo un fluido in quiete $v_1 = v_2 = 0$ $p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2$

$p_2 = p_1 + \rho g (h_1 - h_2)$ $\quad$ $\mathbf{p_2 = p_1 + \rho g h}$ $\quad$ legge di Stevino

Dimostriamo l'effetto Venturi

La pressione di una corrente fluida aumenta col diminuire della velocità.

Tale legge è nota come effetto Venturi o paradosso idrodinamico, in quanto si potrebbe pensare che la pressione debba aumentare in corrispondenza delle strozzature dove la velocità aumenta.

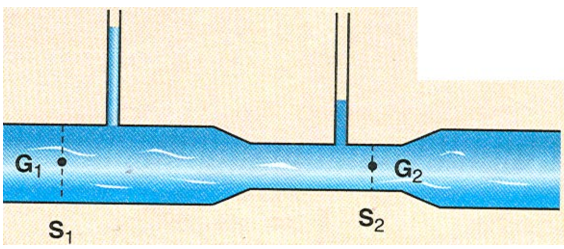
$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$ rappresenta l'equazione di Bernoulli

In un condotto orizzontale dove la quota **h** è sempre la stessa. L'equazione di Bernoulli diventa: $\mathbf{p + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante}$ in quanto è costante il termine $\rho g h$.

Questo ci consente di affermare che la pressione in un tubo di flusso diminuisce in quei punti nei quali la velocità aumenta (**sezione minore**) e viceversa. Infatti se **v** aumenta anche $\frac{1}{2}\rho v^2$ aumenta e quindi la quantità $p + \frac{1}{2}\rho v^2$ rimane costante solo se **p** diminuisce.

Tubo di Venturi

I punti G_1 e G_2 si trovano alla stessa quota rispetto ad uno stesso piano orizzontale di riferimento $(h_1 = h_2)$.



$h_1 = h_2$ e $p_1+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$ ci consentono di scrivere: $p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$ e

quindi $\mathbf{p + \frac{1}{2}\rho\, v^2 = costante}$ come affermato in precedenza.

Teorema di Torricelli

Il teorema di Bernoulli trova una immediata applicazione nel calcolo della **velocità** con cui un liquido fuoriesce da un piccolo foro praticato in un recipiente. Il liquido fluisce attraverso il piccolo foro di sezione S_2 con una velocità $v=v_2$ che vogliamo calcolare supponendo che il livello del liquido nel recipiente sia mantenuto ad un'altezza $h = h_1 - h_2$ rispetto al foro. Confermando l'ipotesi che il liquido sia non viscoso, incomprimibile ed in regime stazionario, possiamo applicare l'equazione di Bernoulli alle sezioni S_1 e S_2: $\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+h_2=\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+h_1$ $\quad \frac{p_{atm}}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}=\frac{p_{atm}}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+h_1-h_2$ **[$]**

dove v_1 è la velocità con cui dovrebbe muoversi la superficie S_1, $p_2 = p_1 = p_{atm}$ in quanto si ritiene trascurabile la pressione idrostatica $\rho g h$.

$$p_2 = p_1 + \rho g h = p_{atm} + \rho g h = p_{atm}$$

Se la sezione S_1 del recipiente è molto maggiore della sezione S_2 del foro, la velocità v_1 con cui il livello superiore del liquido scende è trascurabile, come si deduce applicando l'equazione di continuità dei fluidi ideali.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \qquad v_2 = v = \frac{S_1}{S_2}\cdot v_1 \approx 0 \quad \text{se} \quad S_1 >> S_2$$

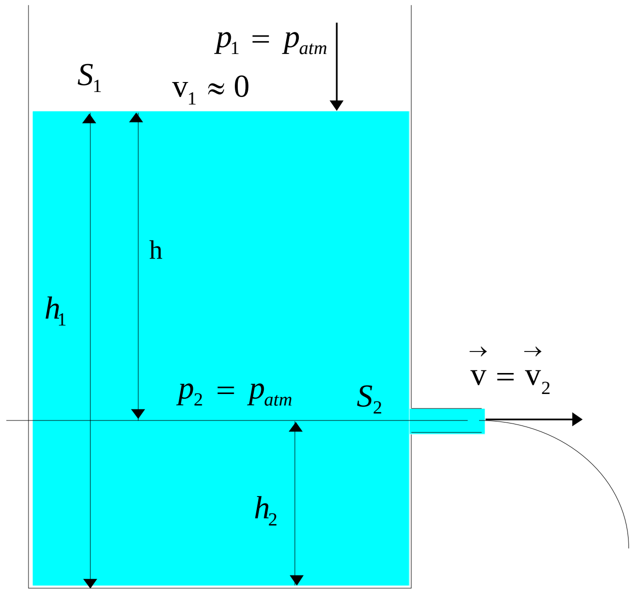
L'equazione [$], sotto queste ipotesi , assume la forma: $\frac{v^2}{2g}=h_1-h_2=h$ $\quad \mathbf{v=\sqrt{2gh}}$

che esprime il teorema di Torricelli, secondo il quale **la velocità di efflusso di un liquido da un piccolo foro è indipendente dalla sua massa volumica ed è la stessa di quella che acquista un grave in caduta libera dopo un percorso uguale alla distanza del foro dalla superficie libera del liquido**.

Legge di Torricelli

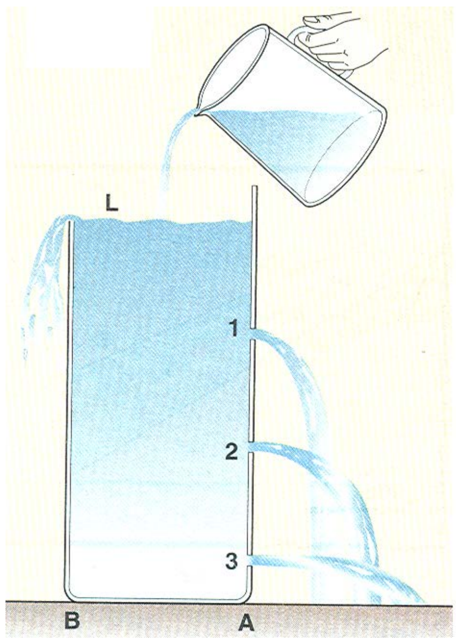
Sotto questo nome va la relazione che lega la velocità di efflusso di un liquido da uno stretto foro praticato in un recipiente pieno di liquido, quando il liquido è soggetto all'azione del proprio peso. Tale relazione deriva, come caso particolare, dall'equazione di Bernoulli.

La velocità di efflusso è uguale a quella che si avrebbe se il liquido cadesse liberamente nel vuoto dall'altezza h. $\rho g h$ trascurabile rispetto a $p_{atm} \Rightarrow p_2 = p_1 = p_{atm}$



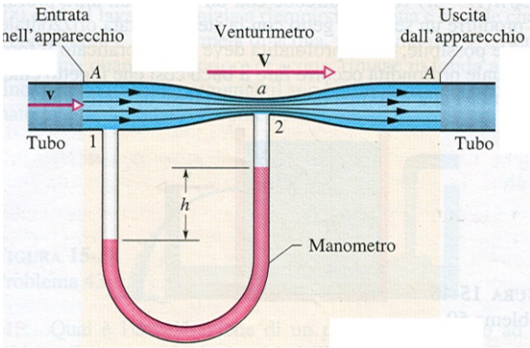
$$v = \sqrt{2gh}$$

Sulla parte A vengono fatti tre fori sottili uguali tra loro, a vari livelli. La parete B è un poco più bassa delle altre, in modo che, versando continuamente acqua nel vaso, il **livello L della superficie libera rimanga immutato**. Si osserva che la gittata del liquido è tanto più lunga, quanto più in basso si trova il foro. Ciò è giustificato dal fatto che la **pressione idrostatica** aumenta con la profondità h del foro (**legge di Stevino**) e quindi, la **velocità di efflusso dal foro 3 è maggiore di quella dal foro 1** .



Il **tubo di Venturi** o **venturimetro** consiste in un **condotto orizzontale a sezione variabile** e viene utilizzato per misure di velocità e di portata, inserendolo nella conduttura in cui scorre un fluido (in particolare un liquido).

Il **tubo di Venturi** è uno strumento per misurare la velocità di un fluido in una conduttura. Lo strumento viene collegato tra le due sezioni di un condotto. Le sezioni A di entrata e di uscita del tubo di Venturi sono collegate al condotto principale sul quale si deve effettuare la misura e queste sezioni debbono essere uguali a quella del condotto in cui la velocità e **v**.



E' costituito da tre segmenti di tubo **A**, **B**, **C** raccordati e disposti con l'asse orizzontale. **A** e **C** hanno sezione $S_A = S_C = S_1$; il tratto B ha sezione $S_B = S_2 < S_1$.

