

- 01) Rifrazione della luce ed Indice di rifrazione di una sostanza**
- 02) Riflessione totale**
- 03) Rifrazione della luce attraverso una lastra a facce piane e parallele**
- 04) Prisma ottico**
- 05) La dispersione della luce**
- 06) Ulteriori precisazioni sulla natura della luce**
- 07) Il diottro sferico**
- 08) Lenti sottili**

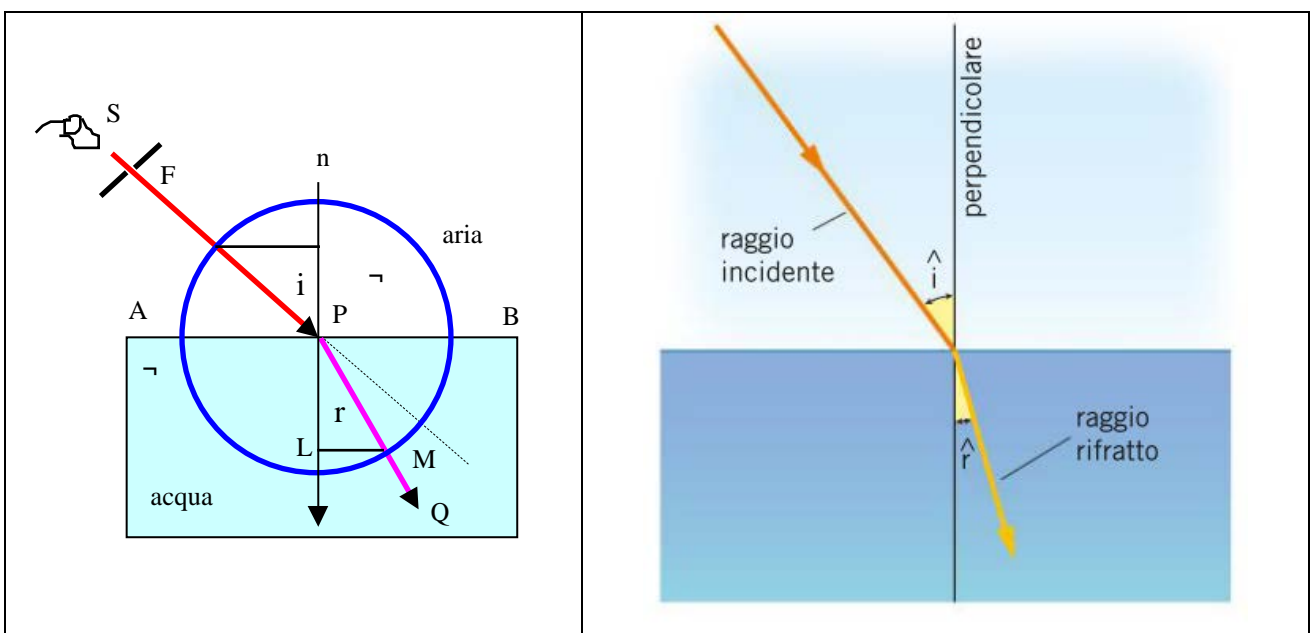
Rifrazione della luce ed indice di rifrazione di una sostanza

Abbiamo già visto che in un mezzo trasparente ed omogeneo (aria, acqua) la luce si propaga in linea retta. Quando la luce passa da un mezzo trasparente ad un altro di natura diversa (ma anch'esso trasparente) cambia di direzione. Diciamo che la luce subisce il **fenomeno della rifrazione**.

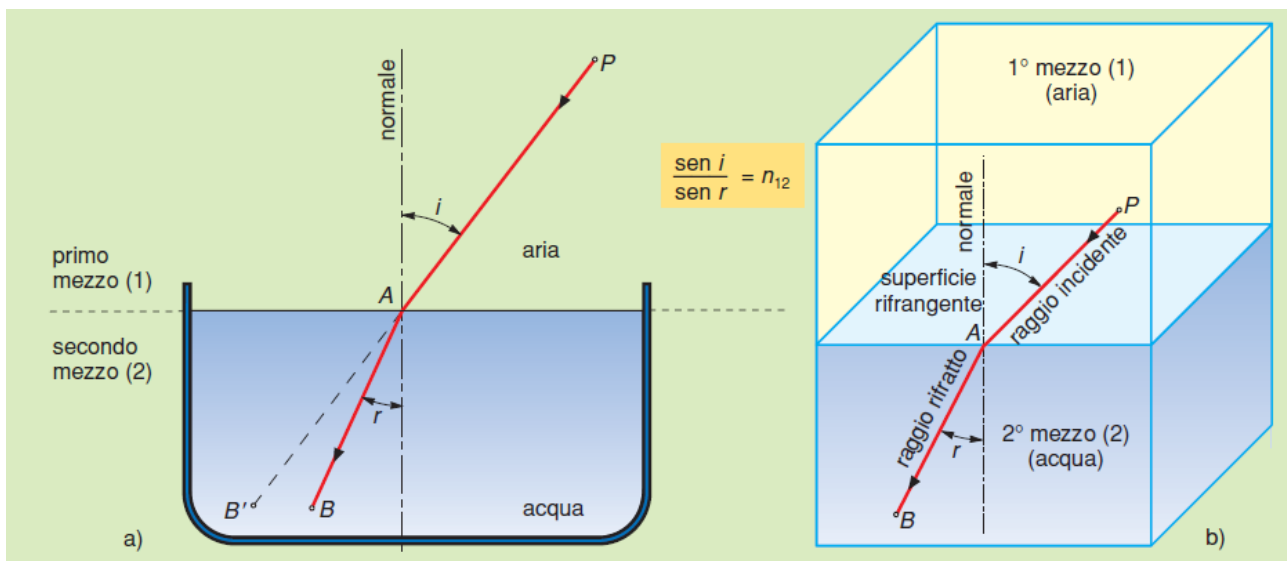
Quindi la **rifrazione della luce consiste nella deviazione che subiscono i raggi luminosi quando passano da un mezzo omogeneo trasparente ad un altro, pure trasparente ma di natura diversa**.

Per studiare questo fenomeno poniamoci nelle condizioni più semplici possibili. Prendiamo un recipiente contenente acqua e sia  $AB$  la superficie di separazione tra l'acqua e l'aria. Poniamo ad una certa distanza da questa superficie  $AB$  una sorgente di luce  $S$  (ad esempio una lampada) davanti alla quale collochiamo uno schermo opaco con un piccolo foro  $GF$  onde potere realizzare con buona approssimazione un raggio luminoso. Il raggio luminoso  $SF$ , che chiameremo anche questa volta **raggio incidente**, colpisca la superficie  $AB$  nel punto  $P$ . Il raggio luminoso  $SP$  penetrando nel secondo mezzo non prosegue, in generale, lungo la stessa direzione. L'esperienza mostra che esso devia avvicinandosi o allontanandosi dalla normale  $n$  alla superficie  $AB$  nel punto  $B$ .

$SP =$  **raggio incidente**    $PQ =$  **raggio rifratto**    $\hat{i} = \widehat{SPn} =$  **angolo di incidenza**  
 $\hat{r} =$  **angolo di rifrazione**    $nP =$  **normale nel punto di incidenza**



L'esperienza insegna che quando il raggio incidente passa da un mezzo meno denso (ad esempio aria) ad un mezzo otticamente più denso (ad esempio acqua, vetro) risulta  $\hat{r} < \hat{i}$ , cioè il raggio rifratto si avvicina alla normale  $n$ . Viceversa, quando il raggio incidente passa da un mezzo otticamente più denso ad uno meno denso risulta  $\hat{r} > \hat{i}$ , cioè il raggio rifratto si allontana dalla normale  $n$ .



E' ora normale chiedersi di quanto il raggio rifratto si avvicina alla normale nel caso in cui il raggio incidente passa da un mezzo meno denso ad un altro più denso e di quanto se ne allontana nel caso contrario. Rispondono a questa domanda le leggi della rifrazione ricavate dall'esperienza.

Le due leggi della rifrazione o leggi di Snellius-Cartesio

**(1) raggio incidente, raggio rifratto e normale nel punto di incidenza alla superficie di separazione giacciono nello stesso piano**

**(2) Il rapporto tra il seno dell'angolo di incidenza ed il seno dell'angolo di rifrazione ha un valore costante che dipende dalla natura dei due**

**mezzi.** In simboli abbiamo: 
$$n_{12} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \text{costante} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Tale costante prende il nome di **indice di rifrazione del secondo mezzo rispetto al primo.**

$n_{12} > 1 \Rightarrow \sin \hat{i} > \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{i} > \hat{r}$  Il secondo mezzo è più rifrangente del primo ed il raggio rifratto si avvicina alla normale.

$n_{12} < 1 \Rightarrow \sin \hat{i} < \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{i} < \hat{r}$  Il secondo mezzo è meno rifrangente del primo ed il raggio rifratto si allontana dalla normale.

$n_{12} = 1 \Rightarrow \sin \hat{i} = \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{i} = \hat{r}$  Non si ha rifrazione.

Se il primo mezzo è il **vuoto**, l'indice di rifrazione del secondo mezzo (ad esempio l'acqua) rispetto al vuoto dicesi **indice di rifrazione assoluto del secondo mezzo** e lo indichiamo col simbolo  $n_2$ .

Siano  $v_1$  e  $v_2$  le velocità di propagazione di un raggio di luce monocromatica nei mezzi **1** e **2** rispettivamente. La misurazione diretta delle velocità della luce nei due mezzi

ha permesso di constatare che vale la relazione :  $n_{12} = \frac{v_1}{v_2}$  cioè:

**<< L'indice di rifrazione relativo al passaggio di un raggio luminoso da un mezzo trasparente **1** ad un altro **2** è uguale al rapporto delle rispettive velocità di propagazione >>**

$$n_{12} = \frac{\text{velocità dell'onda nel mezzo da cui proviene}}{\text{velocità dell'onda nel mezzo in cui penetra}}$$

E' opportuno considerare il passaggio di un raggio luminoso dal vuoto ad un altro mezzo materiale e definire l'**indice assoluto di rifrazione** di un mezzo

materiale come il rapporto fra il valore della velocità della luce nel vuoto e quello della velocità della luce nel mezzo che si considera. Più precisamente, indicando con  $n_1$  l'indice assoluto di rifrazione per il passaggio *vuoto* → *mezzo* **1** e con  $v_1$  il valore della velocità della luce nel mezzo **1**, avremo:  $n_1 = \frac{c}{v_1}$

Similmente, l'indice di rifrazione assoluto per un secondo mezzo **2** sarà:  $n_2 = \frac{c}{v_2}$

Se  $v_2$  indica il valore della velocità in questo mezzo.

Dividendo membro a membro otteniamo:  $\frac{\frac{c}{n_2}}{\frac{c}{n_1}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12} = \frac{1}{n_{21}} \quad n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$

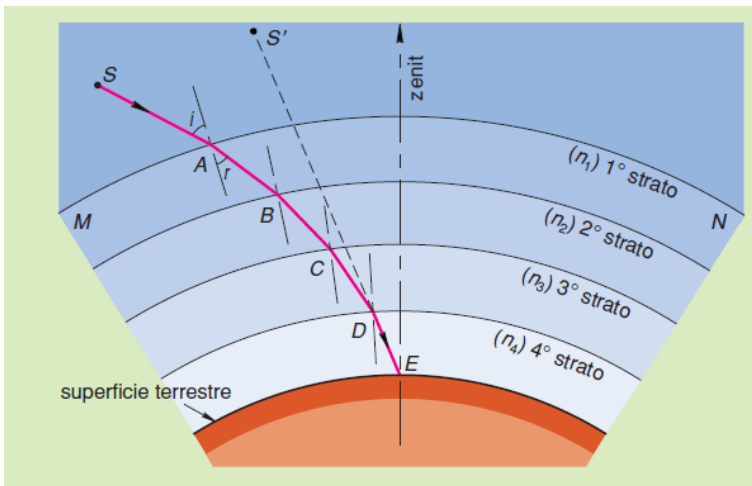
L'indice di rifrazione del mezzo **2** rispetto al mezzo **1** è uguale al rapporto fra l'indice di rifrazione assoluto del mezzo **2** rispetto al mezzo **1**.

Risulta pure:  $n_{21} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\frac{v_1}{v_2}} = \frac{1}{n_{12}}$

L'indice di rifrazione relativo al passaggio di un raggio luminoso dal mezzo **1** al mezzo **2** è uguale al reciproco dell'indice di rifrazione relativo al passaggio dal mezzo **2** al mezzo **1**.

Una prima importante conseguenza che deriva da questa relazione è la **invertibilità del cammino luminoso** anche nel caso della rifrazione. Questo significa che se la sorgente luminosa è posta in F il raggio luminoso percorre il cammino FPQ. Se è posta in Q il raggio luminoso percorre il cammino inverso QPF.

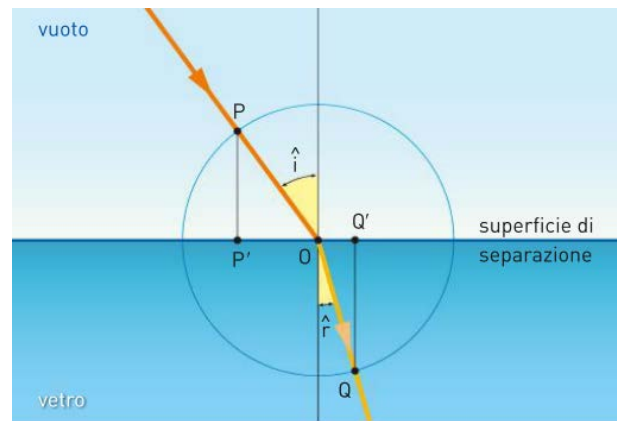
L'indice di rifrazione assoluto dei gas, ed in particolare dell'aria, è molto vicino al valore 1. Per l'aria abbiamo:  $n = 1,00029$ .



