

Definizione di sorgente di calore e di macchina termica

Sorgente di calore è un corpo (o un sistema di corpi) a temperatura costante che ha la proprietà di cedere o di assorbire una qualsiasi quantità di calore ΔQ mantenendo costante la propria temperatura . Così definita , la **sorgente di calore** è un ente ideale , ma spesso può essere realizzata con buona approssimazione :

- 1) con un sistema di **elevatissima capacità termica** (teoricamente infinita) come per esempio il mare , l'atmosfera ..
- 2) con un **termostato** ove la temperatura è mantenuta costante mediante una continua cessione o sottrazione di calore compiuta da opportuni meccanismo
- 3) con un sistema che sta compiendo una **trasformazione del proprio stato di aggregazione** (ad esempio ghiaccio fondente) .
- 4) Va inoltre osservato che sul **piano di Clapeyron** , una sorgente è rappresentata da una **isoterma** . Si chiama **macchina termica** un **sistema termodinamico** in grado di compiere trasformazioni cicliche assorbendo calore e fornendo lavoro . Se la macchina è **reversibile** ⁽³⁾ essa può assorbire lavoro e fare passare calore da una sorgente calda ad una sorgente fredda . In tal caso essa prende il nome di **macchina frigorifera** . In generale , **macchina termica** è un dispositivo costituito da vari meccanismi e da opportuni sistemi termodinamici che **opera ciclicamente** e trasforma in lavoro delle quantità di calore che scambia con un opportuno numero di **sorgenti di calore** .

Se $\sum Q_i$ è la somma algebrica delle quantità di calore scambiate ed **L** il lavoro eseguito in un ciclo

, per il **primo principio della termodinamica** abbiamo : $\sum Q_i = L$ dovendo essere $\Delta U = 0$.

Il ciclo può essere percorso in un verso oppure in quello opposto se le trasformazioni che intervengono sono **reversibili** .

Definiamo **rendimento** η (o **efficienza**) di una macchina termica il rapporto tra il lavoro eseguito ed il calore (positivo) assorbito dalla macchina termica durante un ciclo .

Q_a = **calore assorbito** dalla macchina termica in un ciclo

Q_c = **calore ceduto** dalla macchina termica in un ciclo

L = **lavoro eseguito** dalla macchina termica in un ciclo

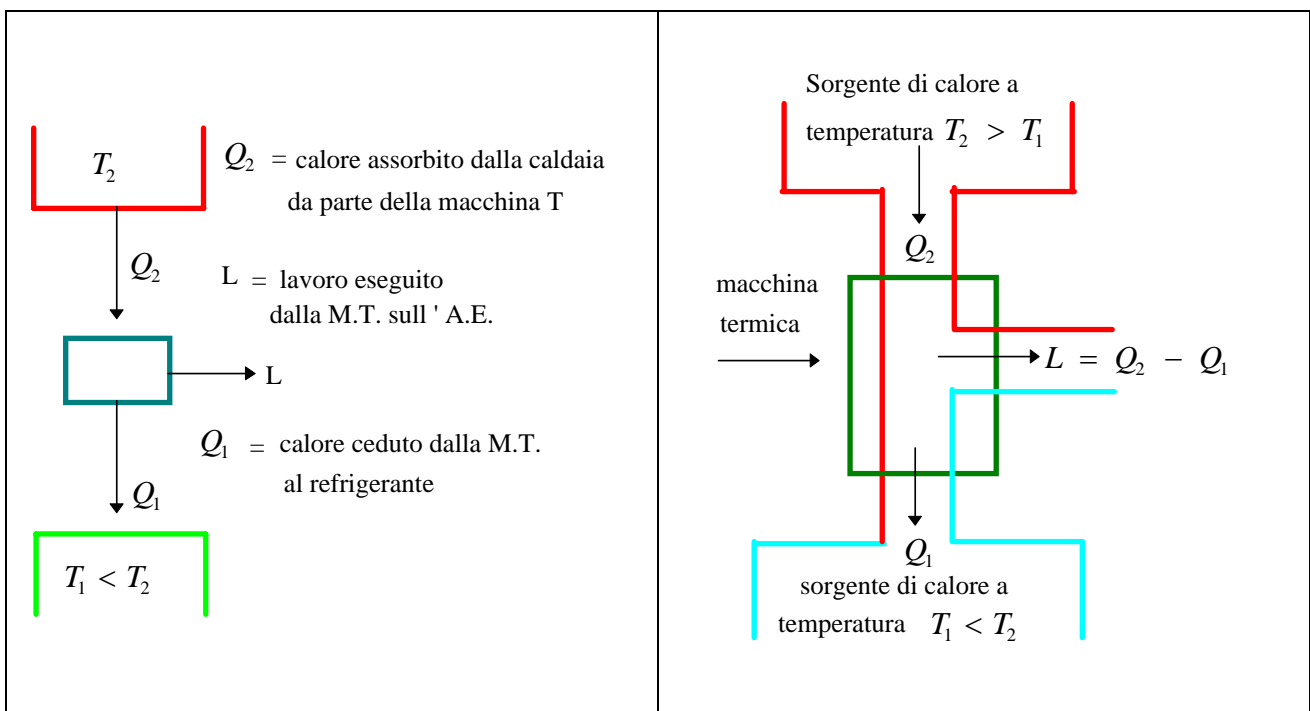
$$L = Q_a - Q_c \qquad \eta = e = \frac{L}{Q_a} = \frac{Q_a - Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{Q_c}{Q_a}$$

⁽³⁾ la macchina termica è reversibile se è reversibile il ciclo che essa compie

Osservazioni

- Il **primo principio della termodinamica** non pone alcuna limitazione sul calore ceduto (Q_c) per cui potrebbe benissimo essere $Q_c = 0$ e $\eta = 1$. Ma l'esperienza mostra che nessuna macchina termica può avere $\eta = 1$. Questa limitazione deriva dal **secondo principio della termodinamica**.
- Le **macchine termiche reali** non rispondono alla definizione da noi data di **macchina termica ideale**. Noi faremo riferimento soltanto a **macchine termiche ideali** dove il fluido che lavora ciclicamente è un **fluido omogeneo di cui è nota l'equazione di stato**.
- Quando una **macchina termica** opera in modo che come risultato finale viene prodotto lavoro sull'ambiente esterno si dice che opera a **ciclo motore**, in caso contrario opera a **ciclo inverso** (o a ciclo resistente o a **ciclo refrigerante**).