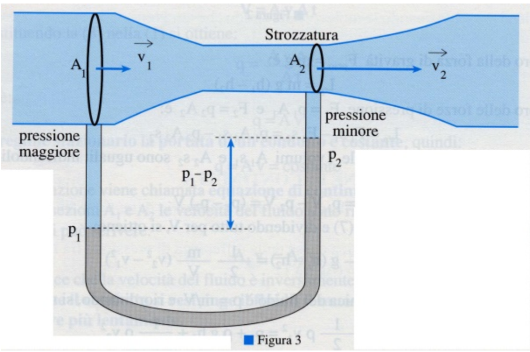
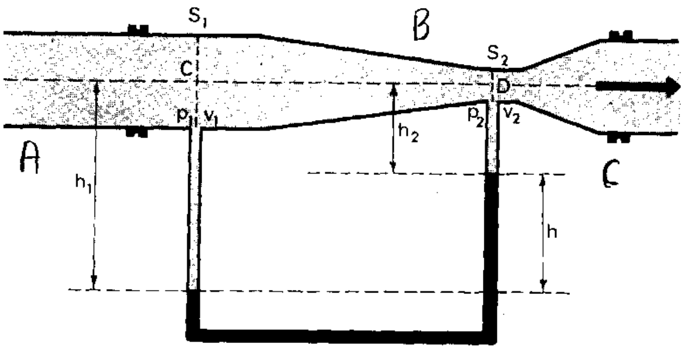


Figura 3



Il venturimetro viene inserito in una condotta orizzontale ed è costituito da un tubo (la cui sezione $S_A = S_1$ è uguale a quella della condotta) che si restringe in $S_B = S_2 < S_1$ per riprendere poi la sezione della condotta $S_C = S_1$

Le due sezioni S_1 ed S_2 si trovano allo stesso livello rispetto ad un qualsiasi piano orizzontale. Un manometro differenziale costituito da un tubo ad U contenente del mercurio è in grado di misurare la differenza di pressione in corrispondenza delle due sezioni S_1 ed S_2.

Applicando l'equazione di Bernoulli possiamo scrivere:

$$p_A + \rho g h_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g h_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \quad \rho g h_A = \rho g h_B \quad v_A = v_1 \quad v_B = v_2 \quad p_A = p_1 \quad p_B = p_2$$

ρ = massa volumica del fluido che scorre nel condotto $\quad p_1 > p_2 \quad v_1 < v_2$

Se il condotto è orizzontale, le quote delle sezioni considerate sono uguali.

$$p_1 + \cancel{\rho g h_A} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \cancel{\rho g h_B} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$\mathbf{p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)} \quad \textbf{[1]}$$

Per la legge di continuità del fluido, dalla quale deduciamo la costanza della portata in volume deduciamo: $Q_V = v_1 S_1 = v_2 S_2$, $\quad v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$

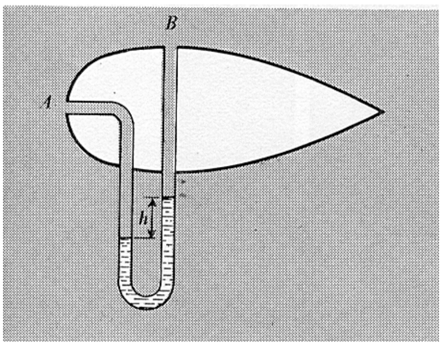
Dalla **[1]** deduciamo: $p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}v_1^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right) = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\frac{S_1^2 - S_2^2}{S_2^2}\right)$

$$2\left(p_1 - p_2\right)\cdot S_2^2 = \rho v_1^2\left(S_1^2 - S_2^2\right) \quad v_1^2 = \frac{2\left(p_1 - p_2\right)\cdot S_2^2}{\rho\left(S_1^2 - S_2^2\right)} \quad \mathbf{v_1 = \sqrt{\frac{2\left(p_1 - p_2\right)\cdot S_2^2}{\rho\left(S_1^2 - S_2^2\right)}} = S_2 \cdot \sqrt{\frac{2\left(p_1 - p_2\right)}{\rho\left(S_1^2 - S_2^2\right)}}}$$

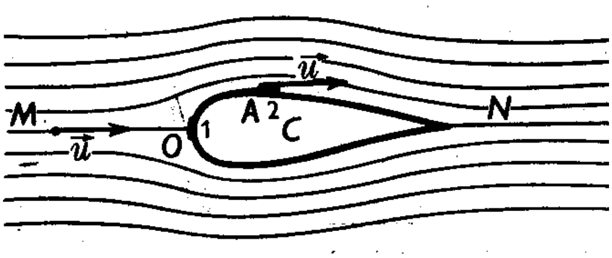
$$\mathbf{Q_V = v_1 S_1 = S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2\left(p_1 - p_2\right)}{\rho\left(S_1^2 - S_2^2\right)}}} \quad = \quad \textbf{portata del condotto}$$

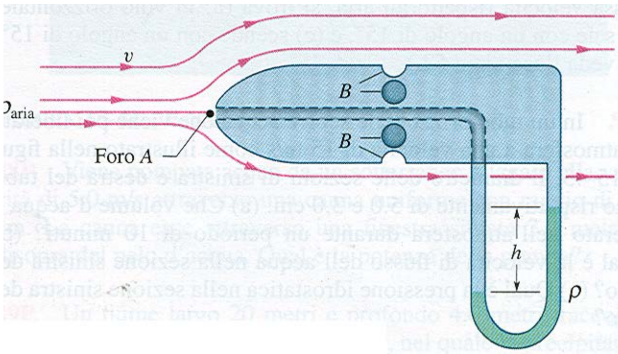
Tubo di Pitot

Quando il fluido in moto non può essere convogliato in un tubo, come nel caso dei fiumi o nel caso di un aereo in volo, la velocità relativa del fluido non può essere misurata con un tubo di Venturi. Si ricorre in questa circostanza al **tubo di Pitot** costituito essenzialmente da un manometro differenziale connesso alle sue imboccature **A** e **B**.



Se un ostacolo viene posto in una corrente fluida le linee di corrente si aprono, ma nel punto di ostacolo il fluido è fermo. Si consideri il tubo di flusso $MOAN$. Il fluido in O ha un punto di arresto dove la sua velocità è praticamente nulla, mentre in A il fluido ha ripreso la sua velocità. Nelle sezioni O ed A la pressione e la velocità del fluido sono le stesse. Pratichiamo due piccoli fori nel tubo di Pitot in O ed in A, per misurare in quelle posizioni le pressioni del fluido: dalla loro differenza si calcola la velocità del fluido relativa al tubo.





Il **tubo di Pitot** viene applicato orizzontalmente sull'ala del velivolo ed ha una forma con fronte arrotondata che è la più adatta a farsi lambire dalle linee di flusso, senza dar luogo a moti vorticosi. Le aperture in A e in B sono collegate ai due bracci di un manometro differenziale. Il punto A viene detto **punto di arresto** o **punto critico** perché ivi l'aria è praticamente in quiete rispetto al velivolo. In A abbiamo i seguenti valori: $\mathrm{v_A} = 0 \quad p_A \quad h_A = h_B$

I valori della velocità e della pressione in B sono i valori presenti nel fluido prima dell'introduzione del tubo di Pitot. $\mathrm{v_A} = 0 \quad \mathrm{v_B} = \mathrm{v}$ = velocità del fluido rispetto al velivolo

Essendo il tubo di Pitot orizzontale, possiamo scrivere:

$$p_A = p_B + \frac{1}{2}\rho_{aria} \cdot \mathrm{v}^2 \quad \Rightarrow \quad p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho_{aria} \cdot \mathrm{v}^2$$

Il manometro differenziale ci dice che risulta: $p_A - p_B = \rho \cdot g \cdot h$

$$\frac{1}{2}\rho_{aria} \cdot \mathrm{v}^2 = \rho \cdot g \cdot h \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}^2 = \frac{2\rho \cdot g \cdot h}{\rho_{aria}} = 2 \cdot \frac{\rho}{\rho_{aria}} \cdot g \cdot h \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v} = \sqrt{2 \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{aria}}} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{h}} = \sqrt{\frac{2(\mathbf{p_A} - \mathbf{p_B})}{\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{aria}}}}$$

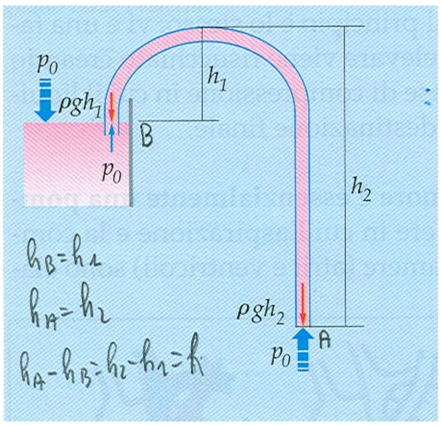
N.B. Il tubo di Pitot è costituito da un tubo con un certo numero di forellini **B**. Esso è collegato ad un braccio di un tubo ad **U**. L'altra estremità del tubo ad **U** è collegata ad un foro **A**. All'estremità **A** la velocità è nulla, all'estremità B, presumibilmente, la velocità dell'aria uguaglia la velocità dell'aereo. **v** è la velocità dell'aria, ρ è la **massa volumica** (densità) del liquido presente nel tubo ad **U** (manometro differenziale).