**FIGURA 3** La presenza dell'atmosfera, per effetto della rifrazione, provoca la sensazione, dalla Terra, di osservare una stella in  $S'$ , invece che nella sua reale posizione  $S$ .

Vediamo come è possibile introdurre il concetto di indice di rifrazione utilizzando un procedimento geometrico.

Consideriamo un raggio luminoso che passa dal vuoto ad un mezzo trasparente (ad esempio vetro). Consideriamo una circonferenza avente come centro il punto di incidenza  $O$  e raggio arbitrario. Siano  $P$  e  $Q$  i punti d'intersezione della circonferenza rispettivamente col raggio incidente e col raggio rifratto.



Si dimostra teoricamente e si verifica sperimentalmente che al variare dell'angolo di

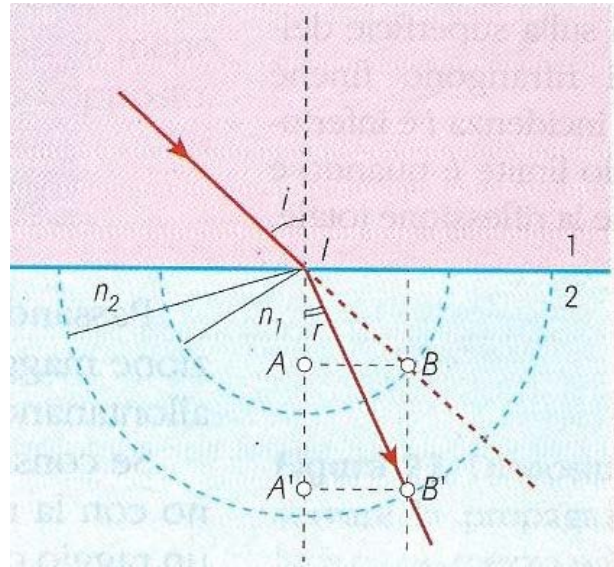
incidenza  $\hat{i}$  e quindi anche dell'angolo di rifrazione  $\hat{r}$  vale la relazione:  $n = \frac{OP'}{OQ'}$

$P'$  e  $Q'$  sono le proiezioni sulla superficie di separazione tra i due mezzi dei punti  $P$  e

$Q$ . Se i mezzi separazione sono due mezzi qualsiasi abbiamo:  $n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}}$

Determinazione grafica del raggio rifratto

Con centro nel punto di incidenza  $\mathcal{J}$  del raggio incidente, tracciamo un arco di raggio  $n_1$  (indice di rifrazione del primo mezzo) e un secondo arco di raggio  $n_2$  (indice di rifrazione del secondo mezzo). Successivamente prolunghiamo il raggio incidente fino ad incontrare il primo arco nel punto  $B$ . Da questo punto tracciamo la perpendicolare alla superficie di



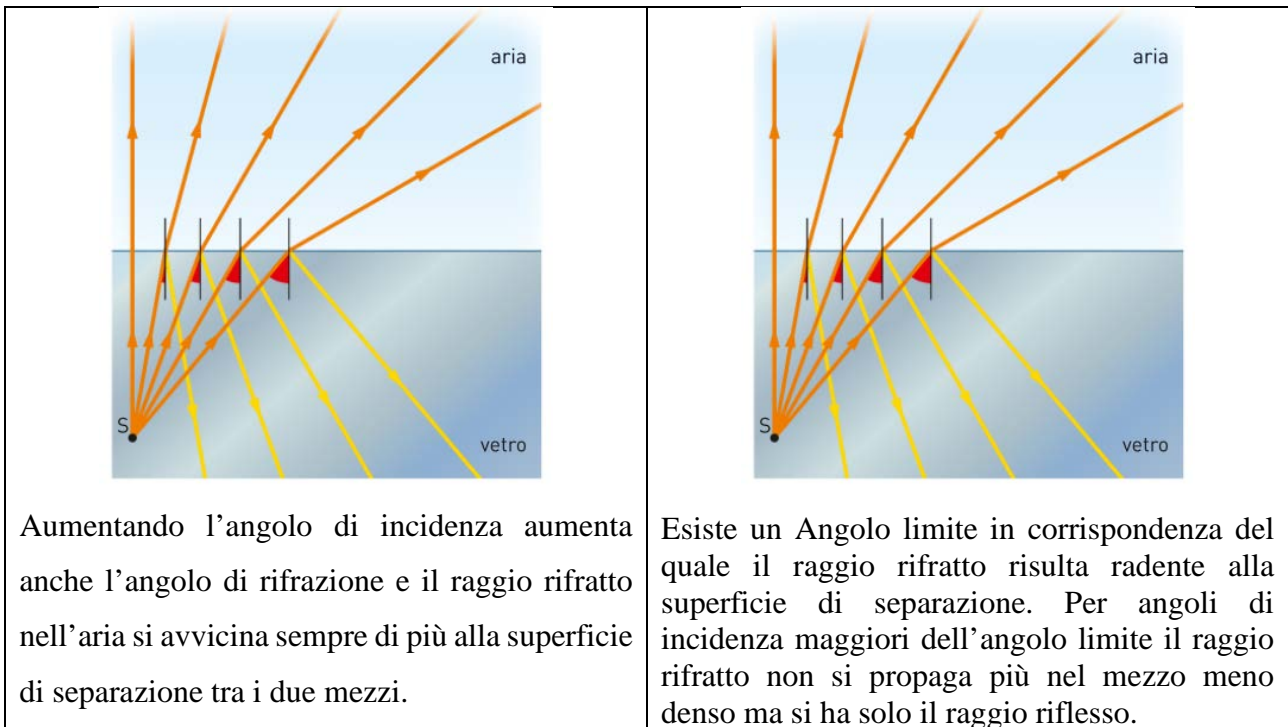
separazione dei due mezzi e determiniamo il punto  $B'$  in cui essa incontra il secondo arco. Il raggio rifratto passa per questo punto d'intersezione.

$$IB = n_1 \quad \widehat{AIB} = \hat{i} \quad AB = IB \cdot \sin \hat{i} = n_1 \cdot \sin \hat{i} \quad IB' = n_2 \quad IB' = IB \cdot \sin \hat{r} = n_2 \cdot \sin \hat{r}$$

$$AB = A'B' \Rightarrow n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}$$

Angolo limite e riflessione totale

Consideriamo i raggi luminosi provenienti dalla sorgente luminosa puntiforme  $S$  posta in un blocco di vetro. Poiché l'indice di rifrazione del vetro è maggiore di quello dell'aria, quando il raggio luminoso esce dal vetro si rifrange allontanandosi dalla perpendicolare alla superficie di separazione dei due mezzi attraversati



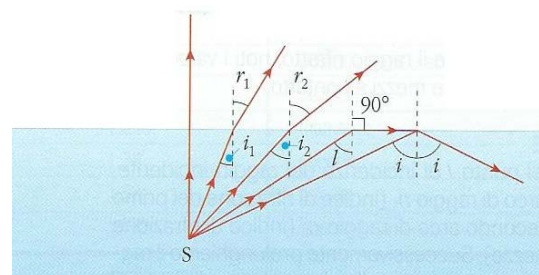
Aumentando l'angolo di incidenza aumenta anche l'angolo di rifrazione e il raggio rifratto nell'aria si avvicina sempre di più alla superficie di separazione tra i due mezzi.

Esiste un Angolo limite in corrispondenza del quale il raggio rifratto risulta radente alla superficie di separazione. Per angoli di incidenza maggiori dell'angolo limite il raggio rifratto non si propaga più nel mezzo meno denso ma si ha solo il raggio riflesso.

Quando un raggio luminoso passa da un mezzo più rifrangente (ad esempio acqua) ad uno meno rifrangente (ad esempio aria) accade che per un ben definito valore dell'angolo di incidenza  $\ell$  l'angolo di rifrazione sia uguale a  $90^\circ$ , cioè il raggio rifratto esce parallelamente alla superficie di separazione.

Tale valore dell'angolo di incidenza è chiamato **angolo limite** (indicato col simbolo  $\ell$ ) perché, per angoli di incidenza maggiori di esso, il raggio di luce non viene più rifratto ma viene riflesso propagandosi nello stesso mezzo del raggio incidente. Il fenomeno prende il nome di **riflessione totale**. Nella rifrazione da un mezzo più rifrangente ad un mezzo meno rifrangente, l'**angolo limite** è l'**angolo di incidenza** cui corrisponde un **angolo di rifrazione** di  $90^\circ$ .

I raggi provenienti dalla sorgente  $S$  posta nell'acqua, giunti sulla superficie di separazione dell'acqua, si rifrangono finché l'angolo di incidenza  $\hat{i}$  è inferiore all'angolo limite  $\ell$ . Quando è  $\hat{i} > \ell$  avviene la **riflessione totale**.





Sia S una sorgente luminosa posta nel mezzo più rifrangente. Quando la luce passa da un mezzo più denso ad uno meno denso, all'aumentare dell'angolo di incidenza  $\hat{i}$  aumenta anche l'angolo di rifrazione  $\hat{r}$ . Il raggio rifratto si allontana sempre più dalla normale nel punto di incidenza finché forma con essa un angolo di  $90^\circ$ .

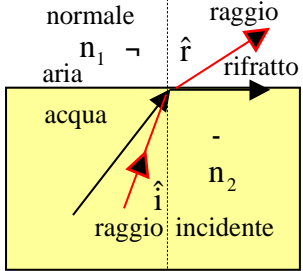
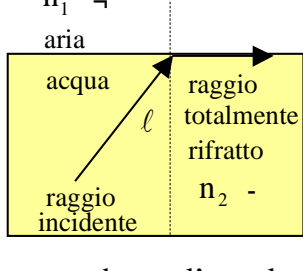
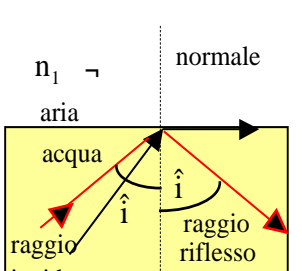
L'angolo di incidenza  $\ell$  a cui corrisponde un angolo di rifrazione  $\hat{r} = 90^\circ$  prende il nome di **angolo limite**. Il valore di  $\ell$  si calcola ricordando che:  $\frac{\sin \ell}{\sin 90^\circ} = \frac{n_1}{n_2}$  e che per

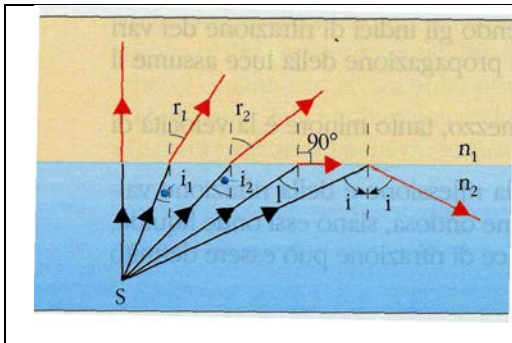
l'aria l'indice di rifrazione assoluta è  $n_1 = 1$   $\sin \ell = \frac{1}{n_2}$

**Il seno dell'angolo limite è uguale al reciproco dell'indice di rifrazione assoluto del mezzo più denso quando il primo mezzo è l'aria.**

Nel caso dell'acqua è  $n_2 = 1,33$  abbiamo:  $\sin \ell = \frac{1}{1,33} = 0,75$   $\ell = 49^\circ$

In generale abbiamo:  $\sin \ell = \frac{n_1}{n_2}$   $\ell = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$

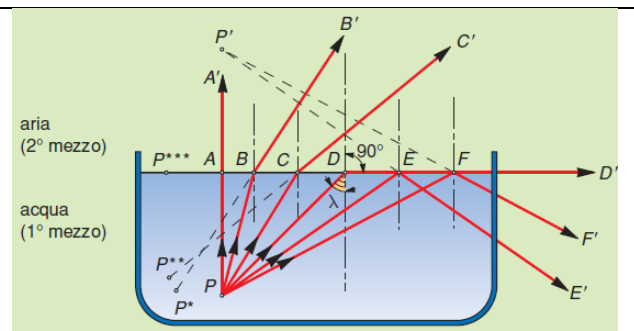
		
<p>Il raggio incidente si rifrange nell'aria. Per l'aria l'indice di rifrazione assoluto vale uno, cioè: <math>n_1 = 1</math></p>	<p>Aumentando l'angolo di incidenza <math>\hat{i}</math> fino al valore <math>\ell</math>, il raggio incidente si rifrange parallelamente alla superficie dell'acqua. Questo particolare angolo di incidenza <math>\ell</math> si chiama <b>angolo limite</b>.</p>	<p>Quando l'angolo di incidenza è maggiore dell'angolo limite, il raggio luminoso invece di rifrangersi nell'aria, si riflette all'interno dell'acqua, come se la superficie di separazione acqua-aria fosse uno specchio.</p>



La **riflessione totale** della luce proveniente da una sorgente puntiforme **S** avviene per tutti gli angoli di incidenza maggiori dell'**angolo limite**  $\ell$ . Se il raggio luminoso incide con un angolo pari all'**angolo limite**  $\ell$ , il raggio rifratto segue la superficie di separazione **aria-acqua**.