□ Le **macchine termiche** si schematizzano come in figura, dove si indicano due sole sorgenti: la **caldaia** a temperatura T_2 ed il **refrigerante** a temperatura $T_1 < T_2$. Le macchine termiche operanti tra due sole sorgenti sono dette **macchine di Carnot**.



Il calore assorbito dalla **macchina termica** va considerato **positivo**, quello ceduto va considerato

negativo, sicché il calore scambiato durante l'intero ciclo è: $\sum Q_i = Q_2 + Q_1 = |Q_2| - |Q_1|$

Il lavoro compiuto dalla **macchina termica** è **positivo** se compiuto sull'ambiente esterno, è **negativo** se è compiuto dall'ambiente esterno sulla macchina termica.

La possibilità di trasformazione dell'energia ed il primo principio della termodinamica

- Il **primo principio della termodinamica** non pone alcuna limitazione alla possibilità di trasformazione dell'energia . Non essendo altro che l'enunciato del **principio di conservazione dell'energia** nella sua forma più generale esso stabilisce soltanto che quando viene convertito lavoro in calore o calore in lavoro questo deve avvenire in quantità assolutamente equivalenti . nessuna restrizione viene posta alla possibilità di convertire energia meccanica in energia termica o calore in lavoro , imponendosi soltanto che l' **energia totale** venga conservata nel processo .

- Se tenessimo conto solo del **primo principio della termodinamica** , saremmo indotti a ritenere che sono realizzabili un gran numero di processi termodinamici che , in realtà , non possono mai verificarsi .

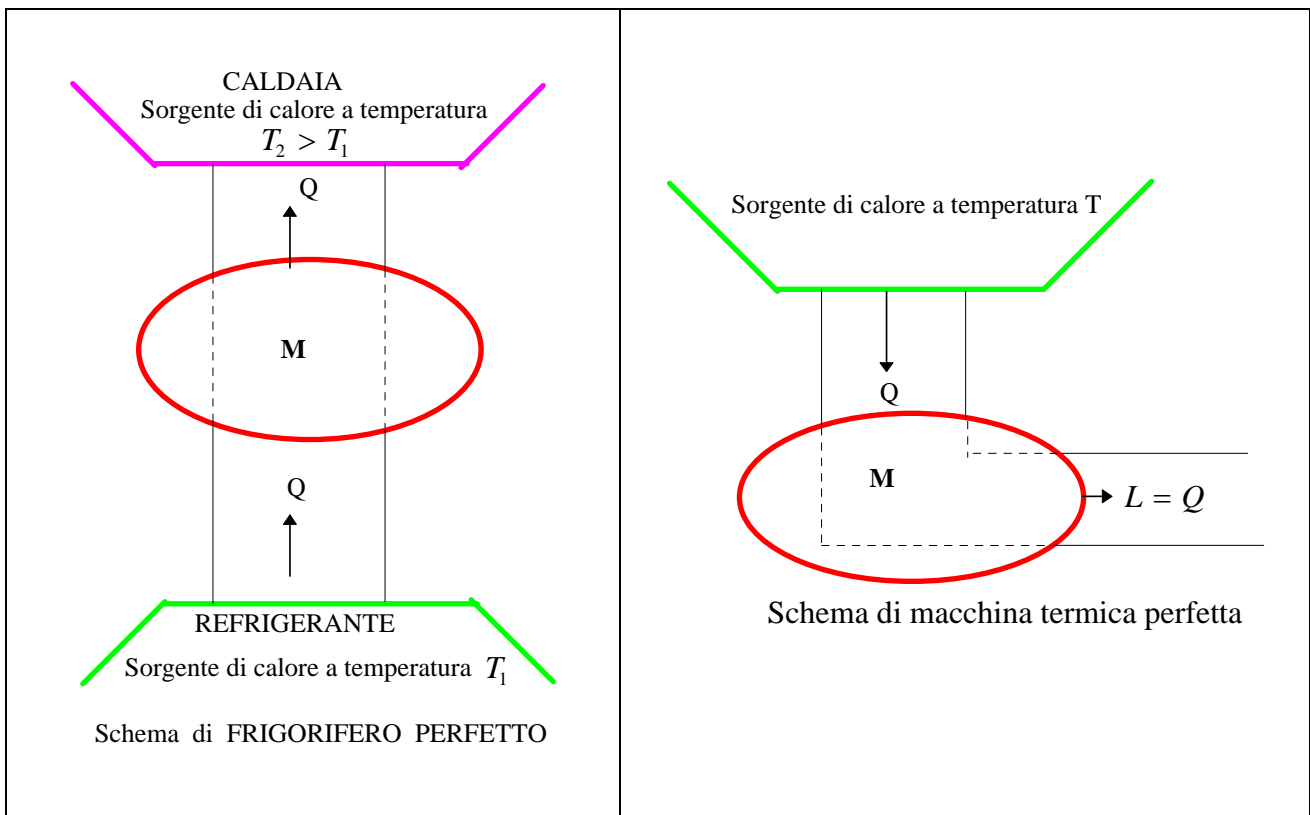
Per esempio , quando un corpo viene posto a contatto con un altro a temperatura diversa , non accade mai che **spontaneamente** il corpo caldo diventi più caldo ed il corpo freddo più freddo . Non si è mai riscontrato che spontaneamente il calore si trasferisca da un corpo freddo ad un corpo caldo . Eppure questo processo non viola il **primo principio della termodinamica** : infatti la quantità di calore persa dal corpo freddo sarebbe uguale a quella assorbita dal corpo caldo ed il bilancio energetico sarebbe in parità .