Il sifone

Il sifone è un tubo a forma di U rovesciato a bracci disuguali: il ramo più corto pesca nel liquido contenuto nel recipiente e quello più lungo ha l'orifizio di efflusso ad un livello inferiore rispetto alla superficie libera del liquido contenuto nel recipiente suddetto. Il sifone serve per travasare liquidi da un recipiente ad un altro. Dopo avere aspirato il liquido nel tubo (dal braccio più corto verso quello più lungo) fino ad innescare il processo. Lo scorrimento del liquido avviene a causa della pressione atmosferica che si esercita sulla superficie libera del liquido.

$p_o = p_{atm}$ = **pressione atmosferica**

La pressione p_B all'imbocco del tubo che realizza il sifone è maggiore di quella p_A in quanto la pressione idrostatica $\rho g h_1$ è minore della pressione idrostatica $\rho g h_2$. E' questa differenza di pressione ($p_B - p_A$) che genera lo scorrimento del liquido attraverso il sifone.



Vogliamo dimostrare che la velocità di efflusso dalla superficie A del sifone si ottiene applicando la seguente formula: $\mathbf{v}=\sqrt{\mathbf{2gh}}$ con $h=h_2-h_1$ = dislivello rispetto alla superficie libera.

Consideriamo come piano di riferimento orizzontale il piano passante per la superficie A contenente il foro di uscita del liquido presente nel sifone. La pressione in A e sulla superficie libera B del liquido coincide con la pressione atmosferica. Inoltre il liquido sulla superficie libera B si trova in condizioni statiche e questo ci consente di affermare che $\mathrm{v_B}=0$. In queste condizioni il sifone si comporta come un condotto al quale possiamo applicare l'equazione di Bernoulli:

$$\mathbf{p_B}+\boldsymbol{\rho}\mathbf{gh_B}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{v_B^2}=\mathbf{p_A}+\boldsymbol{\rho}\mathbf{gh_A}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{v_A^2} \qquad h_A=h_2 \quad h_B=h_1 \quad h_2-h_1=h \quad \mathrm{v_B}=0 \quad \mathrm{v_A}=\mathrm{v}$$

$$p_A=p_B=p_{atm}$$

$$p_{atm}+\rho gh_1+0=p_{atm}+\rho gh_2+\frac{1}{2}\rho \mathrm{v}^2 \qquad \cancel{\rho} gh_1=\cancel{\rho} gh_2+\frac{1}{2}\cancel{\rho}\mathrm{v}^2 \qquad gh_1=gh_2+\frac{1}{2}\mathrm{v}^2$$

$\mathrm{v}^2=2g\left(h_2-h_1\right)=2gh$ $\qquad \mathbf{v}=\sqrt{\mathbf{2gh}}$ Se $h_2=h_1$ il liquido non scorre più verso l'esterno

Osservazione finale

$p_B=p_{atm}-\rho\, g\, h_1$ $\quad p_A=p_{atm}-\rho\, g\, h_2$ Essendo la pressione idrostatica $\rho\, g\, h_2$ maggiore della pressione idrostatica $\rho\, g\, h_1$ dovrà essere $p_B>p_A$. Per questo motivo il liquido scorre attraverso il sifone. Il sifone funziona se la pressione idrostatica $\rho\, g\, h_1$ esercitata dalla colonna liquida di altezza h_1 è inferiore alla pressione atmosferica p_{atm}. Se il liquido da travasare è acqua l'altezza h_1 non può superare la quota di $10,33\,m$.

Il sifone secondo FAZIO

E' un dispositivo di diffusa applicazione pratica, il cui scopo è quello di travasare un liquido da un recipiente a quello sottostante senza dovere spostare il primo recipiente. Il sifone ha la forma di un tubo ad **U** (figura 7.33) un ramo del quale pesca nel recipiente da riempire. Inizialmente nel tubo c'è aria e il liquido che entra nel tratto ℓ è soggetto alla pressione atmosferica da sopra e da sotto e non si muove. Se però aspiriamo all'imboccatura 2 o soffiamo con un cannello **C** nel recipiente più alto, la pressione all’interno del tubo ad **U** non equilibra più quella atmosferica esterna agente all’imboccatura 2 e il liquido viene spinto su per il tratto 1 fino a riempire anche il tratto orizzontale e il ramo di destra, dal qual si scarica nel recipiente sottostante. Ovviamente il travaso potrà verificarsi solo se l’estremo libero del sifone nel recipiente alto si trova ad una quota superiore a quella dell’estremo libero di destra.

Al sifone si può dare anche la forma della figura 7.34, nella quale un tubicino pesca nel liquido da travasare contenuto in un recipiente **A** e penetra con l’altro estremo in una camera **C** a pressione minore. La pressione atmosferica spinge il liquido nel tubicino orizzontale **p** facendolo zampillare nella camera **C**, dalla quale, ricadendo, scende nel recipiente **B** lungo il tubicino **q**. Questo modello di sifone spiega il funzionamento delle fontane intermittenti e del sifone dei water della toilette: se un ramo del sifone è immerso nel liquido di un recipiente **R** che si rifornisce saltuariamente (figura 7.35), mentre l’altro termina all’esterno, quando il liquido riempie **R**, esso sale, anche nel ramo più corto, ma non può defluire dall’altro ramo a causa della pressione dell’aria ivi esistente. Quando però il liquido ha sommerso anche il tratto orizzontale del ramo immerso, alla pressione atmosferica si somma la pressione idrostatica della colonnina liquida che copre il sifone; pertanto il liquido fuoriesce fin quando, interrotto il rifornimento, il liquido non si è abbassato al di sotto del tratto orizzontale.

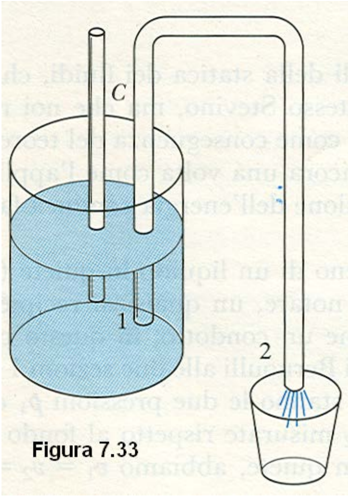


Figura 7.33

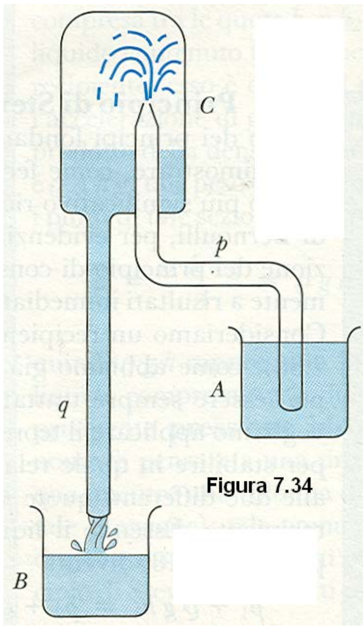


Figura 7.34

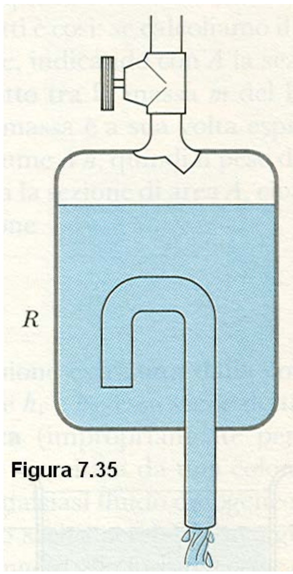
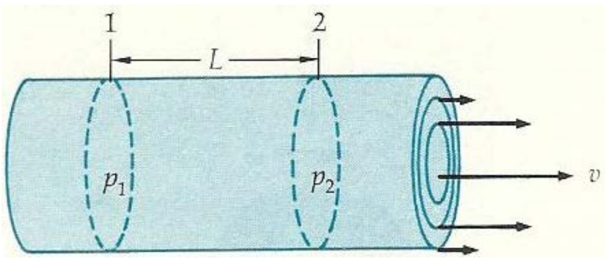


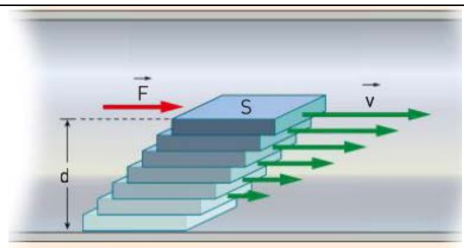
Figura 7.35

Moto laminare

Studiamo il moto dei fluidi reali nella situazione nella quale la velocità del fluido è sufficientemente bassa. In tali condizioni il **moto** è detto **laminare**. Il fluido a contatto con le pareti del condotto, che supponiamo cilindrico di raggio R, è fermo. Avvicinandosi all'asse del condotto la velocità aumenta, per cui abbiamo strati cilindrici coassiali di fluido che scorono l'uno dentro l'altro con velocità diverse (da qui il nome di moto laminare). La velocità è massima sull'asse del condotto.