Si chiama **angolo limite** quel valore dell'angolo d'incidenza a cui corrisponde un angolo di rifrazione pari a  $90^\circ$ .

Un raggio luminoso che si propaga da un mezzo più denso ad uno meno denso dà luogo alla rifrazione solo se l'angolo d'incidenza è minore dell'angolo limite  $\lambda$ . In caso contrario si ottiene una riflessione del raggio luminoso, cioè la superficie di separazione si comporta come uno specchio.

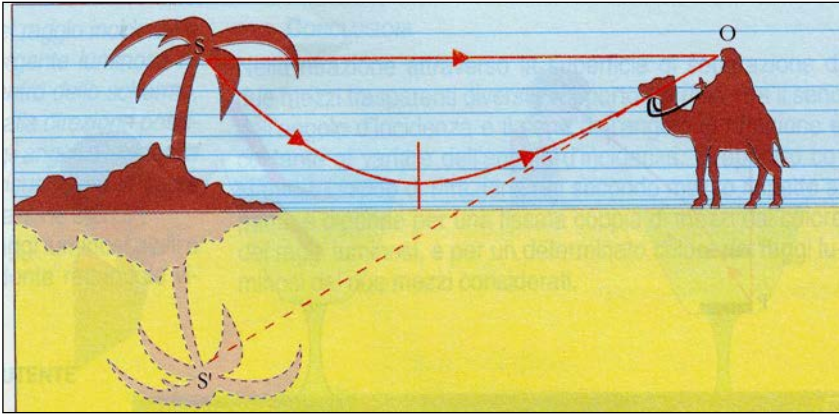


### Illusioni ottiche

#### Il miraggio

Fenomeno ottico dovuto alla rifrazione della luce che fa apparire un oggetto ad una distanza ed in una posizione diverse da quelle reali. I fenomeni di miraggio sono originati dal fatto che l'atmosfera terrestre può essere considerata come costituita da tanti strati d'aria, sovrapposti e paralleli alla superficie terrestre, di diversa densità. Quando gli strati d'aria inferiori sono molto meno densi di quelli superiori si hanno i **fenomeni di miraggio**, in caso contrario si hanno i **fenomeni di fata morgana**.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Il termine **fata morgana** deriva dalla mitica fata che possedeva, nelle leggende riguardanti certi personaggi della corte del re Artù, il magico potere di creare castelli in aria.



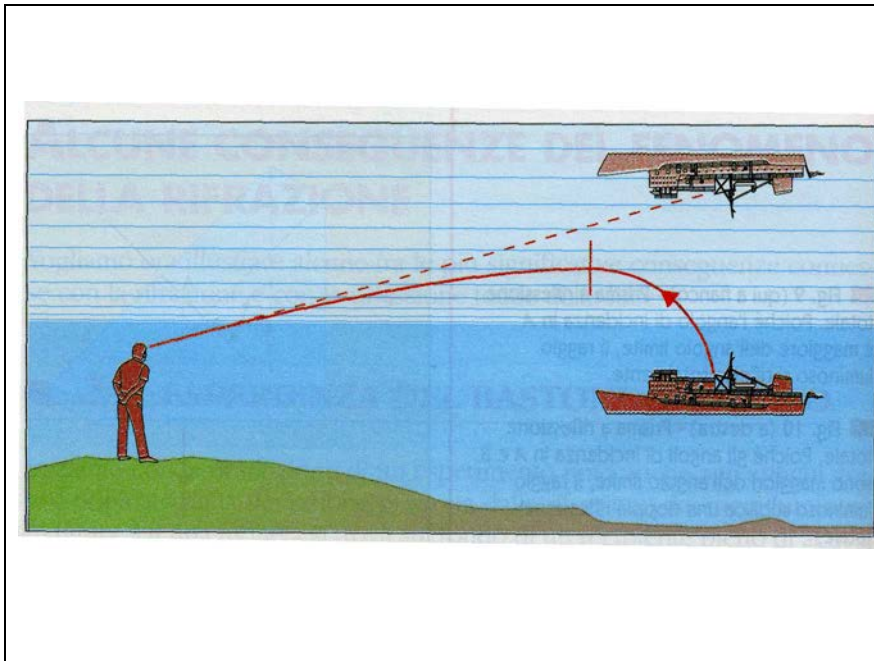
### Miraggio

Mentre il raggio  $SO$ , che si propaga lungo uno strato d'aria caratterizzato da una densità costante, non subisce deviazione, quello che si propaga verso il basso,

incontrando strati d'aria più caldi e quindi meno densi, si allontana dalla normale finché si riflette totalmente. L'osservatore vede l'albero e la sua immagine capovolta come se l'oggetto si fosse riflesso in uno specchio d'acqua.

In natura la **riflessione totale** può portare a fenomeni di **miraggio** per i quali si vedono contemporaneamente gli oggetti e le loro immagini capovolte e leggermente tremolanti, come se fossero riflesse da uno specchio d'acqua. Normalmente gli strati di aria più bassa sono anche i più densi, ma se il terreno è molto caldo, può avvenire che l'aria, al suo contatto, si riscaldi notevolmente diventando meno densa. In queste condizioni un raggio proveniente da  $S$  e diretto verso il suolo, incontra strati d'aria via via meno densi e, quindi, meno rifrangenti, perciò si rifrange allontanandosi gradatamente dalla normale. Siccome la rifrazione avviene sempre da uno strato più rifrangente ad uno meno rifrangente, l'angolo di incidenza cresce sempre di più, e ad un certo momento supererà il valore dell'angolo limite. In tali condizioni avviene il fenomeno della **riflessione totale** e di conseguenza il raggio luminoso si allontana dal suolo. L'osservatore posto in  $O$  vede l'immagine nella posizione  $S'$ , come se l'albero si fosse riflesso in uno specchio d'acqua. In questo consiste il fenomeno del **miraggio**, nel fatto cioè che l'osservatore vede insieme l'oggetto e la sua immagine. Il tremolio dell'immagine è dovuto ai moti convettivi dell'aria calda. Il **miraggio** si verifica frequentemente nei deserti.

La fata morgana



Fata morgana

Un raggio luminoso che parte da una nave, se incontra strati d'aria meno densi, si rifrange allontanandosi dalla normale finché si riflette totalmente. L'osservatore che lo intercetta vede la nave in alto.

Nel caso in cui gli strati d'aria superiori siano meno densi di quelli inferiori, può accadere che dei raggi luminosi diretti verso l'alto subiscano una riflessione totale e ritornino verso il basso. In figura è mostrato un raggio luminoso che parte da una nave. L'osservatore che intercetta il raggio vede la nave in alto e capovolta, come se volasse. E' questo il fenomeno della *fata morgana*.

Rifrazione della luce attraverso una lastra a facce piane e parallele

Consideriamo una lastra a facce piane e parallele, costituita da un mezzo trasparente di indice di rifrazione  $n_2$  (ad esempio vetro), immersa in un altro mezzo trasparente di indice di rifrazione  $n_1$  (ad esempio aria). Potrebbe essere una lastra di vetro immersa nell'aria. Un raggio luminoso che colpisce la lastra nel punto **A**, incidendo con un angolo  $\hat{i}$  si rifrange avvicinandosi alla normale. Il raggio rifratto incontra la seconda faccia della lastra con un angolo di incidenza uguale ad  $\hat{r}$  e si rifrange nuovamente allontanandosi dalla normale.

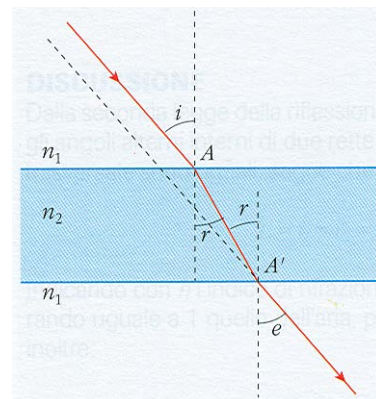
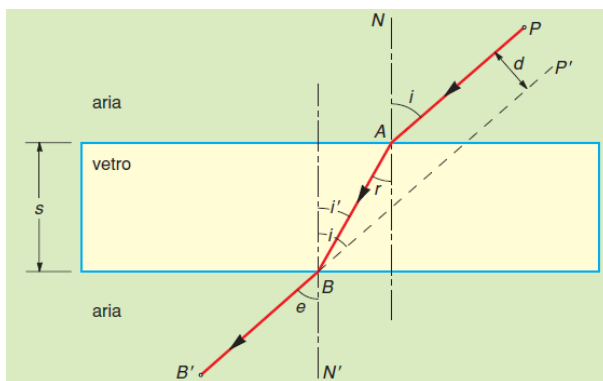
Indichiamo con  $\hat{e}$  l'angolo che il raggio emergente dalla lastra forma con la normale nel punto  $A'$ . Per le due successive rifrazioni valgono le seguenti relazioni:

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \quad n_2 \cdot \sin \hat{r} = n_1 \cdot \sin \hat{e}$$

Dividendo queste due uguaglianze membro a membro otteniamo:

$$\frac{n_1 \cdot \sin \hat{i}}{n_1 \cdot \sin \hat{e}} = \frac{n_2 \cdot \sin \hat{r}}{n_2 \cdot \sin \hat{r}} \quad \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{e}} = 1 \quad \sin \hat{i} = \sin \hat{e} \quad \hat{i} = \hat{e}$$

Cioè l'angolo di emergenza  $\hat{e}$  è uguale all'angolo di incidenza  $\hat{i}$ . Questo vuole dire che il raggio è parallelo al raggio incidente.

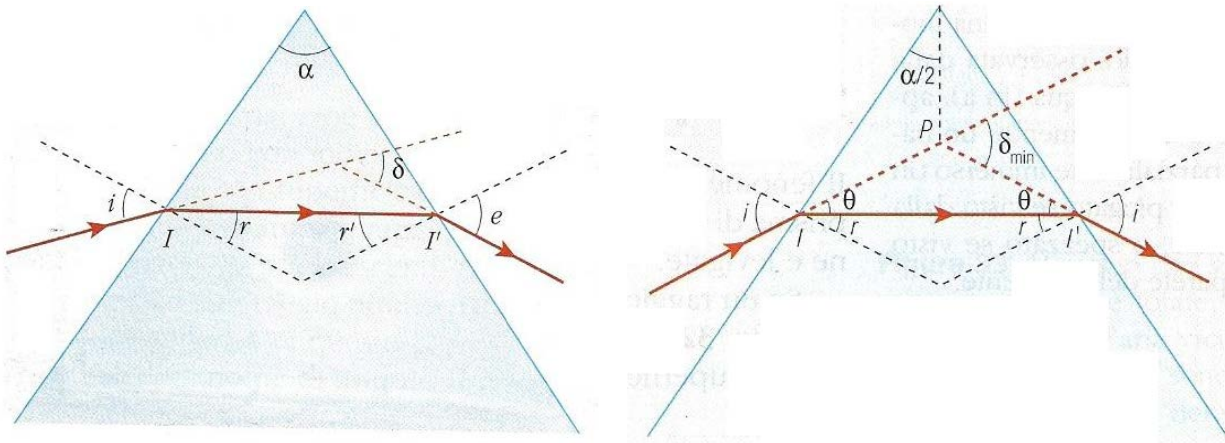


Rifrazione attraverso una lastra a facce piane e parallele. Il raggio incidente  $PA$  e quello emergente  $BB'$  sono paralleli e traslati del tratto  $d$ .

### Il prisma ottico

Un prisma ottico è un mezzo trasparente limitato da due facce piane non parallele. L'angolo  $\alpha$  formato da queste due facce si chiama **angolo di rifrangenza** del prisma. Nell'ipotesi che il prisma rappresentato in figura sia più rifrangente del mezzo nel quale si trova immerso, consideriamo un raggio di luce che, arrivando sulla prima faccia nel punto  $\mathcal{J}$  si rifrange avvicinandosi alla normale. Il raggio rifratto arriva sulla seconda faccia del prisma e, se l'angolo  $\hat{r}'$  che forma con la normale nel punto d'incidenza  $\mathcal{J}'$  è minore dell'angolo limite del materiale di cui è fatto il prisma, il raggio esce la prisma allontanandosi dalla normale.

L'angolo formato dal raggio uscente con la normale, indicato con  $\hat{e}$ , si chiama angolo di emergenza, mentre quello formato dal raggio uscente con la direzione del raggio incidente, indicato con  $\delta$ , si chiama angolo di deviazione, perché esprime la deviazione complessiva subita dal raggio delle due rifrazioni. L'angolo  $\delta$  dipende dall'angolo di incidenza  $\hat{i}$ , dall'angolo di rifrangenza  $\alpha$  e dalla natura ottica del materiale che costituisce il prisma, cioè dal suo indice di rifrazione  $n$ . Pertanto, misurando  $\delta$ , si può determinare  $n$ .





Se prendiamo un prisma triangolare di vetro, o di altra sostanza trasparente (fig. 193), e facciamo arrivare sopra una sua faccia un raggio di luce *rossa* o *gialla*, ottenuta quest'ultima con una lampada al sodio, il raggio penetrando nel prisma si avvicina alla normale e devia accostandosi alla base **BC** del prisma.