- Conviene soffermare la nostra attenzione su di un altro processo , quello consistente nella trasformazione di calore in lavoro . Abbiamo visto che è possibile trasformare integralmente in calore una data quantità di energia meccanica e , se facessimo riferimento al solo principio , saremmo indotti a ritenere che anche il processo inverso è totalmente possibile .

Infatti un processo consistente nella trasformazione completa di calore in lavoro non violerebbe il **primo principio della termodinamica** giacché la conversione avverrebbe in quantità equivalenti . Sebbene sia possibile trasformare completamente una data quantità di lavoro in calore , non è stato mai possibile costruire una **macchina termica ciclica** in grado di convertire completamente una certa quantità di calore in energia meccanica .

Se fosse realizzabile il primo processo potremmo costruire un **frigorifero perfetto** funzionante secondo lo schema indicato in figura : ad ogni ciclo la macchina termica **M** estrarrebbe dalla sorgente a temperatura T_1 la quantità di calore **Q** che , senza somministrazione alcuna di energia meccanica dall'esterno , trasferirebbe integralmente all'ambiente a temperatura T_2 più elevata . Al termine di ciascun processo la macchina termica si riporterebbe nelle condizioni iniziali .

Se fosse realizzabile il secondo processo potremmo costruire una **macchina termica perfetta** funzionante secondo lo schema indicato in figura :



Ad ogni ciclo la macchina termica M sottrarrebbe alla sorgente a temperatura T una quantità di calore Q che convertirebbe integralmente nell'energia meccanica L . Se una tale macchina termica potesse essere costruita, sarebbe possibile, per esempio, fare muovere una nave sfruttando l'enorme riserva di energia termica presente nel mare.

- Bisogna ribadire che l'esistenza di un **frigorifero perfetto** e di una **macchina termica perfetta** non sono in contrasto con il **primo principio della termodinamica** il quale sancisce unicamente l'impossibilità di un **perpetuum mobile di prima specie**, cioè l'impossibilità di produrre energia dal nulla. Sia l'una che l'altra macchina termica non altererebbero l'energia totale coinvolta nei processi

Secondo principio della termodinamica

Il **secondo principio della termodinamica** specifica quali processi che non violano il **primo principio della termodinamica** possono effettivamente avvenire in natura. Esso può essere formulato in molti modi diversi, ma tutte le formulazioni sono fra loro equivalenti ed ognuna di esse mette in risalto un aspetto particolare.

Secondo principio della Termodinamica

Enunciato di Kelvin-Planck

E' impossibile costruire una macchina termica che lavorando ciclicamente , trasformi in lavoro il calore assorbito da un'unica sorgente ; è sempre necessario cedere ad un'altra sorgente a temperatura più bassa (**REFRIGERANTE**) una parte del calore assorbito .

Con parole diverse possiamo dire che è impossibile realizzare una trasformazione che abbia come unico risultato quello di convertire integralmente in lavoro il calore assorbito da una sola sorgente.

Il secondo principio della termodinamica nega l'esistenza di una **macchina termica perfetta** o **perpetuum mobile di seconda specie** , cioè esclude la possibilità di realizzare un **moto perpetuo di seconda specie** cioè una macchina termica capace di produrre lavoro assorbendo calore da una sola sorgente .

Una **macchina termica reale** funziona secondo lo schema della figura . La macchina termica **M** , che lavora ciclicamente , sottrae ad ogni ciclo la quantità di calore Q_2 alla sorgente a temperatura T_2 (**caldaia**) e ne cede una quantità Q_1 ad un'altra sorgente (**refrigerante**) a temperatura inferiore T_1 e converte in energia meccanica **L** una parte del calore ricevuto , precisamente $Q_2 - Q_1$.

Per una macchina termica ha particolare importanza il suo **rendimento** η definito come il rapporto tra il lavoro eseguito dalla macchina termica durante un ciclo ed il calore assorbito dalla caldaia , cioè il rapporto tra la quantità $Q_2 - Q_1$ effettivamente convertita in energia meccanica e la quantità di calore presa dalla sorgente a temperatura più elevata :

$$\eta = e = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} \quad \eta < 1$$

Enunciato di Clausius

E' impossibile realizzare una macchina termica che , operando ciclicamente , produca come unico risultato un trasferimento di calore da un corpo ad un altro avente una temperatura più elevata .

Con parole diverse possiamo dire che **il calore fluisce spontaneamente dai corpi più caldi a quelli più freddi**, oppure, **è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di fare passare calore dal corpo a temperatura più bassa a quello a temperatura più elevata**.