Se un fluido viscoso scorre lungo un tubo, la velocità è maggiore in ogni punto dell'asse del tubo. Vicino alle pareti il fluido tende a rimanere in quiete.	

Nel regime laminare, che si ottiene per velocità modeste, il fluido si muove come se fosse formato da sottili lamine fluide che scorrono una sull'altra.

Lamina di fluido che si muove con velocità $\vec{v}$ a distanza d dalla parte del condotto.	

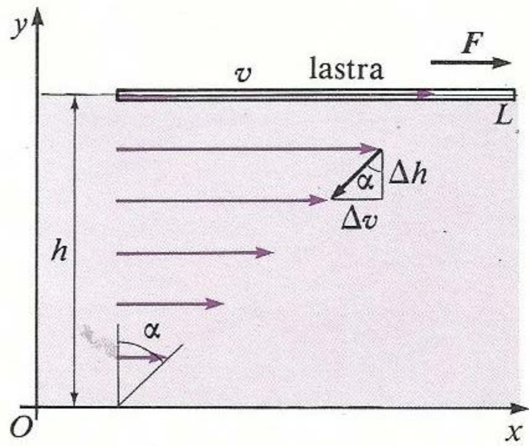
Consideriamo un liquido reale incompressibile che scorre in condizioni di regime in un tubo cilindrico orizzontale. Se il liquido fosse ideale, la pressione dovrebbe essere la stessa in tutte le sezioni. Invece non è così: la pressione dominuisce nel verso del moto. Tra die sezioni S_1 ed S_2 a distaza L vi è sempre una differenza di pressione $p_1 - p_2$ detta **perdita di carico** tra le due sezioni.

In un recièiente contenente un liquido fino al livello h, una lastra di materiale galleggiante viene messa in moto tirata da una forza $\vec{F}$ parallela alla superficie.

Nel moto la lastra trascina con sé uno strato d'acqua, a causa delle forze di adesione tra il liquido e il materiale.

Un primo strato si muove assieme alla lastra e con la sua stessa velocità. Essendo la viscosità diversa da zero, lo strato d'acqua successivo tende ad opporsi al moto del precedente e finisce per essere trascinato anch'esso con una velocità minore, trasmettendo il moto a tutti gli strati successivi. Ne consegue che ogni strato è trascinato dal superiore e ostacolato a muoversi da quello inferiore. La velocità di ogni strato dominuisce fino ad annullarsi per lo strato che aderisce alla parete del recipiente.

La forza tangenziale che bisogna applicare per fare muovere, a velocità v costante, uno strato di fluido di area S a distanza d da una superficie ferma (come aviene in un condotto) ha intensità: $F = \eta \frac{S v}{h}$ dove η è il coefficiente di viscosità misurato in $P_a \cdot s$



La lamina di fluido a contatto con la parete del condotto risente di una forza di attrito che la rallenta molto. Questo rallentamento si trasmette per attrito a tutto iol fluido, strato per strato, ma diventa sempre meno evidente all'aumentare della distanza d alla parete fissa.

Fluidi reali e legge di Poiseuille

Nel modello di fluido fin qui trattato abbiamo trascurato completamente la **viscosità**. La viscosità di un fluido è la grandezza fisica che descrive il suo attrito interno. Infatti nei fluidi si manifestano delle forze di attrito che ostacolano lo scorrimento di uno strato sull'altro. Per mantenere il moto con velocità costante, in un condotto orizzontale, di un fluido perfetto non è necessaria alcuna forza né, quindi, alcuna differenza di pressione agli estremi del condotto. Se, nella legge di Bernoulli poniamo

$h_A = h_B$, $v_A = v_B$ otteniamo: $p_A = p_B$.

E' questa una conseguenza delle leggi della dinamica e della ipotesi di assenza di viscosità nel fluido. Si tratta di una schematizzazione analoga a quella introdotta nel moto di un corpo in assenza di attrito. Con un fluido reale, a causa degli attriti interni, si ha sempre una graduale diminuzione nel verso del moto della pressione, denominata perdita di carico. Una prima conseguenza dell'esistenza della perdita di carico e che per mantenere un liquido in moto in un condotto è necessaria una differenza di pressione tra le due estremità del condotto. Nel 1884 Poiseuille fece le prime determinazioni accurate del moto stazionario di un liquido in un tubo, e ricavò la legge che regola la portata in volume. Egli trovò che è ragionevole affermare che la portata di volume Q_V dipende: 1) dal **coefficiente di viscosità** η del liquido 2) dal **raggio** r del condotto 3) dalla **differenza di pressione** esistente tra le estremità del condotto 4) dalla **lunghezza** ℓ del condotto. Se il condotto è un cilindro orizzontale di raggio r e lunghezza ℓ ed il moto del liquido è piuttosto lento, la legge di Poiseuille è espressa dalla seguente formula:

$$\boxed{Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell}}$$

Dove η rappresenta il coefficiente di viscosità del liquido.

<<**In regime di moto stazionario in un condotto sottile, la portata in volume di un liquido è inversamente proporzionale alla lunghezza ℓ del condotto ed al coefficiente di viscosità η del liquido ed è direttamente proporzionale alla quarta potenza del raggio r del condotto ed alla differenza di pressione esistente agli estremi del condotto. >>**

Nel tempo t, il volume del liquido che fluisce ci viene fornito dalla seguente formula:

$$\boxed{V = Q_V \cdot t = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell} \cdot t}$$

mentre la massa del volume di liquido fuoruscito ci viene fornita dalla formula:

$$\boxed{m = \rho V = \rho \cdot Q_V \cdot t = \rho \cdot \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta \ell} \cdot t}$$

Moto stazionario

E' il moto di un fluido le cui proprietà non mutano col trascorrere del tempo, nel senso che le particelle del fluido quando passano per un determinato punto P hanno sempre la stessa velocità vettoriale, anche se variabile da punto a punto. Quindi il moto di un fluido avviene in regime di flusso stazionario quando tutte le particelle del fluido che passano per una stessa posizione P seguono la stessa traiettoria (**linea di corrente**) con la stessa velocità vettoriale.

Definizione generale di moto stazionario di un fluido

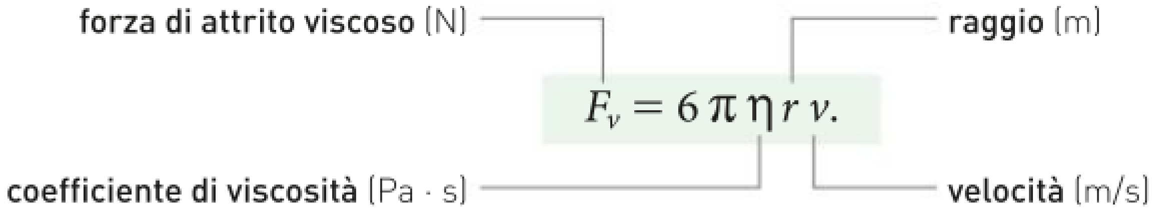
In ogni punto di un liquido in movimento in un condotto e ad ogni istante t possiamo associare la velocità vettoriale $\vec{v}(x,y,z,t)$ che dipende dalla posizione P occupata dalla particella e dal tempo t. Questo significa che abbiamo definito il campo vettoriale $\vec{v}(x,y,z,t)$. Si dice che il moto del liquido è stazionario se tale campo vettoriale delle velocità non varia nel tempo. Ciò significa che misure di velocità, eseguite in tempi diversi nello stesso punto danno sempre lo stesso risultato. Questo non implica che una determinata particella di liquido, nel suo moto debba avere sempre la stessa velocità. In generale la sua velocità varierà da punto a punto della sua traiettoria. In un moto stazionario accade soltanto che tutte le diverse particelle di liquido, che successivamente passano per lo stesso punto P hanno sempre la stessa velocità vettoriale in P.