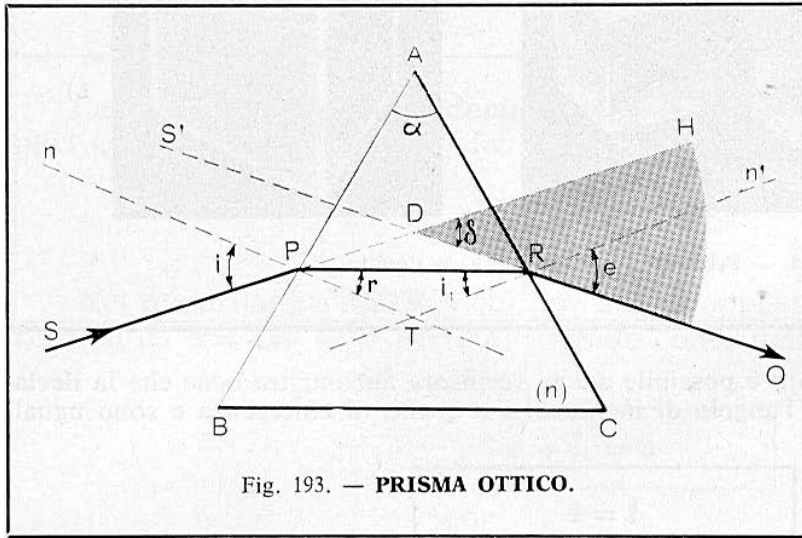


Fig. 193. — PRISMA OTTICO.

Giungendo all'altra faccia **CA**, se il suo angolo di incidenza è minore dell'*angolo limite*, passa nell'aria allontanandosi dalla normale, cioè si accosta ancor più alla base.

In definitiva: il raggio **RO** emergendo dal prisma forma con il raggio incidente **SP** un angolo  $\widehat{HDO} = \delta$  che si dice *angolo di deviazione* del prisma.

In definitiva: il raggio **RO** emergendo dal prisma forma con il raggio incidente **SP** un angolo  $\widehat{HDO} = \delta$  che si dice *angolo di deviazione* del prisma.

1. Facendo variare l'angolo di incidenza da  $0^\circ$  (incidenza normale) a  $90^\circ$  (incidenza radente), l'angolo di deviazione dapprima diminuisce, raggiunge un minimo e poi torna ad aumentare.
2. L'angolo di deviazione aumenta con l'angolo di rifrangenza.
3. A parità di angolo di rifrangenza e di incidenza, la deviazione dipende dalla sostanza del prisma e precisamente aumenta con l'indice di rifrazione.

**Calcolo dell'angolo di deviazione.** — Per il calcolo di  $\delta$  bastano semplici considerazioni geometriche. Dal triangolo **PRT** si ha:

$$r + i_1 = 180^\circ - T^\circ.$$

Nel quadrilatero **APTR**, i cui due angoli opposti  $\widehat{P}$  ed  $\widehat{R}$  sono entrambi retti, si ha  $\alpha = 180^\circ - T^\circ$  per cui, tenendo conto della relazione precedente:

$$r + i_1 = \alpha \quad (a)$$

Infine, l'angolo di deviazione  $\delta$ , che è esterno del triangolo **PRD**, è uguale alla somma degli angoli interni non adiacenti  $DPR = i - r$  e  $PRD = e - i_1$  ossia

$$\delta = i - r + e - i_1$$

e tenendo conto della (a);

$$\delta = i + e - \alpha \quad (51)$$

ANGOLO DI DEVIAZIONE

**Angolo di deviazione minima.** — Abbiam detto che l'angolo di deviazione assume un valore minimo  $\delta_m$  e l'esperienza e il calcolo teorico ci dicono che questa circostanza si verifica quando  $i = e$ .

In questo caso si ha pure:

$$r = i_1 \quad \text{e allora la (51) diventa} \quad \delta_m = 2i - \alpha \quad \text{ossia}$$

$$i = \frac{\delta_m + \alpha}{2} \quad (b)$$

e la (a) determinata sopra diventa  $2r = \alpha$  da cui

$$r = \frac{\alpha}{2} \quad (c)$$

**La legge di Snell, nel caso della deviazione minima, si scrive:** 
$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

**Per avere emergenza, l'angolo di rifrangenza  $\alpha$  del prisma deve essere minore del doppio dell'angolo limite  $\hat{\ell}$  caratteristico della sostanza del prisma.**

La luce: fenomeno corpuscolare o fenomeno ondulatorio

Sulla natura della luce sono stati proposti due modelli: quello **corpuscolare** proposta da Isacco Newton e quello **ondulatorio** proposto da Cristiano Huygens.

- Secondo il **modello corpuscolare** la luce è un flusso di particelle microscopiche (corpuscoli) emesse dalle sorgenti luminose. Tali particelle si propagano in linea retta. Questo modello spiega bene ed in modo semplice i fenomeni della **riflessione** e della **rifrazione**, ma non è in grado di spiegare i fenomeni dell'**interferenza** e della **diffrazione**.

- Secondo il **modello ondulatorio** la luce è un'onda, simile alle onde sonore. Questo modello è in grado di spiegare i fenomeni della riflessione, della rifrazione, della interferenza e della diffrazione, ma non è in grado di spiegare l'**effetto fotoelettrico**.



Secondo la teoria corpuscolare la luce aumenta la sua velocità quando passa da un mezzo meno rifrangente ad uno più rifrangente e questo non è vero. La teoria ondulatoria prevede, giustamente, che la velocità della luce diminuisce. La teoria ondulatoria necessitava di un mezzo materiale per la propagazione della luce e per questo motivo si era ipotizzato l'esistenza di un mezzo particolare, cioè l'etere dotato di particolari proprietà. Si è dimostrato che l'etere non esiste.

Il modello ondulatorio si impose quando il fisico James Clerk Maxwell dimostrò che la luce è un'onda elettromagnetica, cioè un'onda che si propaga anche nel vuoto ed ha, come grandezze variabili in funzione del tempo e della posizione, il campo elettrico ed il campo magnetico.

La disputa sembrava finita con la vittoria del modello ondulatorio, quando nel 1905 Albert Einstein scoprì che la luce, quando colpisce un metallo provoca l'emissione di elettroni (**effetto fotoelettrico**), si comporta come se fosse costituita da una pioggia di particelle, i **fotoni**.

Oggi si ritiene che tutti e due i modelli sono validi in quanto la luce si comporta come un insieme di particelle in tutti i **fenomeni di interazione**, e come un'onda in tutti i **fenomeni di propagazione**.

- Le onde sonore di diversa frequenza sono percepite dall'orecchio come suoni di diversa altezza.
- Le onde luminose di diversa frequenza sono percepite dall'occhio come luce di diverso colore.
- la velocità della luce nel vuoto è indicata col simbolo  $c$  e vale:

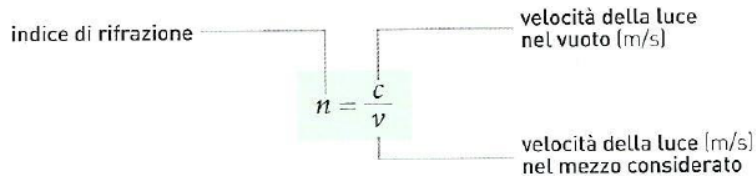
$$c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocità della luce varia al variare del mezzo nel quale si propaga, ma è sempre minore di  $c$ .

Si definisce **indice di rifrazione** di un mezzo il rapporto tra il valore della velocità della luce nel vuoto e quello della velocità della luce nel mezzo nel quale si propaga.

$$n = \frac{c}{v}$$

La formula inversa  $v = \frac{c}{n}$  ci consente di calcolare la velocità della luce quando si propaga nel mezzo il cui indice di rifrazione è  $n$ .

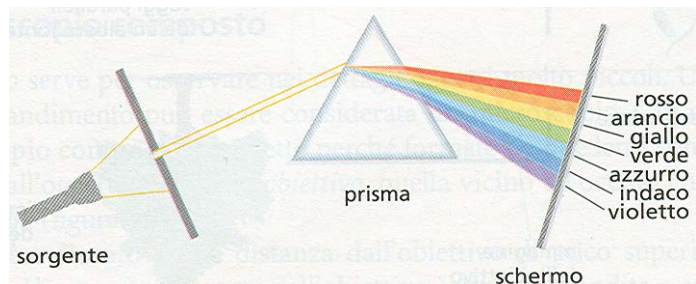


$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{n_{2,1}} \quad n_1 = \frac{c}{v_1} \quad n_2 = \frac{c}{v_2} \quad n_{2,1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

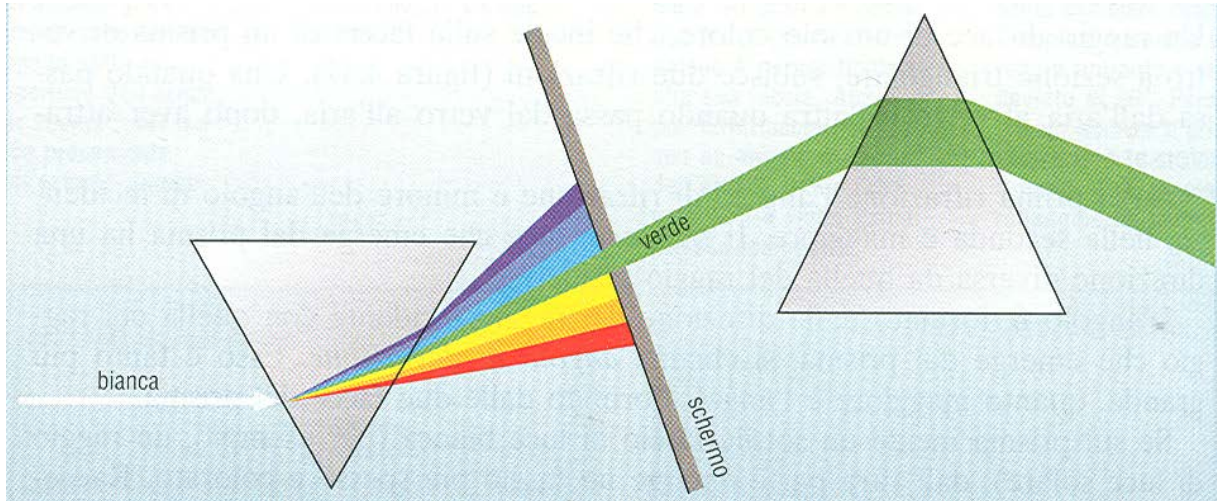
### La dispersione della luce

Per via sperimentale si dimostra che un fascio di luce bianca che incide su un prisma viene scomposto in sette fasci (non perfettamente distinti) che hanno colori diversi: **rosso**, **arancione**, **giallo**, **verde**, **azzurro**, **indaco** e **violetto**. Questo fenomeno si chiama **dispersione della luce** e fu studiato per primo da Newton nel 1666. Newton chiamò spettro la distribuzione dei colori.

Un fascio di luce bianca attraversa la fenditura e viene rifratto due volte dal prisma (all'entrata ed all'uscita). Sullo schermo il fascio di luce bianca risulta disperso, cioè suddiviso nei 7 colori che formano la luce bianca.

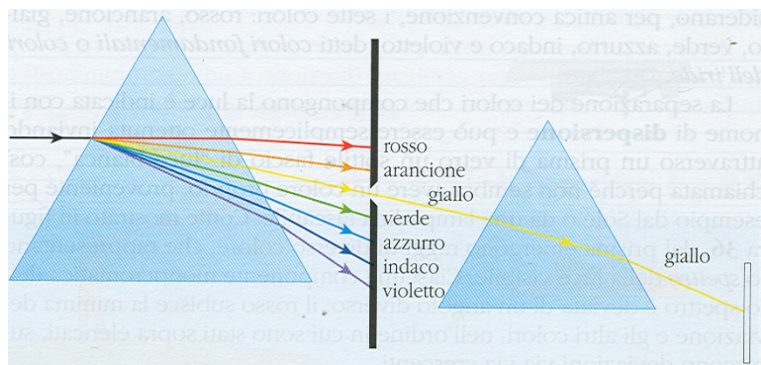


**Definizione:** la dispersione della luce consiste nella scomposizione in diversi colori della luce bianca che incide su un prisma. E' dovuta al fatto che l'indice di rifrazione del mezzo cambia con il colore della luce incidente.



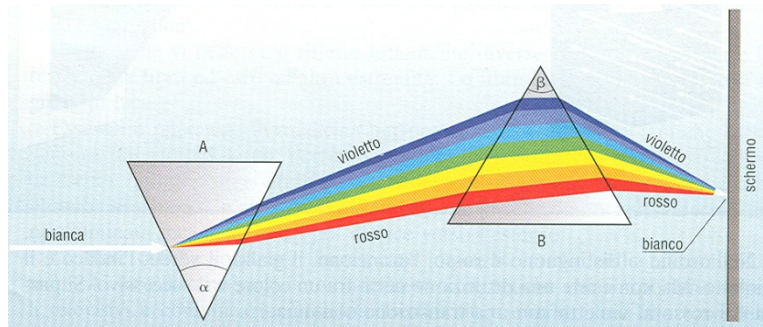
Un sottile fascio di luce bianca incide sul prisma di sinistra e viene suddiviso nei 7 colori dello spettro. Una fenditura, posta nello schermo in mezzo ai due prismi, seleziona il raggio verde. Dopo avere attraversato il secondo prisma, questo raggio riemerge senza essere ulteriormente suddiviso. Questo significa che i colori dello spettro sono colori puri, che non possono essere scomposti.

A differenza della luce bianca, un **raggio luminoso monocromatico** non può essere ulteriormente scomposto.