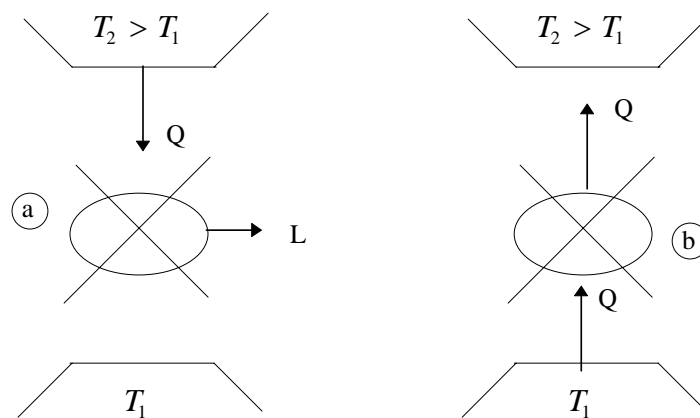
Il **secondo principio della termodinamica** nega la possibilità di costruire un **frigorifero perfetto**, cioè una macchina termica capace di trasferire calore da un refrigerante ad una caldaia senza bisogno di lavoro esterno.

L'**equivalenza** fra le due formulazioni del **secondo principio della termodinamica**, quella di lord Kelvin (cioè Thomson) e quella di Clausius, si può dimostrare facendo vedere che, se una delle due formulazioni è falsa, risulta falsa anche l'altra.

Si dimostra che per una macchina termica operante reversibilmente fra le temperature assolute T_1 e

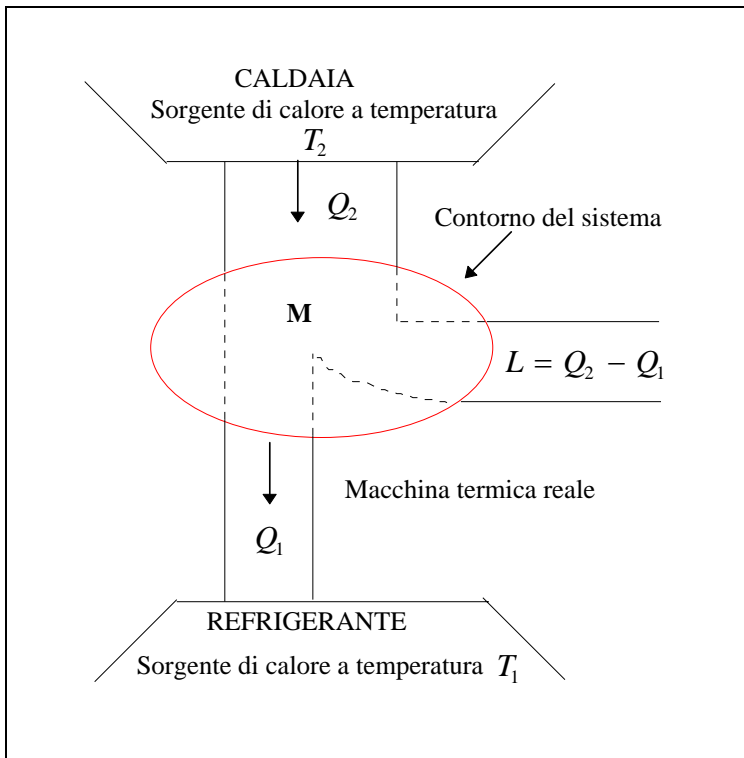
T_2 il rendimento risulta : $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ e quindi : $\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ ed anche :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

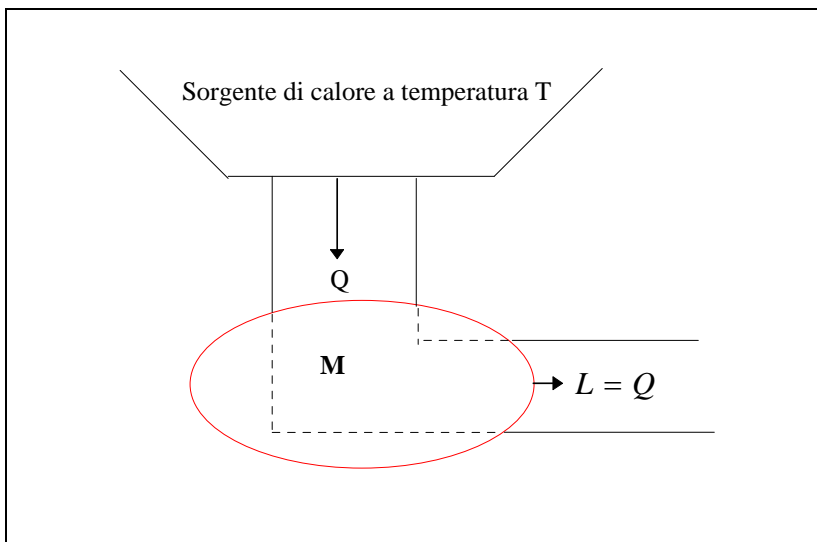


Secondo principio della termodinamica :