Caduta di un corpo sferico in un mezzo viscoso: formula di Stokes

Un corpo di forma sferica e raggio r che si muove lentamente in un liquido di viscosità η e velocità $\vec{v}$ è soggetto ad una forza $\vec{F}_v$, detta resistenza del mezzo, che ha:

1) la direzione della velocità $\vec{v}$ 2) verso opposto a $\vec{v}$ 3) modulo dato da

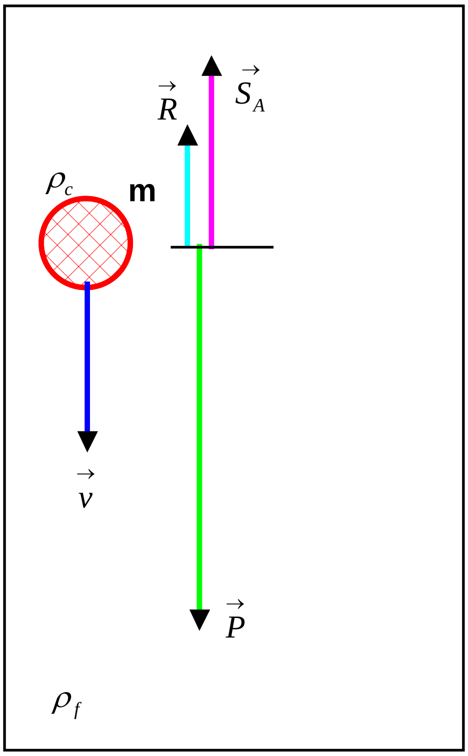
$\mathbf{F_v = 6\pi\eta r v}$ Tale relazione è nota come legge di Stokes.



In questo caso semplice $\mathbf{F_v}$ è il modulo della forza di attrito viscoso che agisce sulla sfera di raggio **r** che si muove con velocità $\vec{\mathbf{v}}$ in un fluido che ha un coefficiente di viscosità $\boldsymbol{\eta}$.

Vogliamo studiare il moto di un corpo sferico di raggio **r**, densità ρ_c e massa m che cade verticalmente in un fluido di viscosità $\boldsymbol{\eta}$ e densità ρ_f. La sfera di massa m, raggio **r** e densità δ_c immersa in un fluido di viscosità η è soggetta all'azione di tre forze:

1) il suo peso $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ diretto verso il basso 2) la spinta di Archimede $\vec{S}_A$ diretta verso l'alto 3) la resistenza del mezzo $\vec{R}$ diretta verso l'alto.



La legge fondamentale della dinamica ci consente di scrivere la seguente relazione vettoriale: $\boxed{\vec{F} = \vec{P} + \vec{S}_A + \vec{R}}$ dove $\vec{F}$ è il risultante di tutte le forze che agiscono sulla sfera. Passando dalla relazione vettoriale a quella scalare possiamo scrivere:

$$\mathbf{F = P_c - S_A - R}$$

Il peso della sfera e la spinta di Archimede hanno moduli costanti, mentre il modulo R della resistenza del mezzo cresce con la velocità v della sfera. Inizialmente il moto della sfera è naturalmente accelerato. Tuttavia dopo un tempo relativamente breve, quando risulta $P = R + S_A$, sulla sfera non agisce alcuna forza e la sfera prosegue il suo cammino muovendosi di moto rettilineo uniforme.

Si dice anche che la sfera ha raggiunto la sua velocità di regime. Un qualsiasi corpo che cade nell'atmosfera accelera fino a raggiungere la sua velocità di regime, cioè la sua velocità limite, che rimane costante fino alla fine del moto. Calcoliamo il valore di questa velocità di regime.

Ricordando che il volume di una sfera vale $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ e che risulta $F = 0$ quando la sfera raggiunge la velocità di regime possiamo scrivere:

$R = P_c - S_A$, $6\pi\eta r v = V_c \rho_c g - V_c \rho_f g$ $6\pi\eta r v = V_c g(\rho_c - \rho_f)$ $6\pi\eta r v = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_c - \rho_f)$

$3\pi\eta r v = \frac{2}{3}\pi r^3 g(\rho_c - \rho_f)$ $v = \frac{2r^2}{9\eta} \cdot g(\rho_c - \rho_f)$

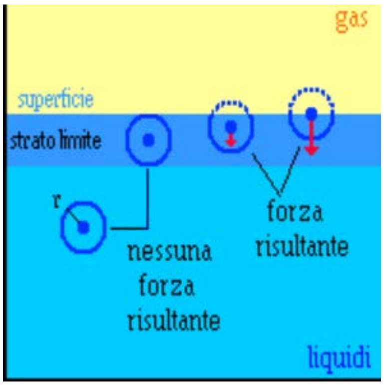
Azioni molecolari nei liquidi

Finora, ogni volta che abbiamo dovuto considerare la costituzione di un corpo, ci siamo limitati a dire che esso è un aggregato di particelle, senza specificare se tali particelle sono atomi, ioni o molecole; per quanto riguarda i liquidi precisiamo che essi sono costituiti sempre da aggregati di molecole. Ogni molecola esercita nell'ambito di uno spazio molto limitato, detta sfera d'azione molecolare, delle forze d'attrazione sulle molecole vicine, e subisce a sua volta l'azione di quest'ultime. Tali forze sono dette forze di coesione o semplicemente coesione. Prendono invece il nome di forze d'adesione le forze che si esercitano tra particelle di sostanze diverse. E' per adesione che una goccia d'acqua resta appesa alla superficie inferiore di una lastra di vetro. I fenomeni che descriveremo in questo capitolo sono dovuti alle forze intermolecolari di un liquido ed alle forze che si esercitano tra le molecole del liquido e le particelle costituenti le pareti dei vasi, cioè alla coesione ed alla adesione.

Prendiamo come esempio una lametta da barba e, tenendola in posizione orizzontale, poggiamola sopra la superficie libera di un liquido. Si osserva che la lametta, pur avendo una massa volumica (densità) maggiore di quella dell'acqua, vi galleggia contrariamente a quanto previsto dalla legge di Archimede. L'esempio esaminato e altro analoghi ci inducono ad immaginare che sulla superficie libera di un liquido è come se fosse stesa una membrana elastica ideale: è in tal senso che si parla di tensione superficiale dei liquidi.

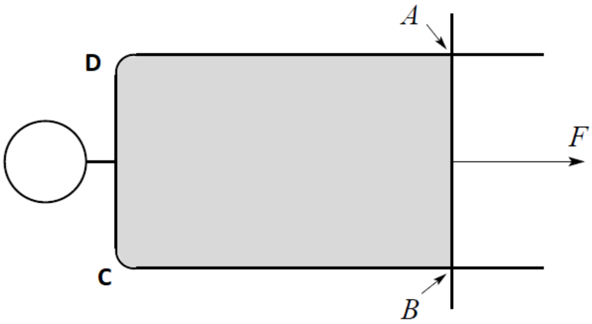
Tensione superficiale

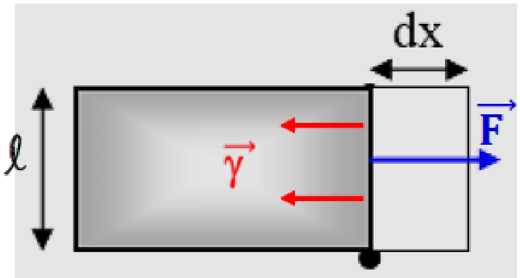
La tensione superficiale è una proprietà caratteristica dei liquidi che si manifesta lungo le superfici di separazione: il liquido si comporta come se fosse racchiuso da una membrana elastica, che gli permette di variare la sua forma mantenendo minima la superficie esterna di separazione rispetto al mezzo in cui si trova (che può essere l'aria, un aeriforme o un altro liquido di densità diversa).

Una molecola che si trova al centro di un volume di liquido è attratta dalle altre molecole in uguale misura in tutte le direzioni. Le molecole superficiali invece sono sbilanciate perché sopra di esse non vi sono molecole di liquido. Per questo motivo la superficie esterna di qualsiasi liquido ha la tendenza a contrarsi verso l'interno, ovvero verso il resto della massa liquida.	

Una molecola interna alla massa liquida e lontana dalle pareti è sollecitata da forze attrattive da parte di tutte le molecole che si trovano entro la sfera di azione molecolare. Tali forze, annullando mutuamente il loro effetto, rendono la molecola completamente libera in quanto soggetta ad un sistema di forze a risultante nullo. Questo non si verifica per le molecole che si trovano sulla superficie libera del liquido o in prossimità di essa in quanto l'attrazione delle molecole dell'aria circostante è minore di quella esercitata dalle molecole del liquido. La pressione superficiale che si genera fa assumere alla superficie libera la forma sferica, cioè quella per cui la superficie diventa minima. Infatti, tra tutti i solidi che hanno lo stesso volume, la sfera è quella che ha la superficie totale minima. Concludendo possiamo affermare che lo strato superficiale del liquido, avente come spessore il diametro molecolare, è fortemente compresso e si comporta come una lamina elastica tesa.