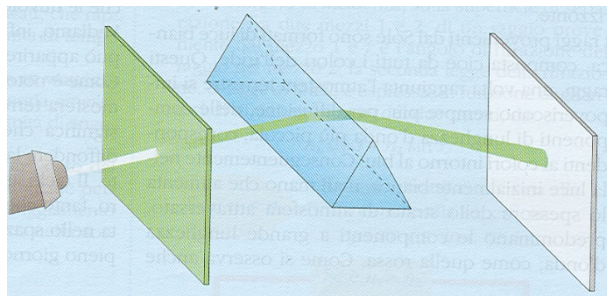




Un raggio di luce solare attraversa il prisma di sinistra, da cui esce suddiviso nei colori dello spettro. I diversi raggi colorati passano poi nel prisma di destra, che li ricompone in un unico raggio di luce bianca. Ciò prova che la luce bianca è una combinazione dei colori dello spettro.

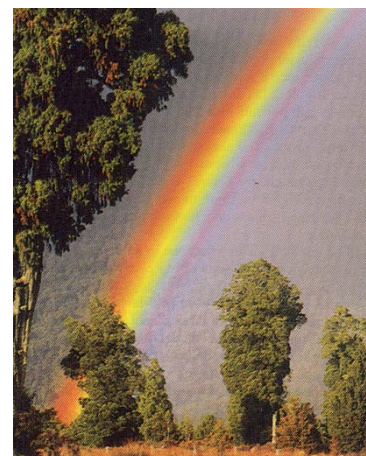
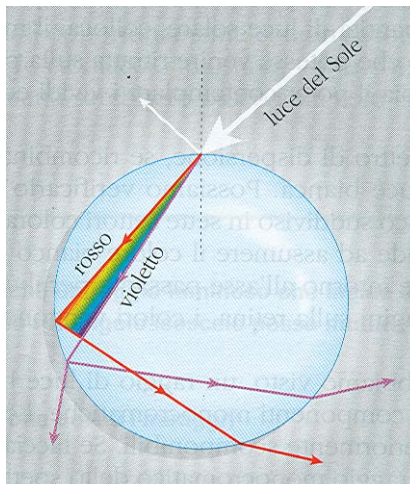


Il colore di un corpo trasparente colpito dalla luce bianca è quello della componente monocromatica non assorbita. Nel caso della figura una lastra di colore verde attraversata da luce bianca assorbe tutte le radiazioni monocromatiche con esclusione della radiazione monocromatica verde. Il prisma ottico e lo schermo confermano questo risultato.



L'esempio più affascinante della dispersione della luce si realizza nel **fenomeno dell'arcobaleno**. Quando la luce del Sole viene intercettata dalle goccioline di acqua, presenti nell'atmosfera dopo un temporale, parte della luce si rifrange quando penetra al loro interno, viene riflessa dalla superficie interna (riflessione totale) e poi rifratta all'esterno. Come nel caso del prisma, la prima rifrazione separa la luce solare nei suoi componenti, la seconda ne aumenta la separazione angolare.

Un raggio di luce proveniente dal Sole incide sulla superficie esterna di una goccia sferica di acqua. Si verificano i seguenti fenomeni:



- rifrazione • riflessione totale • rifrazione

Nel 1666 Isacco Newton, studiando il fenomeno della rifrazione della luce scoprì che un raggio di luce proveniente dal Sole (comunemente detta **luce bianca**, attraversando un prisma di vetro, proietta sopra uno schermo non una macchia luminosa bianca, ma un'immagine luminosa composta da sette colori distinti, **rosso**, **arancione**, **giallo**, **verde**, **azzurro**, **indaco** e **violetto**. Il fenomeno scoperto da Newton viene chiamato **dispersione della luce**. La fascia di colori visualizzata sullo schermo viene chiamata lo **spettro della luce solare**, ed i sette colori che lo compongono sono detti **colori fondamentali**. Il modo più semplice per spiegare il fenomeno della **dispersione della luce** è di pensare che un raggio di luce solare sia composto da una serie di radiazioni, ciascuna di un colore diverse (**radiazioni monocromatiche**), le quali, nel loro insieme, generano l'effetto di colore che chiamiamo "**bianco**". Se invece facciamo incidere su un prisma di vetro un raggio composto da uno solo dei colori dello spettro (**raggio monocromatico**), notiamo che esso non subisce una ulteriore dispersione.

Il fenomeno della dispersione ha la seguente interpretazione teorica:

- ad ogni colore corrisponde una diversa velocità di propagazione nello stesso mezzo trasparente. Il violetto, che si piega di più, ha una velocità di propagazione minore del rosso che si piega di meno. Quindi **un raggio di luce monocromatica ha una sua specifica velocità di propagazione in ogni mezzo materiale**. Tale velocità è tanto maggiore quanto minore è l'indice di rifrazione del materiale stesso.
- la **lunghezza d'onda  $\lambda$  di una radiazione monocromatica non ha lo stesso valore in tutte le condizioni**, ma dipende dal mezzo nel quale essa si propaga, e cambia passando da un mezzo ad un altro.
- La grandezza che caratterizza in modo univoco il colore di un fascio luminoso è la sua frequenza  $\nu$ , che non è influenzata dal mezzo di propagazione.

Ad esempio, la luce che chiamiamo rossa ha una frequenza pari a  $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Tuttavia è rimasta molto comune l'abitudine di identificare il colore di una radiazione con la sua lunghezza d'onda, sottintendendo che si tratta della lunghezza d'onda relativa alla propagazione nel vuoto (o nell'aria, dato che la differenza tra i due valori è trascurabile ai fini pratici). Nel vuoto abbiamo:  $\lambda \nu = c$  (in questo caso  $\lambda$  e  $\nu$  sono costanti per ogni colore) In un mezzo materiale abbiamo:  $\lambda \cdot \nu = v$   $\nu = \frac{v}{\lambda}$   $v$  = velocità di propagazione del raggio luminoso monocromatico. Se il raggio luminoso monocromatico si propaga in un altro mezzo cambia la velocità di propagazione  $v$ , cambia la lunghezza d'onda  $\lambda$  ma la frequenza  $\nu$  rimane sempre la stessa. Per questo motivo ogni colore ha una sua specifica frequenza il cui valore non dipende dal mezzo nel quale si propaga.

#### Ulteriori precisazioni sulla natura della luce

Per molto tempo i fisici hanno discusso sulla natura della luce e sui fenomeni connessi, passando da un modello corpuscolare ad un modello ondulatorio. Il modello corpuscolare era sostenuto da Newton. Secondo questo modello la luce è un insieme di particelle microscopiche, emesse dalle sorgenti luminose. Le particelle di luce si muovono in linea retta, rimbalzano sui corpi opachi, attraversano i mezzi trasparenti cambiando direzione e raggiungono i nostri occhi provocando la visione degli oggetti. Il modello ondulatorio era sostenuto dal fisico olandese Christian Huygens. Secondo questo modello la luce si propaga come un'onda e quindi ha le stesse proprietà delle onde: si riflette sui corpi opachi, si propaga nei mezzi, viene assorbita. Entrambi i modelli spiegano bene alcuni fenomeni luminosi, come la riflessione e la rifrazione. Sulla velocità di propagazione della luce in un mezzo sono in completo disaccordo. Infatti, mentre il modello corpuscolare prevede una velocità di propagazione della luce maggiore in un mezzo che nel vuoto, quello ondulatorio prevede il contrario. La teoria corpuscolare ebbe fortuna negli ambienti scientifici fino al 1800, perché riusciva a spiegare bene ed in maniera semplice i fenomeni della riflessione e della rifrazione.

Tuttavia essa non riusciva a spiegare i fenomeni di interferenza, di diffrazione e di polarizzazione. La disputa sulla natura della luce andò avanti per diverso tempo, fino a quando nel 1801 il fisico e medico inglese Thomas Young ideò e realizzò un famoso esperimento che convinse gli scienziati del carattere ondulatorio della luce. Young dimostrò che la luce è soggetta all'interferenza che è un fenomeno caratteristico ed esclusivo delle onde.

Il modello di Newton aveva subito un colpo mortale. Nel 1849 il francese Armand Louis Fizeau diede una ulteriore conferma sperimentale al modello ondulatorio, dimostrando che la velocità della luce è maggiore nel vuoto che in un qualsiasi mezzo. Se la luce viaggia come un'onda, allora bisogna associare ad ogni onda luminosa una velocità di propagazione, una frequenza, una lunghezza d'onda e queste tre grandezze debbono essere legate fra di loro dalla seguente relazione:  $\lambda \cdot \nu = v$ , che trovò la sua validità nei numerosi esperimenti effettuati dai fisici dell'epoca. Tuttavia esisteva un problema irrisolto, che metteva in discussione la teoria ondulatoria. Nel caso delle onde meccaniche esiste un mezzo materiale attraverso il quale le onde si propagano. Ma nessuno ha mai potuto individuare un mezzo di propagazione per le onde luminose. La teoria ondulatoria della luce, forte delle sue osservazioni sperimentali, era troppo convincente per essere messa in dubbio dalla mancanza di un mezzo di propagazione. Si diffuse perciò l'idea che lo spazio fosse occupato da un mezzo di caratteristiche molto particolari in grado di permettere la propagazione della luce. A questo mezzo venne dato il nome di **etere**, più precisamente **etere luminifero**.

Nel 1860 il fisico inglese James Clerk Maxwell specificò meglio la natura della luce: la radiazione luminosa non è un'onda meccanica longitudinale, come sosteneva Huygens, ma un'onda elettromagnetica trasversale che, come ogni altra onda elettromagnetica, viaggia nel vuoto alla velocità  $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = 300 \frac{km}{s}$ . La luce non ha bisogno di alcun mezzo per propagarsi, nemmeno dell'etere, la cui esistenza, ancora ammessa da Maxwell, fu negata successivamente dai fisici Michelson e Morley. Con Maxwell l'ottica diventò un capitolo dell'elettromagnetismo.

All'inizio del secolo scorso, quando la comunità scientifica sembrava finalmente convinta della natura ondulatoria della luce, Albert Einstein, per potere interpretare l'effetto fotoelettrico, cioè l'emissione di elettroni da parte di un metallo investito da radiazioni di opportuna frequenza, dovette ammettere la natura corpuscolare della luce. A prima vista l'ipotesi di Einstein sembrava piuttosto paradossale. Una radiazione elettromagnetica, e quindi anche la luce, doveva possedere una duplice natura: alcune volte si comportava da corpuscolo (detto **fotone**, di massa nulla ma dotato di energia e quantità di moto) e altre volte da onda. In effetti la luce si comporta da onda in tutti i fenomeni di propagazione, da corpuscolo in tutti i fenomeni di interazione. In seguito si è dimostrato che il **dualismo onda-corpuscolo** riflette una simmetria di carattere generale, costituisce cioè una legge della natura.

#### Il diottro sferico

- Dicesi **diottro sferico** (o semplicemente **diottro**) un sistema ottico costituito da due mezzi trasparenti omogenei di diverso indice di rifrazione  $n_1$  ed  $n_2$  separati da una superficie sferica **S** avente raggio **R** e centro **C**. Il diottro sferico è caratterizzato dai seguenti elementi:

(01) **angolo di apertura** è l'angolo  $Z\hat{C}U$

(02) **asse ottico principale** è l'asse di simmetria **OVC** passante per il centro di curvatura **C** della superficie di separazione dei due mezzi

(03) **asse secondario** è qualunque retta passante per il centro di curvatura **C** del diottro. Quindi si chiama **asse principale del diottro la retta passante per il centro di curvatura C e per il vertice V. Le altre rette passanti per C si dicono ASSI SECONDARI.**

(04) **vertice** è il punto d'intersezione **V** dell'asse ottico principale con la calotta sferica

(05) **R** è il raggio di curvatura (06) **C** è il centro del diottro



- Supporremo, in generale, che la luce provenga dalla sinistra
- Distingueremo due tipi di diottro sferico:

(a) **diottro convesso**: quando il centro di curvatura C si trova nel secondo mezzo

(b) **diottro concavo**: quando il centro di curvatura si trova nel primo mezzo

• Supporremo che nella rifrazione ogni raggio incidente dia luogo ad un solo raggio rifratto, cioè supporremo che la luce sia monocromatica .

• Sia  $n_1$  l'indice di rifrazione del mezzo in cui si propaga la luce incidente sulla superficie di separazione S ed  $n_2$  quello del mezzo in cui si ha la luce rifratta. Supponiamo che sia  $n_2 > n_1$  , supponiamo ad esempio che il primo mezzo sia aria ed il secondo vetro.

Se indichiamo con  $p$  e  $q$  rispettivamente le distanze del punto oggetto O e del corrispondente punto immagine I dal vertice V e con  $n_1$  ed  $n_2$  ( $n_2 > n_1$  ) gli indici di

rifrazione dei due mezzi, si dimostra che la seguente formula 
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad [1]$$

detta **equazione dei punti coniugati**<sup>2</sup> del diottro sferico secondo l'approssimazione di Gauss.