- (a) Postulato di Kelvin (b) Postulato di Clausius



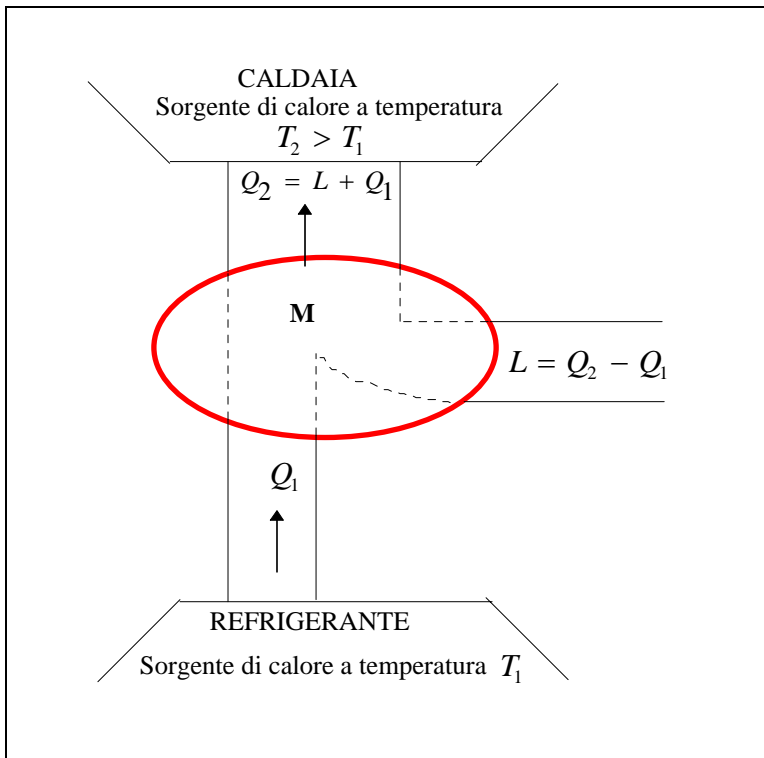
Schema di **macchina termica reale** :
 il fluido operante nella **macchina termica M** riceve calore da una sorgente a temperatura T_2 e cede ad una sorgente a temperatura $T_1 < T_2$ una quantità di calore $Q_1 < Q_2$ compiendo in ogni ciclo un lavoro esterno $L = Q_2 - Q_1$



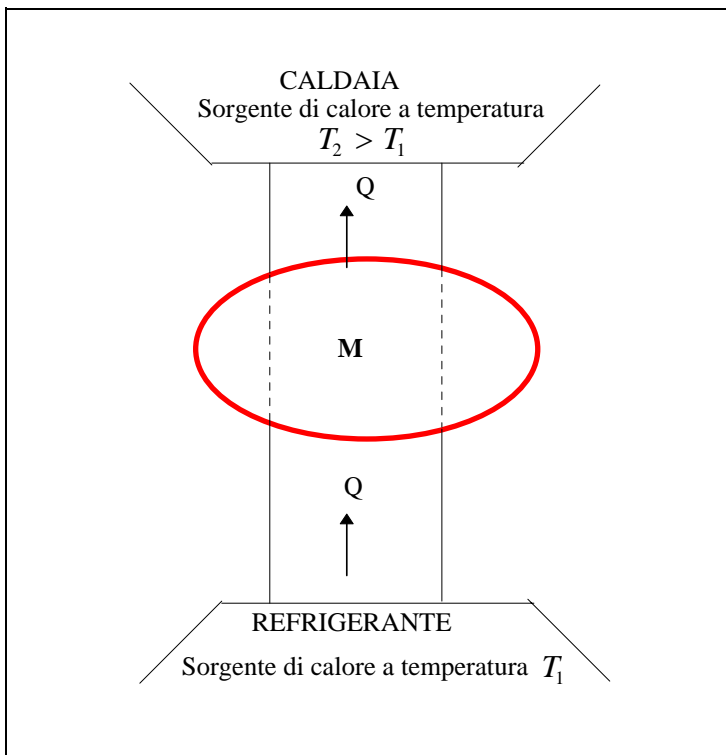
Macchina termica perfetta

o

perpetuum mobile di seconda specie



Schema di **macchina frigorifera reale** :
il fluido operante nella **macchina termica M** estrae dalla sorgente fredda a temperatura T_1 (**cella frigorifera**) la quantità di calore Q_1 e cede alla sorgente calda $T_2 > T_1$ la quantità di calore $Q_2 > Q_1$ assorbendo contemporaneamente dall'ambiente esterno un lavoro pari a $L = Q_2 - Q_1$



a) in un **frigorifero reale** è necessario fornire lavoro **L** dall'ambiente esterno **per trasferire del calore** Q_1 dal refrigerante alla caldaia .

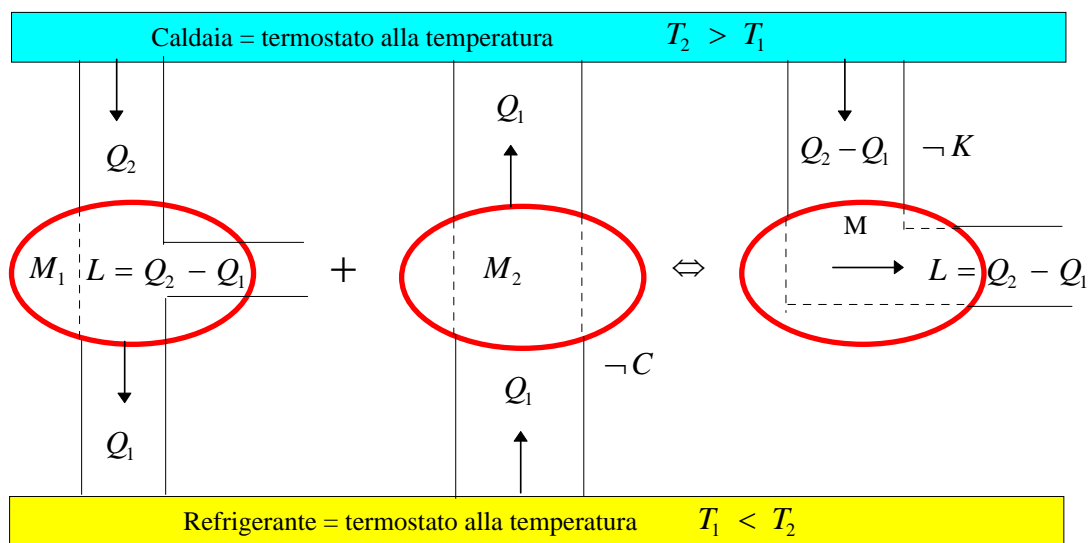
b) In un **frigorifero perfetto** il calore **Q** fluirebbe dal refrigerante alla caldaia senza bisogno di lavoro esterno

Equivalenza degli enunciati di Kelvin e di Clausius

Gli enunciati di Kelvin e di Clausius sono entrambi enunciati del **secondo principio della termodinamica**. Essi sono diversi soltanto nella formulazione mentre nella sostanza sono **equivalenti** e quindi o sono entrambi veri o sono entrambi falsi. Quindi la verità di uno dei due enunciati implica la verità dell'altro enunciato oppure la falsità di uno dei due implica la falsità dell'altro.