Una lamina di acqua saponata è come una lamina elastica che tende ad occupare la superficie più piccola possibile. Si consideri un telaio metallico a forma di $\mathbf{U}$ con una sbarretta $\mathbf{AB}$ poggiata sopra. Se immergiamo il telaio in acqua saponata, facendo aderire una lamina liquida sul contorno del telaio mantenuto lungo un piano orizzontale, si osserva che la sbarretta $\mathbf{AB}$ è attratta verso la base $\mathbf{CD}$ del telaio $\mathbf{U}$: per impedire questo movimento è necessario applicare alla sbarretta $\mathbf{AB}$ una forza $\vec{\mathbf{F}}$ diretta verso l'esterno e perpendicolare ad $\mathbf{AB}$.



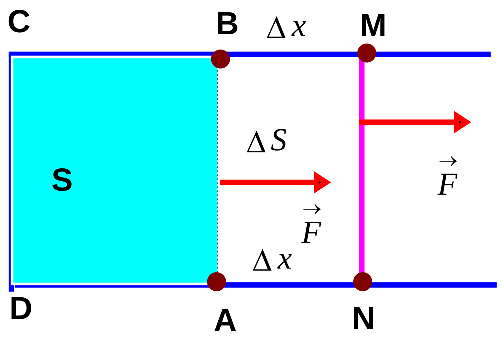


Si nota però che l'intensità di questa forza non è proporzionale all'estensione della superficie della lamina, ma è proporzionale alla lunghezza del tratto mobile $\mathbf{L = 2l = 2 \cdot AB}$. Infatti quando la sbarretta $\mathbf{AB}$ si sposta forma una sottile lamina di acqua saponata che può essere considerata come un solido avente la forma di un parallelepipedo di piccolo spessore con le due facce orizzontali aventi area $\mathbf{S}$.

Si definisce tensione superficiale del liquido $\boldsymbol{\tau}$ il rapporto: $\boldsymbol{\tau} = \dfrac{\mathbf{F}}{2\ell}$ $\quad \{\boldsymbol{\tau}\} = \dfrac{\mathbf{N}}{\mathbf{m}}$

$\boldsymbol{\tau}$ è indipendente dall'estensione della superficie $\mathbf{S}$, dipende dalla natura del liquido e diminuisce al crescere della temperatura fino ad annullarsi per i liquidi che si trovano al loro punto critico. Si può immaginare che $\boldsymbol{\tau}$ esprima numericamente la forza esercitata sull'unità di lunghezza della linea di contorno di una lamina liquida. Questa forza va pensata orizzontale cioè tangente al piano della lamina e normale alla linea stessa. Abbiamo utilizzato il valore 2ℓ in quanto ℓ è lo spigolo orizzontale della superficie superiore della lamina ed ℓ è quello della superficie inferiore. Infatti 2ℓ è il contorno orizzontale della faccia della lamina a contatto con il sottile filo AB.

Consideriamo una lamina liquida di contorno **ABCD** che, per semplicità, possiamo considerare rettangolare. Se vogliamo aumentare la superficie **S** di ciascuna delle due facce della lamina della quantità



$\Delta S = \ell \cdot \Delta x$ e quindi in totale della quantità $\Delta S_{fin} = 2 \cdot \Delta S = 2\ell \cdot \Delta x$ il lavoro che la forza $\vec{F}$ deve compiere è il seguente: $\Delta L = F \cdot \Delta x = \cancel{2\ell} \cdot \tau \cdot \frac{\Delta S_{fin}}{\cancel{2\ell}}$

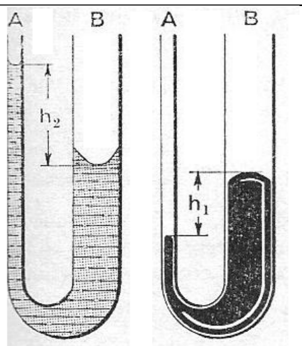
$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta S_{fin}} \quad \text{dove} \quad \Delta S_{fin} = 2 \cdot \Delta S \quad \{\tau\} = \frac{N}{m} = \frac{J}{m^2}$$

La tensione superficiale di un liquido è il rapporto tra il lavoro ΔL necessario per aumentare di $\Delta S_{fin} = 2 \cdot \Delta S$ l'area della lamina liquida e la stessa variazione di superficie $\Delta S_{fin} = 2 \cdot \Delta S$.

Un'altra manifestazione caratteristica della tensione superficiale è quella delle bolle di sapone: anche in questo caso una lamina di acqua saponata viene deformata e tende ad assumere la forma sferica perché è quella che, a parità di volume, ha superficie minima. La tensione superficiale dipende dalle forze di coesione molecolare: mentre le molecole all'interno del liquido sono soggette a forze agenti in ogni direzione, quando vanno a costituire lo strato superficiale di separazione, subiscono soltanto un'azione di richiamo verso l'interno e formano uno strato che tende a contrarsi, racchiudendo il liquido ed impedendo alle altre molecole più interne a disperdersi.

Capillarità

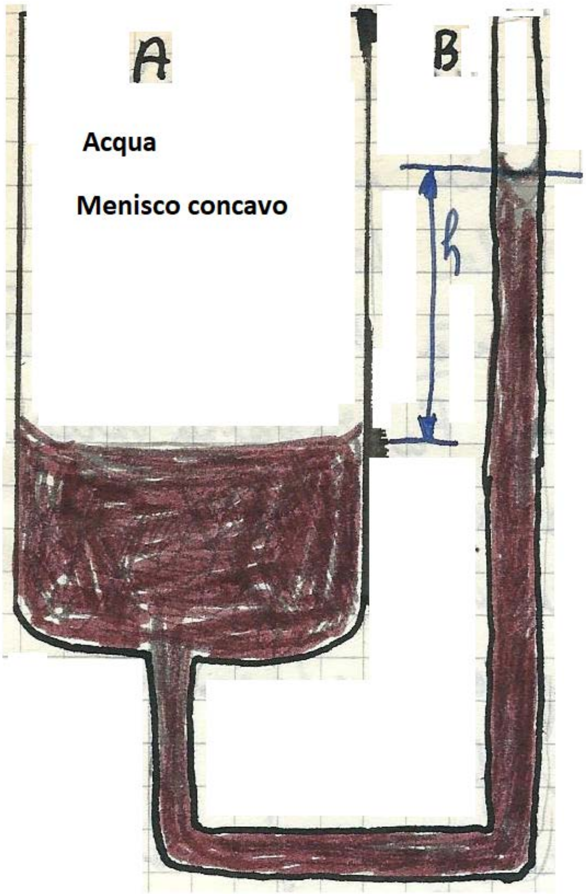
La capillarità consiste nel fenomeno per cui uno stesso liquido contenuto in due vasi comunicanti, dei quali uno sia assai sottile (diametro almeno minore di **2mm**), non si dispone allo stesso livello. Questo fenomeno ha origine dalla curvatura, detto menisco, che il liquido forma vicino alle pareti del recipiente. Il fenomeno è molto pronunciato nel caso di liquidi in tubi sottili, detti capillari.

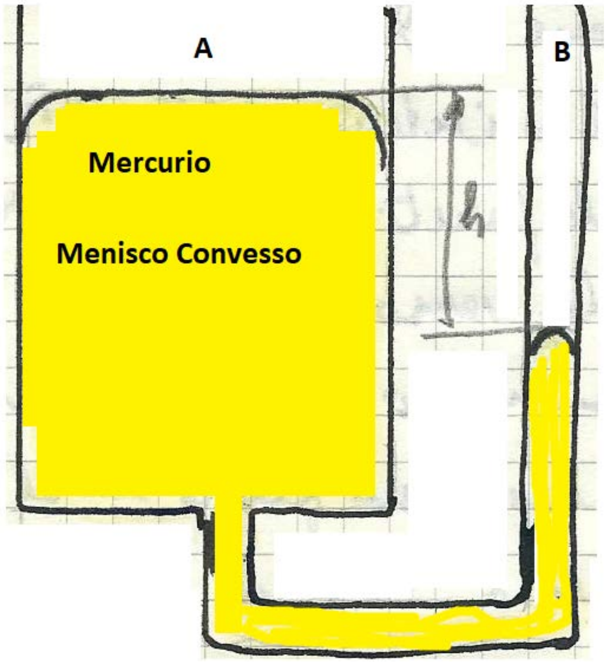
L'esperienza mostra due casi tipici di capillarità. I liquidi che bagnano le pareti del recipiente formano un menisco concavo che si innalza oltre il livello normale, come si vede per l'acqua col vetro. Al contrario, il menisco è convesso ed il livello si abbassa, per i liquidi che non bagnano il recipiente come si verifica nel caso del mercurio a contatto col vetro.	**Dislivello di liquidi in equilibrio in vasi capillari**

L'esperienza mostra due casi tipici di capillarità. I liquidi che bagnano le pareti del recipiente formano un menisco concavo che si innalza oltre il livello normale, come si vede per l'acqua col vetro. Al contrario, il menisco è convesso ed il livello si abbassa, per i liquidi che non bagnano il recipiente come si verifica nel caso del mercurio a contatto col vetro.