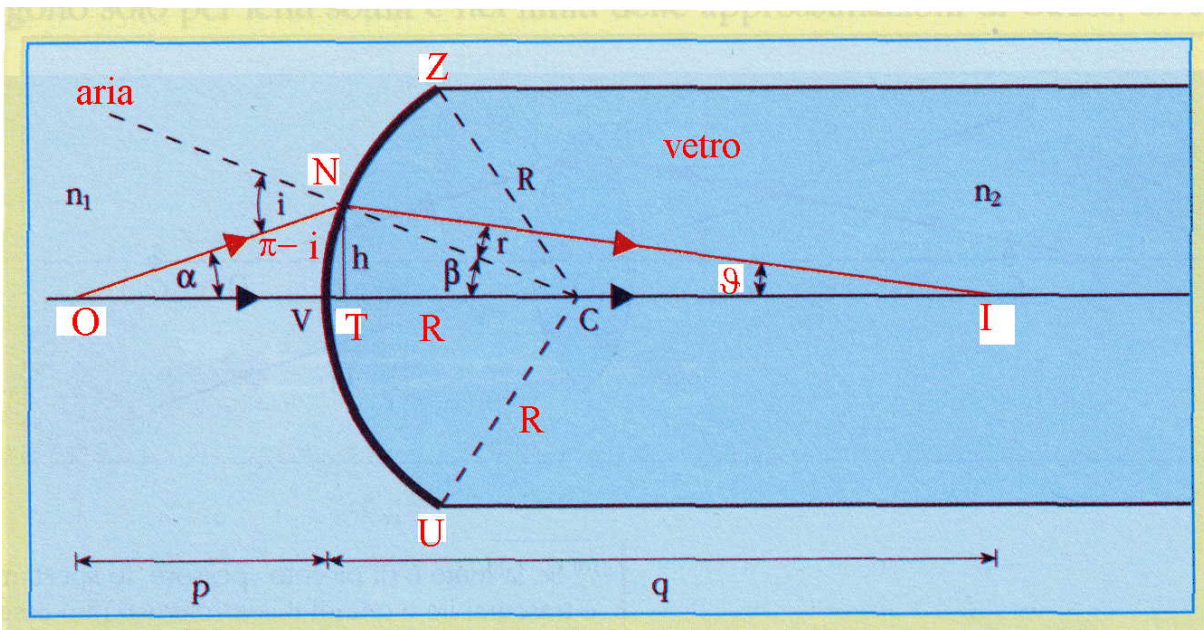
L'equazione [1] ci permette di determinare la posizione  $q$  del punto immagine I noti gli indici di rifrazione  $n_1$ ,  $n_2$ , il raggio R della calotta sferica e la posizione  $p$  del punto oggetto O.

Dimostriamo l'equazione [1]. Sia O [ O(p,0) ] una sorgente luminosa puntiforme posta sull'asse ottico principale . Un raggio luminoso qualsiasi ON , incidendo in N , subisce la rifrazione . Il raggio rifratto NI , passando da un mezzo meno rifrangente ad uno più rifrangente, sarà deviato verso la normale NC . Il raggio rifratto NI incontrerà l'asse ottico principale nel punto I. Per il fenomeno della rifrazione possiamo scrivere:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{cioè:} \quad n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}$$

<sup>2</sup> **Coniugati** nel senso che, per il **principio di reciprocità del cammino luminoso**, se il punto oggetto diventa punto immagine, il punto immagine diventa punto oggetto.

Consideriamo, fra i raggi monocromatici uscenti da O, il raggio OV che prosegue nel secondo mezzo di indice di rifrazione  $n_2$  senza subire la rifrazione in quanto incide normalmente sulla superficie esterna del diotro. I due raggi rifratti si incontrano nel punto I. Questo punto, **coniugato di O**, rappresenta l'immagine del **punto oggetto O**.<sup>3</sup>



- Seni di angoli supplementari sono uguali:  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$

<p>• <b>Teorema dei seni:</b> in un triangolo qualsiasi si mantiene costante il rapporto tra ciascun lato ed il seno dell'angolo opposto.</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	
--	--

- Se  $\alpha$  è molto piccolo ( $2^\circ < \alpha < 3^\circ$ ) si potrà porre

$$\overline{ON} \cong \overline{OV} = p \quad , \quad \overline{IN} \cong \overline{IV} = q \quad \quad OC = p + R \quad \quad CI = q - R$$

Applico il teorema dei seni al triangolo ONC:  $\frac{\sin \beta}{\sin(\pi - \hat{i})} = \frac{ON}{OC} \Rightarrow \sin \beta = \frac{ON}{OC} \cdot \sin \hat{i}$

<sup>3</sup> Un raggio uscente da O che si propaga secondo la direzione dell'asse ottico principale non viene deviato nell'attraversare la superficie di separazione dei due mezzi e passa anch'esso per I, che è l'immagine di O.

Applico il teorema dei seni al triangolo NCI:  $\frac{\sin(\pi - \beta)}{\sin \hat{r}} \Rightarrow \sin \beta = \frac{NI}{CI} \cdot \sin \hat{r}$

$$\sin \beta = \sin \beta \Rightarrow \frac{ON}{OC} \cdot \sin \hat{i} = \frac{NI}{CI} \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \frac{ON}{OC} \cdot n_2 = \frac{NI}{CI} \cdot n_1 \Rightarrow \frac{p}{p + R} \cdot n_2 = \frac{q}{q - R} \cdot n_1$$

$$q \cdot n_1 \cdot (p + R) = p \cdot n_2 \cdot (q - R) \Rightarrow pqn_1 + qRn_1 = pqn_2 - pRn_2 \Rightarrow$$

$$pRn_2 + qRn_1 = pqn_2 - pqn_1 \Rightarrow qRn_1 + pRn_2 = pq(n_2 - n_1) \Rightarrow$$

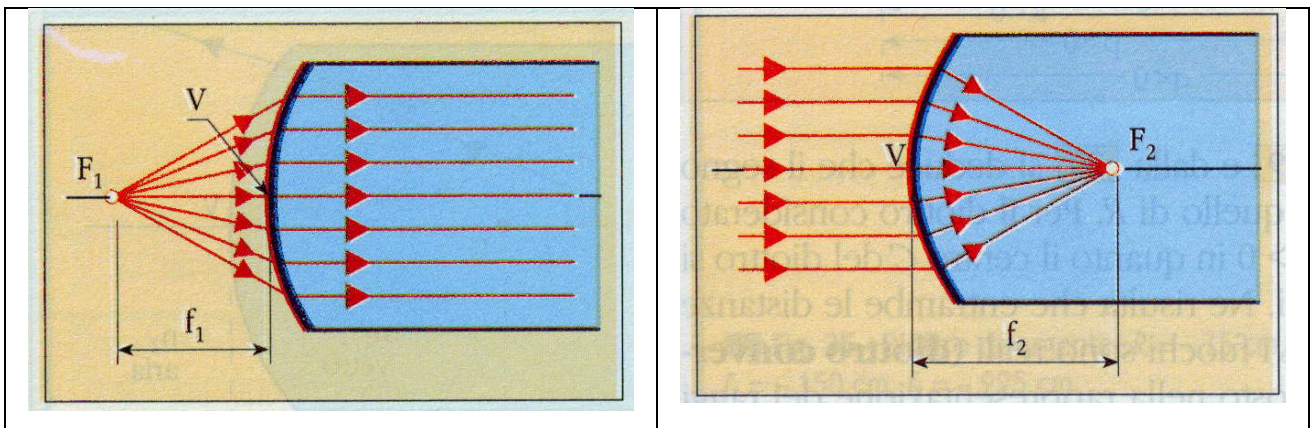
$$\frac{qRn_1}{pqR} + \frac{pRn_2}{pqR} = \frac{pq(n_2 - n_1)}{pqR} \Rightarrow \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

### Fuochi di un diottro sferico

In diottro sferico vengono definiti due **fuochi**. Precisamente si definisce:

(1) **primo fuoco**  $F_1$  il punto oggetto situato sull'asse ottico principale la cui immagine coniugata si forma all'infinito. I raggi luminosi di una sorgente puntiforme posta nel primo fuoco  $F_1$  dopo la rifrazione proseguono parallelamente all'asse ottico principale.

(2) **secondo fuoco**  $F_2$  è il punto dell'asse ottico principale dove convergono i raggi paralleli all'asse ottico principale dopo la rifrazione. Quindi il **secondo fuoco**  $F_2$  è quel punto dell'asse ottico principale che è l'immagine di un punto oggetto posto sull'asse ottico principale a distanza infinita.  $F_1(f_1;0)$  ,  $F_2(f_2;0)$



<p>Il <b>primo fuoco</b> <math>F_1</math> rappresenta quel punto in cui, ponendo una sorgente luminosa puntiforme, i raggi dopo la rifrazione proseguono paralleli all'asse ottico principale</p>	<p>Il <b>secondo fuoco</b> <math>F_2</math> rappresenta quel punto ove convergono dopo la rifrazione i raggi luminosi incidenti parallelamente all'asse ottico principale.</p>
---	--

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad q = \infty \quad p = f_1 \Rightarrow \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$p = f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad p = \infty \quad q = f_2 \Rightarrow \frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$q = f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{n_1}{n_2 - n_1} R}{\frac{n_2}{n_2 - n_1} R} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Essendo } n_1 > 0 \text{ ed } n_2 > 0 \text{ deduciamo che } f_1 \text{ ed } f_2 \text{ o sono}$$

entrambi positivi (**fuochi reali**) o sono entrambi negativi (**fuochi virtuali**).

$$f_2 - f_1 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R - \frac{n_1}{n_2 - n_1} R = \frac{n_2 - n_1}{n_2 - n_1} \cdot R = R$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \text{multiplico ogni termine del primo membro e del secondo membro}$$

per  $\frac{R}{n_2 - n_1}$  ottenendo  $\frac{1}{p} \cdot \frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot R + \frac{1}{q} \cdot \frac{n_2}{n_2 - n_1} \cdot R = 1 \Rightarrow$

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1 \quad [2] \quad \text{detta } \text{formola di Huygens} \text{ con l'approssimazione di Gauss .}$$

### Costruzione grafica dell'immagine in un diottro sferico

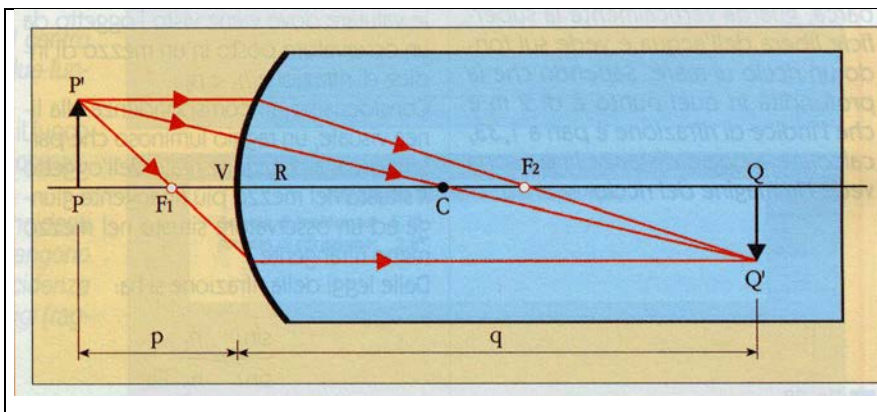
In un diottro sferico la costruzione grafica dell'immagine di un oggetto esteso si effettua tenendo presente le tre seguenti regole:



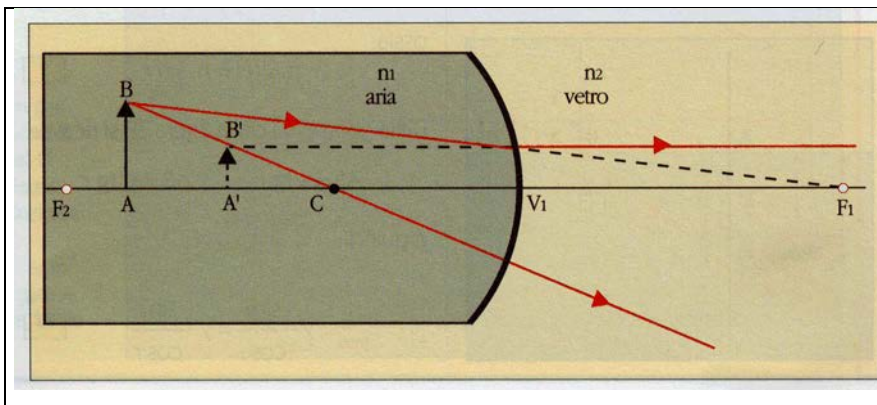
(01) Un raggio luminoso che passa per il primo fuoco prosegue nel secondo mezzo parallelamente all'asse ottico principale.

(02) Un raggio luminoso che incide sul diottro sferico parallelamente all'asse ottico principale si rifrange nel secondo mezzo passando per il secondo fuoco  $F_2$

(03) Un raggio luminoso la cui direzione passa per il centro del diottro non subisce la rifrazione, cioè passa nel secondo mezzo senza cambiare direzione.



Costruzione grafica dell'immagine di un oggetto posto in un diottro sferico convesso.



Costruzione grafica dell'immagine di un oggetto posto in un diottro sferico concavo.

### Le lenti sottili

Dicesi **lente** un sistema formato da due diottri aventi lo stesso asse ottico principale, di cui almeno uno è **sferico**. Quindi una **lente** è formata da un mezzo trasparente delimitato da due superfici, delle quali almeno una di forma sferica. Quando la distanza fra i vertici delle due calotte è trascurabile rispetto ai raggi la **lente** è detta **sottile**.