K = verità del postulato di Kelvin $\neg K$ = falsità del postulato di Kelvin

C = verità del postulato di Clausius $\neg C$ = falsità del postulato di Clausius



Adesso dalla falsità del postulato di Clausius deduciamo la falsità del postulato di Kelvin dimostrando così che i postulati di Clausius e di Kelvin sono equivalenti

$$\neg C \Rightarrow \neg K \text{ e quindi } C \equiv K$$

Considera una macchina termica ciclica M_1 che assorbe la quantità di calore Q_2 dalla sorgente calda cedendo la quantità di calore Q_c alla sorgente fredda e trasformando la differenza in lavoro esterno $L = Q_2 - Q_1$. Supponiamo ora che ci sia una seconda macchina termica M_2 che operi tra le medesime sorgenti. Se non fosse valido l'enunciato di Clausius M_2 potrebbe essere un **frigorifero perfetto** che porta la quantità di calore Q_c dal refrigerante T_1 alla caldaia $T_2 > T_1$.

La combinazione delle macchine M_1 ed M_2 sarebbe la **macchina termica perfetta M** che trasforma il calore $Q_2 - Q_1$ in lavoro.

L'effetto complessivo della macchina termica reale M_1 e del frigorifero perfetto M_2 (che è la negazione del postulato di Clausius) è una macchina termica perfetta che è la negazione del postulato di Kelvin .

$$M_1 + M_2 \Leftrightarrow M$$

$$M_1 = \text{macchina termica reale} \quad M_2 = \text{frigorifero perfetto} = \neg C$$

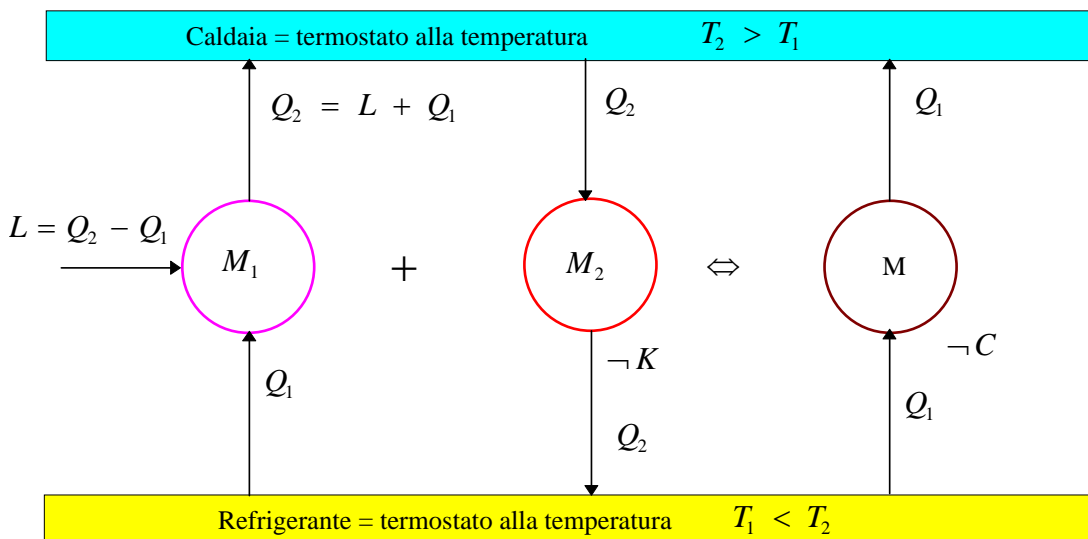
$$M = \text{macchina termica perfetta} = \neg K$$

Dimostriamo che se il postulato di Kelvin non è vero allora anche il postulato di Clausius è falso .

Consideriamo un **frigorifero reale** M_1 che assorbe la quantità di calore Q_c dal refrigerante a temperatura $T_1 < T_2$ e tramite il lavoro esterno $L = Q_2 - Q_1$ ($Q_2 = Q_1 + L$) cede alla caldaia a temperatura $T_2 > T_1$ la quantità di calore $Q_2 = Q_1 + L$.

Supponiamo che ci sia una seconda macchina termica M_2 che operi tra le medesime sorgenti . Se non fosse valido il **postulato di Kelvin** potrebbe essere una **macchina termica perfetta** che porta la quantità di calore Q_2 dalla caldaia al refrigerante . La combinazione del frigorifero M_1 e della macchina termica perfetta M_2 ($\neg K$) è il **frigorifero perfetto** M ($\neg C$) che porta il calore Q_c dalla sorgente fredda alla sorgente calda .