Un tubo ad **U** ha un ramo capillare ($r \cong 10^{-4}\, m$) e l'altro molto più grande. Se il tubo è ben pulito e in esso viene versata dell'acqua, la forma della lamina liquida presso la parete di vetro è quella indicata in figura. L'equilibrio si ottiene con un dislivello **h** tra le due superfici libere. Il livello dell'acqua è più alto nel tubo capillare ed ivi ha una superficie libera la cui forma è con ottima approssimazione sferica concava (menisco concavo). Il contrario avviene per i liquidi che non bagnano il vetro, come è il caso del mercurio; nel capillare essi presentano un menisco convesso.

Il dislivello **h** ha segno opposto.





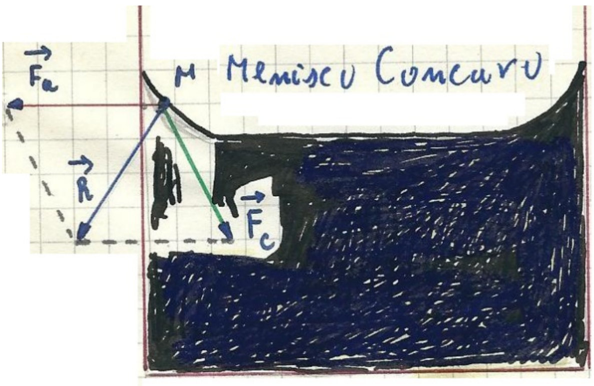
A parità di natura dei corpi interessati al fenomeno (liquido, parete, gas sovrastante), a parità di temperatura **h** dipende dal raggio **r** del capillare. Vale la legge di Jurin:

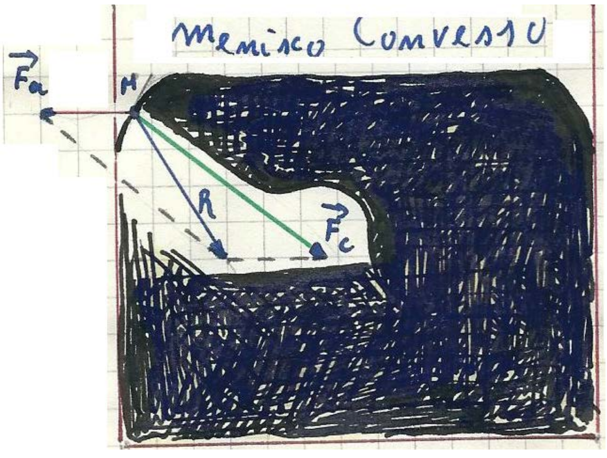
$\mathbf{h} = \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{r}} = \frac{2\tau}{\rho g} \cdot \frac{1}{\mathbf{r}}$ essendo $\mathbf{k} = \frac{2\tau}{\rho g}$ con τ tensione superficiale del liquido,

ρ massa volumica (densità) del liquido.

Interpretazione dei fenomeni capillari

Le forze che agiscono sopra la massa di liquido situata in un punto **M** molto prossimo alla parete sono: la gravità $\vec{\mathbf{P}}$, la spinta di Archimede $\vec{\mathbf{S}}_A$, la forza di adesione $\vec{\mathbf{F}}_a$ rivolta verso le pareti, quella di coesione $\vec{\mathbf{F}}_c$ rivolta verso la massa liquida, la tensione superficiale $\boldsymbol{\tau}$ che agisce ortogonalmente alla superficie di separazione. $\vec{\mathbf{P}}$ ed $\vec{\mathbf{S}}_A$ si fanno equilibrio perché sono opposte. Sia $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{F}}_a + \vec{\mathbf{F}}_c$ il risultante delle forze di adesione e di coesione. Se l'adesione è molto intensa ($\mathbf{F}_a >> \mathbf{F}_c$) il liquido bagna le pareti (acqua-vetro) e la forza $\vec{\mathbf{R}}$ è rivolta verso l'esterno. Siccome per avere equilibrio la superficie libera deve essere in ogni punto perpendicolare al risultante $\vec{\mathbf{R}}$, in **M** essa dovrà sopraelevarsi formando un menisco concavo. $\vec{\mathbf{R}}$ è equilibrato dalla tensione superficiale $\vec{\boldsymbol{\tau}}$. Al contrario, se la forza $\vec{\mathbf{R}}$ è rivolta verso la massa liquida, il liquido non bagna la parete (mercurio-vetro) e si ha un menisco convesso.





$\rho = d = \frac{m}{V}$ = massa volumica o densità di una sostanza

$m = \rho V$ massa di un corpo avente volume V e densità $\rho = d$

$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$ peso specifico

$P = mg = \rho g V = \gamma V$ = peso di un corpo avente massa m e volume V

$\vec{p} = \frac{\vec{F}_{\perp}}{S}$ pressione esercitata dalla forza $\vec{F}$ sulla superficie S

$1\,atm = 1{,}01325 \cdot 10^5\,P_a$ $\quad 1\,P_a = 9{,}86923 \cdot 10^{-6}\,atm$ $\quad 1\,bar = 10^5\,P_a$ $\quad 1\,P_a = 10^{-5}\,bar$

$1\,atm = 1{,}033 \frac{Kp_p}{cm^2}$ $\quad 1\,P_a = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\,torr$

$1\,atm = 760\,torr$ $\quad 1\,torr = 1\,mm_{Hg} = 133{,}32237\,P_a = \frac{1}{760}\,atm$

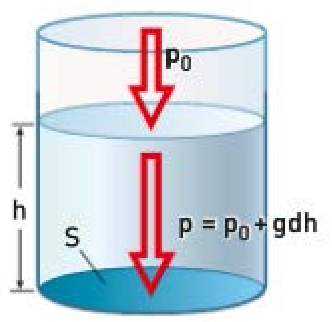
Legge di Stevino

$$p_2 = p_1 + \rho g h = p_1 + \gamma \cdot h$$

$$p_B = p_B + \rho g h = p_B + \gamma \cdot h$$

$$p = p_{atm} + \rho g h = p_{atm} + \gamma \cdot h$$

$$p = p_o + d g h = p_o + \gamma \cdot h$$

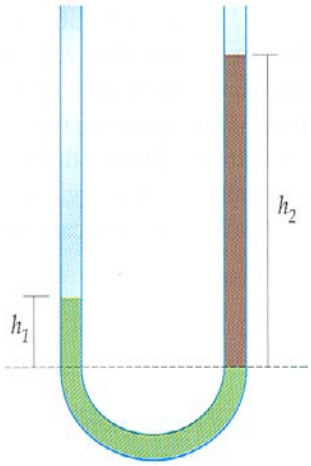


$$\gamma h = \rho g h = \frac{P}{S} = \frac{\text{peso}}{\text{superficie}} = \frac{\text{peso di una colonna di fluido avente base S e altezza h}}{\text{superficie S}} =$$

= pressione idrostatica

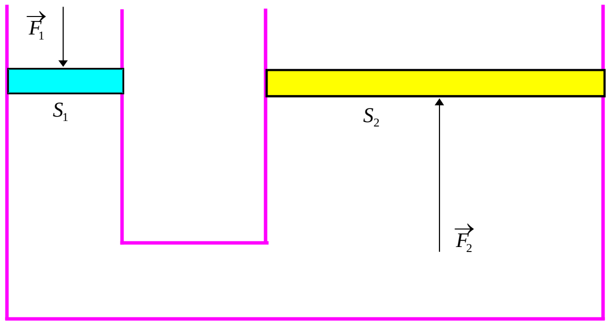
$p_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$ pressione atmosferica

Liquidi non miscibili in vasi comunicanti



$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$ $\qquad$ $\gamma_1 \cdot h_1 = \gamma_2 \cdot h_2$

Torchio idraulico o pressa idraulica



$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F_1 = \frac{S_1}{S_2} \cdot F_2}$

Legge di Archimede

Un corpo immerso interamente o parzialmente in un fluido riceve una spinta verticale dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato .