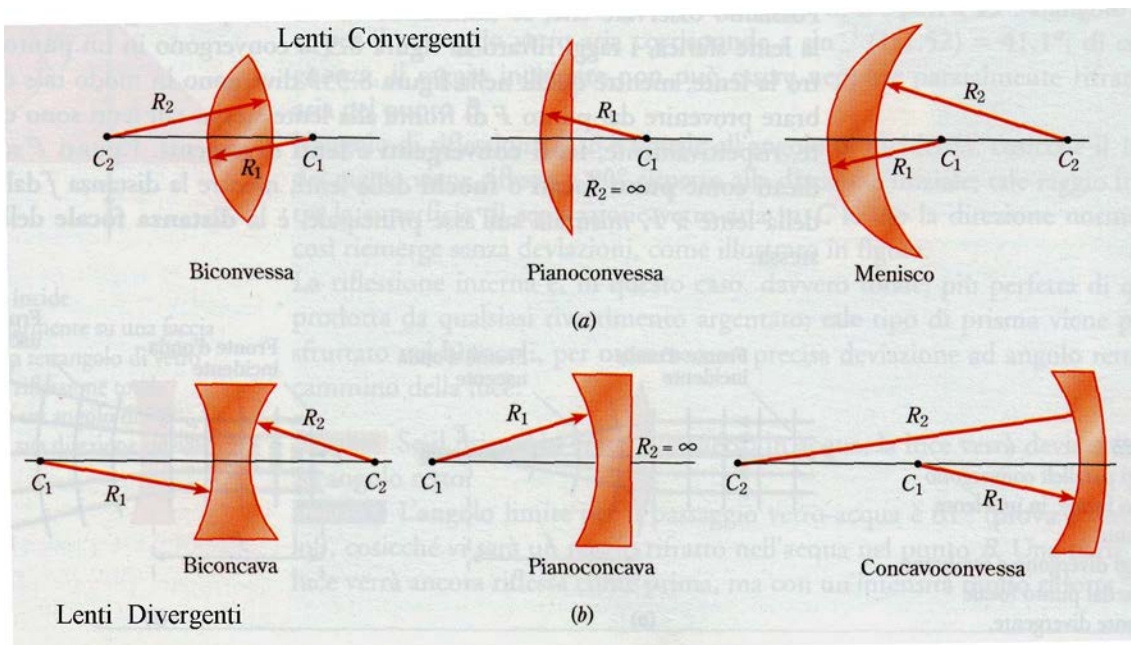
Le lenti possono essere:

- **convergenti** se trasformano un fascio di rette parallele all'asse ottico principale in un fascio di raggi convergenti in un punto dell'asse ottico principale detto **fuoco**.

Le lenti convergenti si distinguono per avere i bordi sottili e la parte centrale più spessa. Esse trasformano un fascio incidente parallelo in un fascio convergente.

- **divergenti** se trasformano un fascio di rette parallele all'asse ottico principale in un fascio di raggi che divergono da un punto dell'asse ottico principale detto **fuoco**.

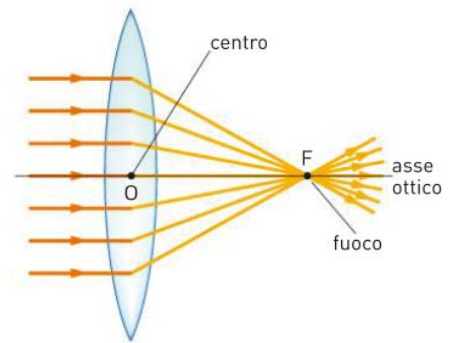
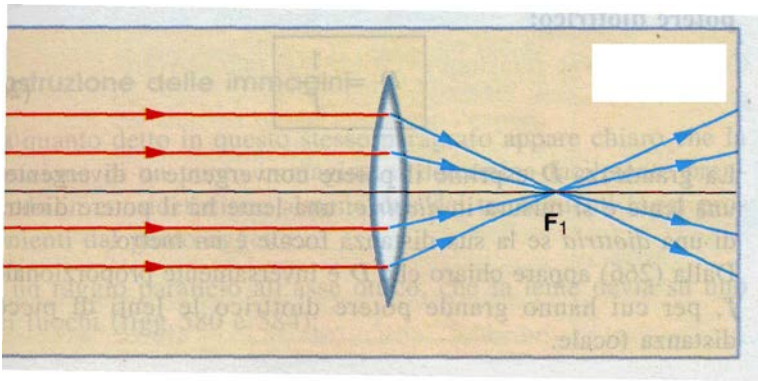
Le lenti divergenti si distinguono per avere i bordi più spessi della parte centrale. Esse trasformano un fascio di raggi paralleli incidente in un fascio divergente.



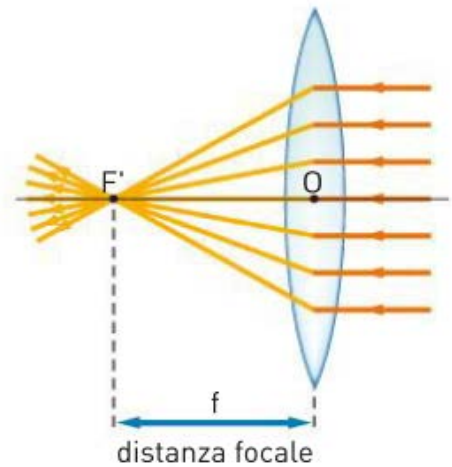
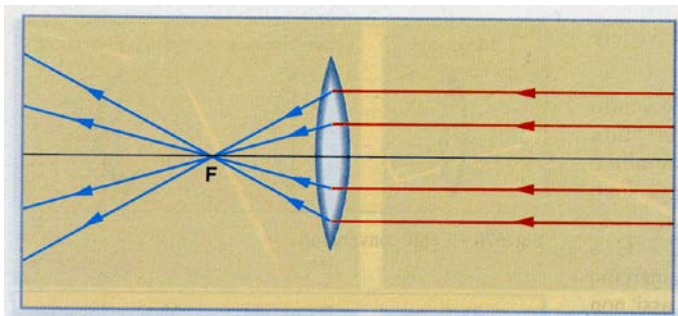
Un altro modo di indicare una lente è il seguente.



- Il **fuoco di una lente convergente** è il punto nel quale convergono dopo il passaggio attraverso la lente, i raggi incidenti secondo una direzione parallela all'asse ottico principale.

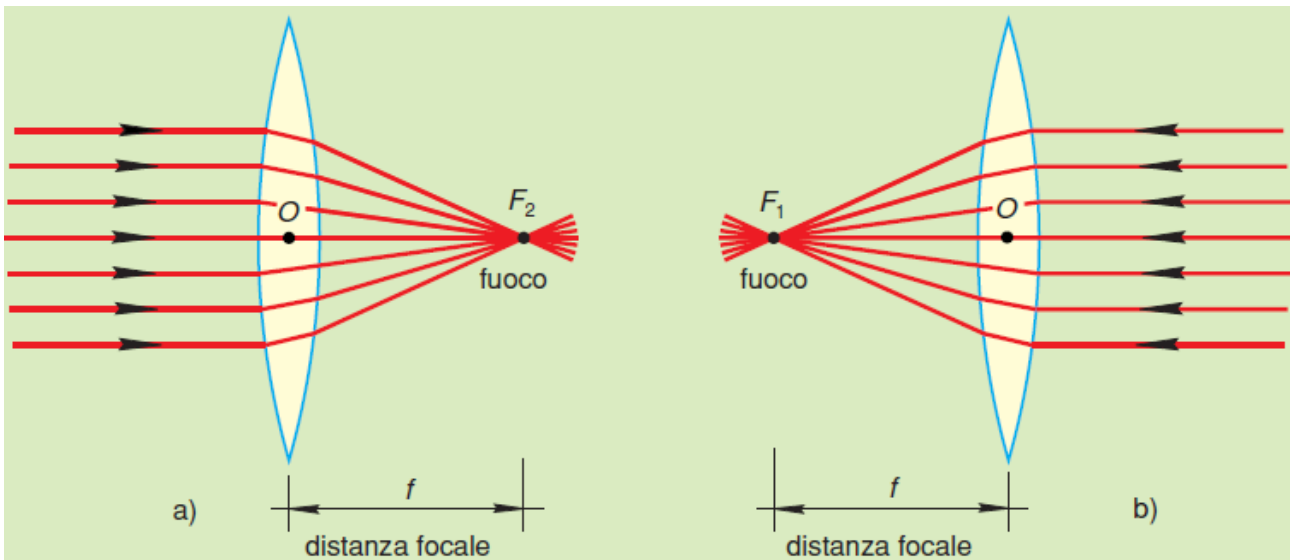


Tutti i raggi incidenti paralleli all'asse ottico principale vengono rifratti su uno stesso punto (dell'asse ottico principale), che è uno dei **due fuochi principali** della lente  
 $f = OF$  è la distanza focale della lente.

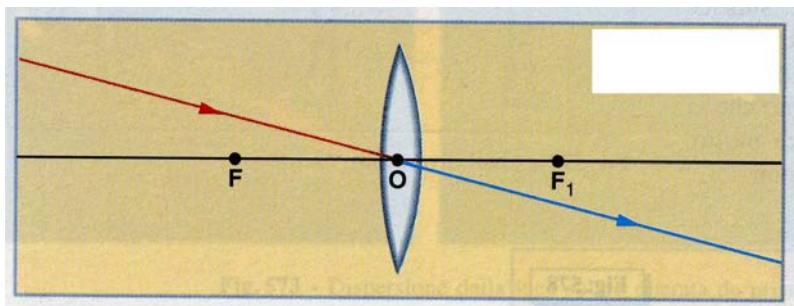


Se si mette la sorgente luminosa dalla parte opposta, cioè alla destra della lente, si osserva lo stesso fenomeno: i raggi rifratti convergono tutti in un punto **F** dell'asse ottico principale, che è anch'esso un **fuoco** della lente.

$f = OF'$  è la distanza focale della lente.



Una lente ha due fuochi, uno alla destra ed uno alla sua sinistra. Per una lente sottile il punto medio del segmento avente come estremi i due fuochi è il centro ottico **O** della lente.



Qualsiasi raggio luminoso passante per il **centro ottico** della lente non subisce alcuna deviazione.

La lunghezza di ciascuno dei due segmenti  $FO$  ed  $F_1O$  si indica col simbolo **f** e prende il nome di **distanza focale** della lente.

Una **lente convergente** può essere:

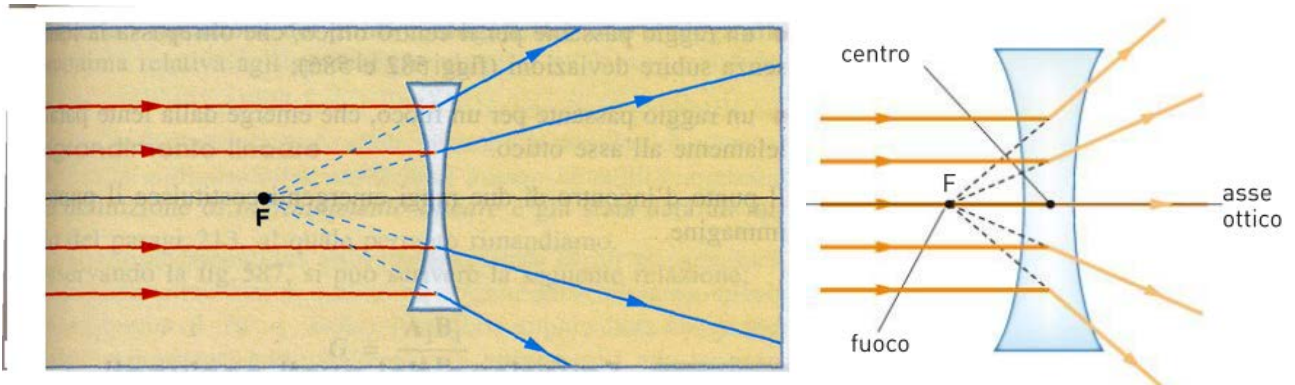
(01) biconvessa (02) piano convessa (03) menisco convergente,

una lente divergente può essere:

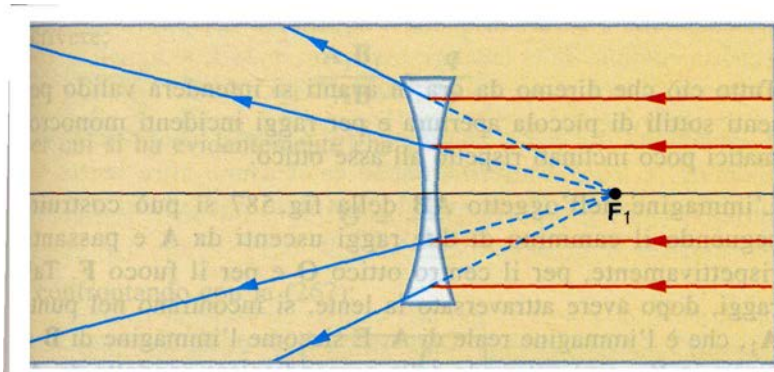
(01) biconcava (02) piano concava (03) menisco divergente .

- Il fuoco di una lente divergente è il punto dal quale sembrano divergere, dopo il passaggio attraverso la lente, i raggi incidenti secondo una direzione parallela all'asse ottico principale.