$$M_1 + M_2 \Leftrightarrow M$$



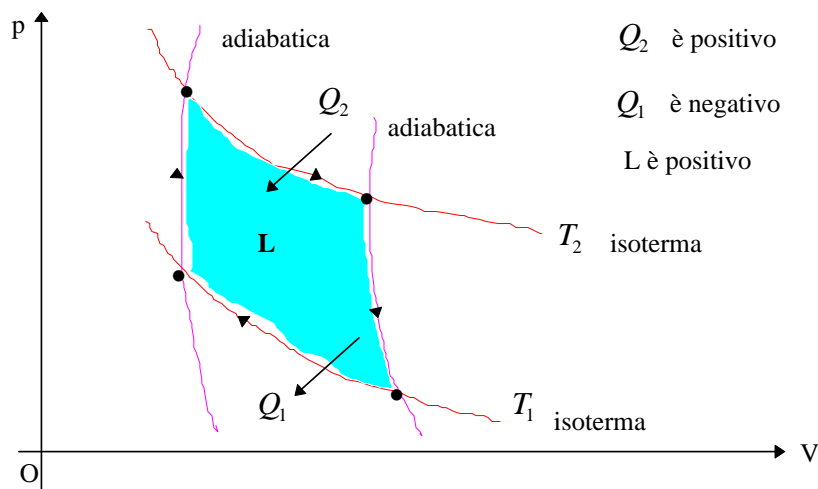
$$M_1 = \text{frigorifero reale} \quad M_2 = \text{macchina termica perfetta} = \neg K$$

$$M = \text{frigorifero perfetto} = \neg C$$

Sorgente di calore in una trasformazione termodinamica è un qualsiasi corpo capace di assorbire o cedere calore senza che la sua temperatura vari .

Ciclo di Carnot

Nella definizione di macchina termica abbiamo detto che essa deve operare tra $n \geq 2$ sorgenti . Non possiamo avere $n = 1$ sorgenti in quanto il postulato di **Kelvin** ce lo vieta . Resta allora il caso più semplice , cioè $n = 2$. Come deve operare questa macchina più semplice di tutte le altre ? Nel piano di **Clapeyron** (piano pV) le due sorgenti sono rappresentate da due **isoterme reversibili** . Ora se vogliamo chiudere il ciclo e se vogliamo che non avvengano scambi con altre sorgenti è evidente che dobbiamo prendere in considerazione solo due **adiabatiche reversibili** . E' questa la macchina studiata da Carnot e le cui proprietà sono fondamentali : gli scambi di calore con le sorgenti avvengono durante le **isoterme** , mentre le due **adiabatiche** sono necessarie per portare il sistema da una temperatura all'altra . Il sistema termodinamico che opera può essere qualsiasi : un gas perfetto , un gas reale , un filo estensibile , una pila Daniel , .. E' evidente che il caso più semplice da trattare sarà quello dal **gas perfetto** anche se le proprietà fondamentali della macchina di Carnot non dipendono dal fluido .



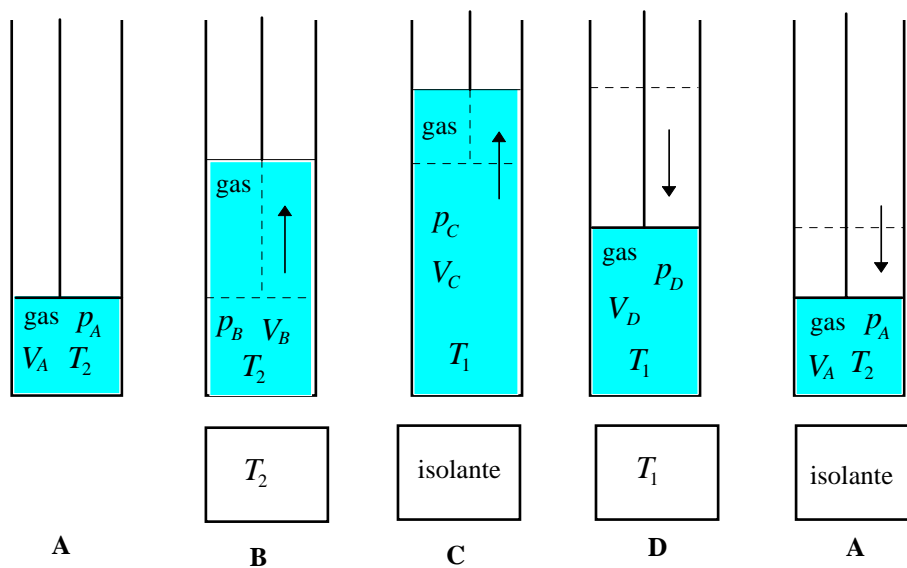
Il **ciclo di Carnot** costituisce lo schema più semplice di **macchina termica** . Il sistema che compie il ciclo è in generale del tutto arbitrario ma noi , per semplicità , lo considereremo un gas perfetto .

Il **ciclo di Carnot** è composto da due trasformazioni isoterme e due adiabatiche . Consideriamo un **gas perfetto** i cui stati fisici possono essere rappresentati nel piano di Clapeyron Vp e prendiamo in considerazione due **adiabatiche** e due **isoterme** rispettivamente alle temperature T_1 e $T_2 > T_1$, Queste 4 curve si intersecano nei 4 punti **A** , **B** , **C** , **D** come indicato in figura .

Siano AB e CD i due rami di isoterma rispettivamente alle temperature T_2 e T_1 . La trasformazione reversibile ciclica $ABCD$ prende il nome di **ciclo di Carnot** .

Diciamo **diretto** il funzionamento per cui il ciclo è percorso in **senso orario**, e quindi si produce un **lavoro positivo**. Questo lavoro è rappresentato dall'area colorata. Nel caso più comune, nel quale l'espansione adiabatica BC produce un raffreddamento, la isoterma T_2 viene compiuta con somministrazione di calore ed aumento di volume. Q_2 viene somministrato al S.T. dalla sorgente più calda, Q_c viene ceduto al refrigerante dal S.T.. Per il **primo principio della termodinamica** la differenza $Q_2 - Q_1$ equivale al lavoro L ottenuto ed è quindi positivo. Nel funzionamento inverso si spende **lavoro** ($L < 0$) e si invertono gli scambi di calore.

Il seguente esempio illustra come si possa realizzare nella pratica un **ciclo di Carnot**.