$\mathbf{S_A = P_\ell = m_\ell \cdot g = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g = \gamma_\ell \cdot V_i}$ = spinta di Archimede

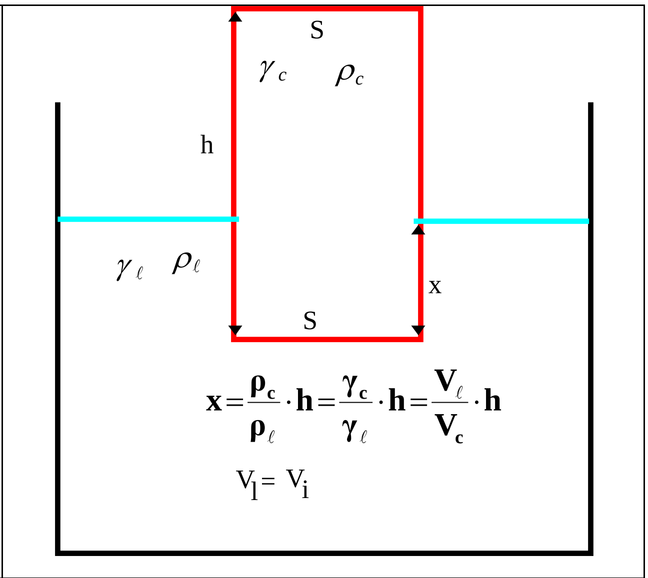
$\mathbf{P_c = \rho_c V_c g = \gamma_c V_c}$ peso del corpo immerso nel fluido

$$\mathbf{F = |P_c - S_A| = |\rho_c V_c g - \rho_\ell V_i g| = |\gamma_c V_c - \gamma_\ell V_i| = |(\rho_c V_c - \rho_\ell V_i) g| = |\gamma_c V_c - \gamma_\ell V_i|}$$

forza che agisce su un corpo di peso $\mathbf{P_c}$ immerso in un fluido di densità $\boldsymbol{\rho_\ell}$

Per un corpo che, immerso in un fluido, galleggia abbiamo: $\mathbf{P_c = S_A}$ $\quad$ $\mathbf{\rho_c V_c g = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g}$

$\rho_c V_c = \rho_\ell V_i$ $\quad \rho_c \cancel{S} h = \rho_\ell \cancel{S} x$ $\quad \rho_c h = \rho_l x$ $\quad \frac{V_i}{V_c} = \frac{\rho_c}{\rho_\ell} = \frac{\gamma_c}{\gamma_\ell} = \frac{x}{h}$

h = altezza del corpo immerso x = altezza della parte immersa V_i = volume della parte del corpo immerso nel fluido $S_A = \rho_\ell \cdot V_i \cdot g = \gamma_\ell \cdot V_i$ spinta di Archimede $P = m_c g = \rho_c V_c g$ peso del corpo che galleggia $S_A = P_c$	

$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{m}{\rho t} = \frac{S\ell}{t} = S \cdot v$ portata di volume

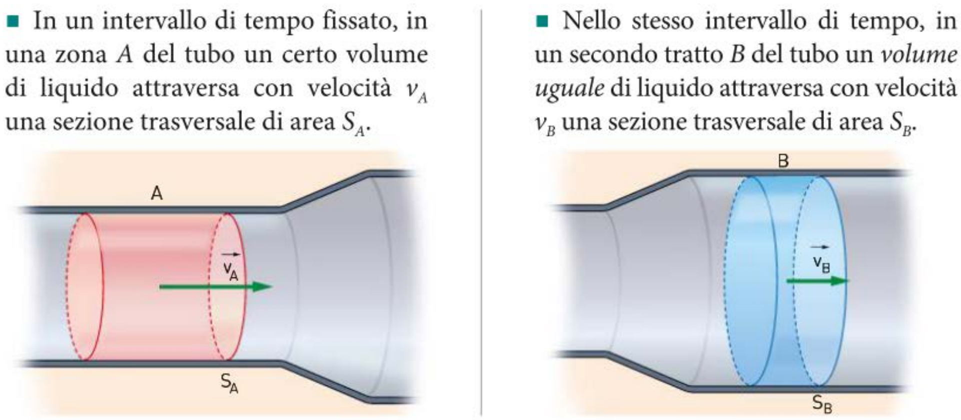
$m = \rho V = \rho S \ell = \rho S v t = \rho t Q_V$ = massa di fluido che nel tempo t attraversa la sezione S del condotto con velocità v = massa contenuta nel volume $V = S\ell$ con $v = \frac{\ell}{t}$

$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \frac{\rho S \ell}{t} = \rho \cdot S \cdot v = \rho Q_V$ **portata di massa**

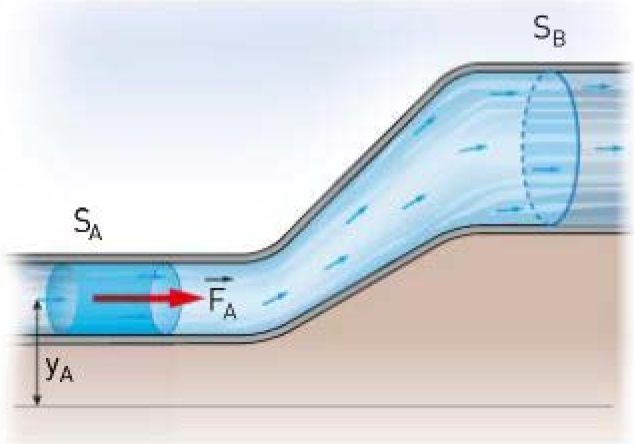
$1\,\text{litro} = 1\ell = 1\,dm^3 = 10^{-3}\,m^3 = 0{,}001\,m^3$

Equazione di continuità

$Q_V = S\,v = \text{costante} \Leftrightarrow S_A v_A = S_B v_B$ $\quad \frac{v_A}{v_B} = \frac{S_B}{S_A}$ in quanto:



Equazione di Bernoulli

Per un fluido che scorre in una conduttura di sezione e quota non uniformi, la quota, la velocità e la pressione sono grandezze legate tra loro.	

Se il fluido che scorre all'interno del condotto è perfetto ed il suo moto avviene in condizioni di regime stazionario, allora il moto del fluido obbedisce all'equazione di Bernoulli, che assume una delle due seguenti forme:

$$p_A + \rho g h_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g h_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \qquad p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

$p_c = \frac{1}{2}\rho v^2$ = pressione di arresto (o pressione cinetica)

$p_g = \rho g h$ = **pressione di gravità** (o pressione idrostatica)

p = **pressione esterna**

$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{costante}$ equazione di Bernoulli

$\frac{v^2}{2g}$ = altezza di arresto o altezza cinetica

$\frac{p}{\rho g}$ = altezza piezometrica

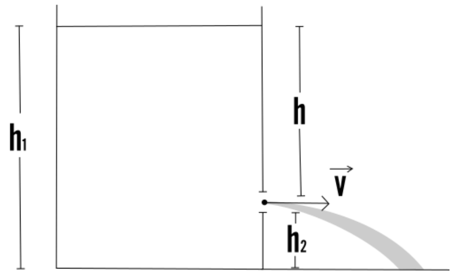
h si chiama altezza geodetica o altezza geometrica

Effetto Venturi

In un condotto orizzontale dove la quota **h** è sempre la stessa. L'equazione di Bernoulli diventa: $p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$ $\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}$ in quanto è costante il termine $\rho g h$

Teorema di Torricelli

$v = \sqrt{2gh}$ = velocità di efflusso da un foro profondo **h** metri dalla superficie libera del liquido



Teorema di Torricelli e fuoriuscita di un liquido da un serbatoio.

La viscosità

$F = \eta \frac{S v}{h}$ forza tangenziale che bisogna applicare per fare muovere, a velocità **v** costante, uno strato di fluido di area **S** a distanza **h** da una superficie ferma dove **η** è il coefficiente di viscosità misurato in $P_a \cdot s$

Questa formula vale per velocità **v** sufficientemente basse, cioè in regime laminare.

Legge di Poiseuille

$$\boxed{Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta\ell}}$$

portata di volume di un fluido reale che scorre in un condotto di raggio **r** e lunghezza ℓ essendo Δp la differenza di pressione fra le stremità del condotto.

Legge di Stokes

$\mathbf{F_v = 6\pi\eta r v}$ $\mathbf{F_v}$ è il modulo della forza di attrito viscoso che agisce sulla sfera di raggio **r** che si muove con velocità $\vec{\mathbf{v}}$ in un fluido che ha un coefficiente di viscosità $\boldsymbol{\eta}$.

Forza di attrito viscoso

$\vec{\mathbf{F}} = -\mathbf{k}\,\vec{\mathbf{v}}_1$ è la forza di attrito viscoso in regime laminare dove $\vec{\mathbf{v}}$ è la velocità del corpo e **k** è una costante di proporzionalità che dipende dalla viscosità e dalla forma del corpo.