Poniamo il nostro gas perfetto in un recipiente cilindrico a pareti laterali termicamente isolanti e con un pistone ad un estremo, pure termicamente isolante, in modo che il calore possa essere scambiato solo attraverso l'altro estremo (la base del cilindro), che supporremo conduttore di calore. Siano T_1 e $T_2 > T_1$ due sorgenti di calore così grandi che le loro temperature non variano quando esse cedono oppure assorbono qualunque quantità finita di calore. Inizialmente il gas sia alla temperatura T_2 , abbia pressione p_A ed occupi il volume V_A . Sia **A** il corrispondente punto rappresentativo nel piano di Clapeyron dello stato fisico del gas perfetto. Se poniamo il cilindro sulla sorgente T_2 tra gas e sorgente non ha luogo scambio di calore. Mantenendo il cilindro sulla sorgente T_2 , alziamo il pistone molto lentamente in modo da aumentare reversibilmente il volume fino a raggiungere il valore V_B .

Poniamo ora il cilindro sopra un isolante termico ed aumentiamone il volume molto lentamente fino a raggiungere il valore V_C . Poiché durante questa fase il sistema è isolato termicamente, la trasformazione è rappresentata dal tratto di adiabatica BC . Durante questa espansione adiabatica, la temperatura del gas diminuisce passando dal valore T_2 al valore T_1 e lo stato fisico del gas è ora

rappresentato nel piano di Clapeyron dal punto **C** . Indi poniamo il cilindro sulla sorgente T_1 e comprimiamolo molto lentamente lungo l' **isoterma** CD , finché il suo volume diminuisca fino a raggiungere il valore V_D . Lo stato termodinamico del gas è ora rappresentato dal punto **D** . Infine torniamo a metterlo sopra l'isolante termico e comprimiamolo adiabaticamente lungo il ramo DA fino a quando la sua temperatura raggiunge il valore T_2 . Il **S.T.** è tornato al suo stato iniziale rappresentato dal punto **A** .

Durante l' **espansione isoterma** , rappresentata dal ramo AB , il **S.T.** assorbe la quantità di calore Q_2 dalla sorgente T_2 . Durante la compressione isoterma , rappresentata dal ramo CD , il gas cede alla sorgente T_1 la quantità di calore Q_c . La quantità totale di calore assorbito dal gas durante il ciclo è data da $Q_2 - Q_1$. Sia **L** il lavoro fatto dal gas durante la trasformazione . Questo lavoro è uguale all'area delimitata dal ciclo . Essendo $\Delta U = 0$ il **primo principio della termodinamica** diventa : $L = Q_2 - Q_1$

Questa equazione ci dice che solo una parte del calore assorbito dal gasci trasforma in lavoro . Il calore rimanente Q_c viene restituito alla sorgente più fredda ; diciamo anche che la quantità di calore Q_c si è **degradata** .

$$\eta = e = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$$

Il **ciclo di Carnot** serve a fare vedere che il calore assorbito da una sorgente non può essere trasformato completamente in lavoro meccanico . In generale una parte consistente di esso si **degrada** , cioè diventa **calore a temperatura più bassa** .

Calcolo del rendimento in un ciclo di Carnot

Per il ciclo di Carnot abbiamo visto che risulta : $\eta = e = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$

Si dimostra che risulta : $\eta = e = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$

Teorema di Carnot per macchine reversibili

Tutte le macchine reversibili che lavorano tra due sorgenti aventi rispettivamente temperature T_1 e T_2 hanno lo stesso rendimento .

Teorema di Carnot per le macchine reali

Il rendimento η_X di una qualsiasi macchina termica reale **X** che lavora tra due sorgenti di calore aventi rispettivamente temperature T_1 e T_2 è sempre minore del rendimento η_R della macchina termica reversibile di Carnot **R** operante tra le stesse sorgenti : $\eta_X < \eta_R$

Teorema di Carnot in generale

Date due sorgenti rispettivamente a temperature T_1 e $T_2 > T_1$, una macchina termica **X** qualunque funzionante fra tali temperature avrà rendimento η_X **minore o uguale** al rendimento η_R della macchina termica reversibile di Carnot **R**; il segno di uguale valendo se la macchina termica **X**

considerata è anch'essa reversibile .

$$\eta_X \leq \eta_R = \frac{L}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

Il rendimento di una macchina termica aumenta col crescere della differenza di temperatura tra le due sorgenti con cui si scambia il calore .

Ad esempio , una macchina termica che assorbe calore da una caldaia a $1500^\circ K$ e cede calore all'ambiente a $300^\circ K$ può avere un rendimento massimo , se è realizzata in maniera da avvicinarsi

molto ad una macchina reversibile :

$$\eta = \frac{1500 - 300}{1500} = \frac{4}{5} = 80\%$$

Una macchina che utilizzasse la differenza di temperatura tra la superficie ed il fondo del mare ($20^\circ C$ e $4^\circ C$) avrebbe un rendimento massimo :

$$\eta = \frac{393 - 377}{393} = 4\%$$

Per di più , a causa dell'irreversibilità delle macchine reali , il rendimento realmente ottenibile è ancora più basso .

Concludendo possiamo affermare che il **rendimento di tutte le macchine reversibili che operano fra due stesse temperature è il medesimo e nessuna macchina irreversibile che lavori fra le stesse temperature può avere un rendimento maggiore .**

Clausius e Kelvin dimostrarono che questo teorema era una conseguenza necessaria del secondo principio della termodinamica . Si noti che nulla è detto circa la sostanza operante , cosicché il rendimento di una macchina termica reversibile è indipendente da tale sostanza e dipende soltanto dalle temperature dei termostati . Inoltre una macchina reversibile opera con il massimo rendimento possibile tra queste due temperature .