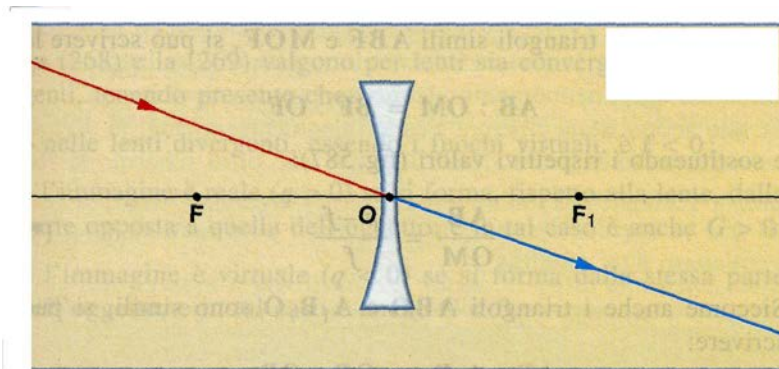




Tutti i raggi incidenti paralleli all'asse ottico principale, dopo la rifrazione, divergono in modo tale che i loro prolungamenti passano per uno stesso punto dell'asse ottico principale detto **fuoco** della lente.



Si verifica lo stesso fenomeno di prima se i raggi luminosi provengono dall'altra parte della lente.



Qualsiasi raggio luminoso passante per il **centro ottico** della lente non subisce alcuna deviazione.

Elementi caratteristici di una lente:

- l'**asse ottico principale** è la retta che unisce i centri della due superfici sferiche che delimitano la lente

- il **centro ottico**  $O$  che è il punto attraverso il quale i raggi luminosi passano senza mutare la propria direzione; esso coincide col punto che divide a metà lo spessore della lente.
- i raggi (i centri  $C_1$  e  $C_2$ ) delle due calotte sferiche
- la **distanza focale**  $f$ , cioè la distanza di uno dei due fuochi dal centro ottico  $O$
- il **potere diottrico**  $P$ :  $P = \frac{1}{f}$  per lenti convergenti  $P = -\frac{1}{f}$  per lenti divergenti
- l'**ingrandimento**  $G = -\frac{q}{p}$  è il rapporto tra l'altezza dell'immagine e quella dell'oggetto

#### Equazione dei punti coniugati per le lenti sferiche sottili

Come per il **diottero**, anche per le lenti di piccolo spessore si può stabilire una relazione matematica fra i **punti coniugati**. Nei limiti delle approssimazioni di Gauss essa

assume la forma: 
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [5]$$

Per dimostrare la [5] consideriamo una lente biconvessa immersa in aria. Sia  $n_1 = 1$  l'indice di rifrazione dell'aria,  $n_2 = n$  l'indice di rifrazione del vetro. Abbiamo detto che una lente sferica è un sistema ottico costituito da due diottri (di cui almeno uno sferico) aventi gli assi ottici principali coincidenti. Il secondo mezzo del primo diottero ed il primo mezzo del secondo diottero coincidono con la sostanza della lente cioè col vetro che ha indice di rifrazione  $n_2 = n$ ; mentre il primo mezzo del primo diottero ed il secondo mezzo del secondo diottero coincidono con la sostanza (nel caso nostro aria avente indice di rifrazione  $n_1 = 1$ ) in cui è immersa la lente.

Adesso vogliamo vedere la relazione che intercorre tra un punto luminoso sorgente **S** posto sull'asse ottico principale della lente ed il suo punto immagine **I** dopo che i raggi luminosi emessi da **S** hanno attraversato la lente.

**S** è un punto luminoso situato sull'asse ottico principale della lente biconvessa,  $SA_1$  è un raggio incidente sulla lente. Per effetto della rifrazione dovuta al primo diottro, il raggio  $SA_1$  subisce il fenomeno della rifrazione e si trasforma nel raggio luminoso  $A_1A_2$  il quale, se non vi fosse il secondo diottro, incontrerebbe l'asse ottico principale nel punto  $I_1$ . Questo punto, in assenza del secondo diottro, sarebbe l'immagine reale di **S**. Però, per la presenza del secondo diottro,  $I_1$  diventa punto oggetto virtuale per la rifrazione attraverso il secondo diottro che ne fornisce un'immagine reale nel punto **I**. Il punto **I** è, pertanto, l'immagine del punto **S**.

Sia:  $C_1V_1 = R_1$  ,  $C_2V_2 = R_2$  ,  $SV_1 = p$  ,  $I_1V_2 = q$  ,  $I_1V_1 = q_1$  ,  $I_1V_2 = p_1$

La prima rifrazione è per un diottro **aria-vetro**. Risulta :  $R_1 =$  raggio di curvatura del primo diottro; **S = punto oggetto**,  $SV_1 = p$  ,  $I_1 =$  **punto immagine** di **S** ,  $I_1V_1 = q_1$ . La formula dei punti coniugati applicata al primo diottro diventa:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad [6]$$

$n_2 = n$  = indice di rifrazione della lente,  $n_1 = 1$  = indice di rifrazione della sostanza (aria nel caso nostro) in cui è immersa la lente;  $R_1 =$  raggio di curvatura del primo diottro. Il raggio rifratto  $A_1A_2$  incontra la seconda superficie e viene nuovamente rifratto. Questo nuovo raggio rifratto incontra l'asse ottico principale della lente nel punto **I** che è l'immagine della sorgente **S**. Per questo secondo diottro di centro  $C_2$  e raggio  $R_2 = C_2V_2$ , il punto oggetto è  $I_1$  e l'immagine è **S**. Per il secondo diottro il punto oggetto  $I_1$  è **virtuale** e quindi la sua ascissa  $I_1V_2$  è **negativa**.

Per il secondo diottro la formula dei punti coniugati diventa:

$$\frac{n_2}{-I_1V_2} + \frac{n_1}{IV_2} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \quad I_1V_2 = I_1V_1 - V_1V_2 = q_1 - L$$

$$[7] \quad \frac{n_2}{L - q_1} + \frac{n_1}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Nel caso limite delle lenti sottili abbiamo:  $-\frac{n_2}{q_1} + \frac{n_1}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$  [8]

Sommando membro a membro le relazioni [6] e [8] otteniamo :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2} \quad \frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{q} = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_1} \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [9]$$

$$n_1 = 1, n_2 = n \Rightarrow \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [10]$$

La [9] o la [10] rappresenta l'**equazione dei punti coniugati** per le lenti sferiche. Essa mostra che ad un punto luminoso posto sull'asse ottico principale corrisponde un punto immagine sull'asse ottico principale. Nel caso in cui la lente è colpita da un fascio di raggi luminosi paralleli all'asse ottico principale <sup>4</sup> i raggi luminosi convergeranno in un punto  $F_2$  di coordinata  $f_2$  ricavabile ponendo nella [10]

$$\frac{1}{p} = 0. \text{ Otteniamo: } \frac{1}{f_2} = \frac{1}{q} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad f_2 = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)}$$

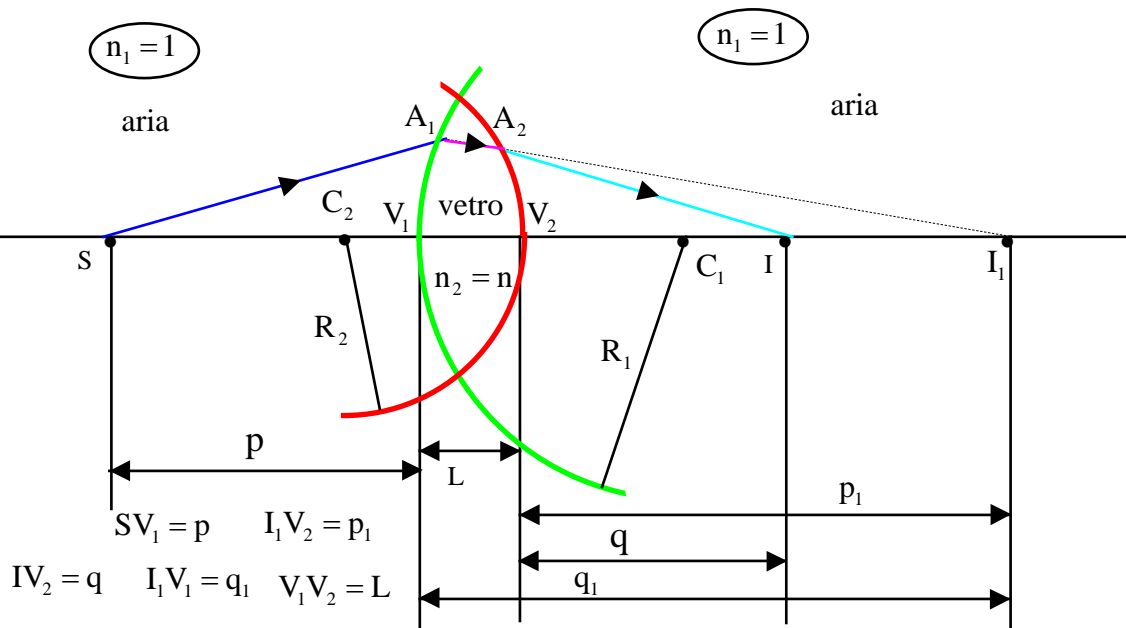
Dall'equazione [10] si vede che esiste un punto  $F_1$  tale che ponendo in esso un punto luminoso la lente trasforma i raggi da esso emessi in un fascio di raggi paralleli all'asse ottico principale. L'ascissa  $f_1$  di tale punto si ottiene ponendo nella [10]  $\frac{1}{q} = 0$ .

$$\text{Otteniamo: } \frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad f_2 = \frac{R_1 R_2}{(n - 1)(R_2 - R_1)} \quad f_1 = f_2 = f$$

I punti  $F_1$  ed  $F_2$  sono detti **fuochi della lente**. L'equazione [10] diventa:

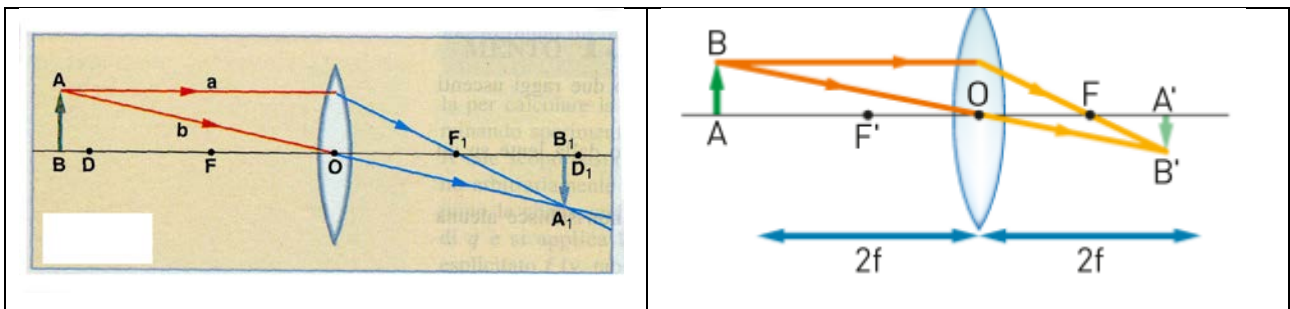
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad [11]$$

<sup>4</sup> il che corrisponde ad un punto oggetto posto a distanza infinitamente grande



La costruzione delle immagini per una lente sottile

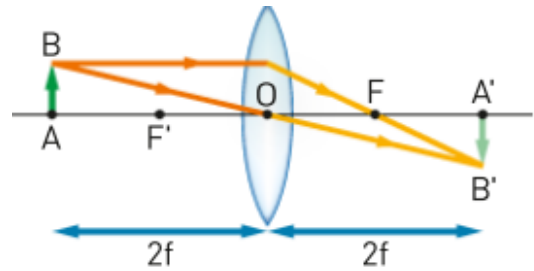
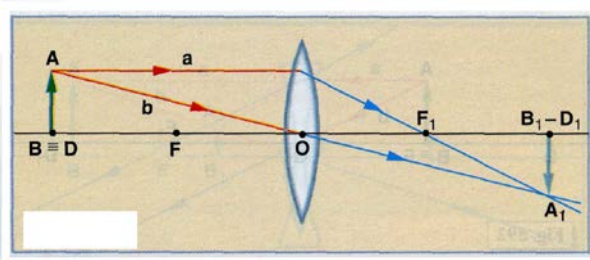
$p > 0, q > 0, f > 0, G < -1$     **OD=2f**



**Oggetto a distanza finita maggiore del doppio della distanza focale**     $2f < p < \infty$

Il raggio **a** viene rifratto su  $F_1$ , il raggio **b**, passando per il centro ottico principale, non subisce deviazione. L'immagine è reale, capovolta, rimpicciolita.

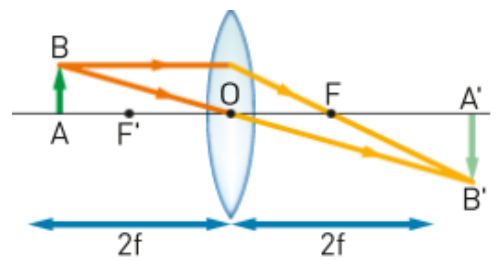
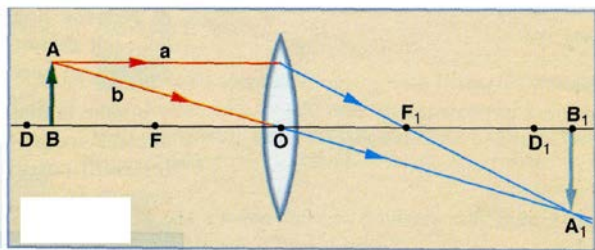
$p > 0, q > 0, f > 0, G = -1$     **OD=2f**



$$p = 2f \Rightarrow q = 2f$$

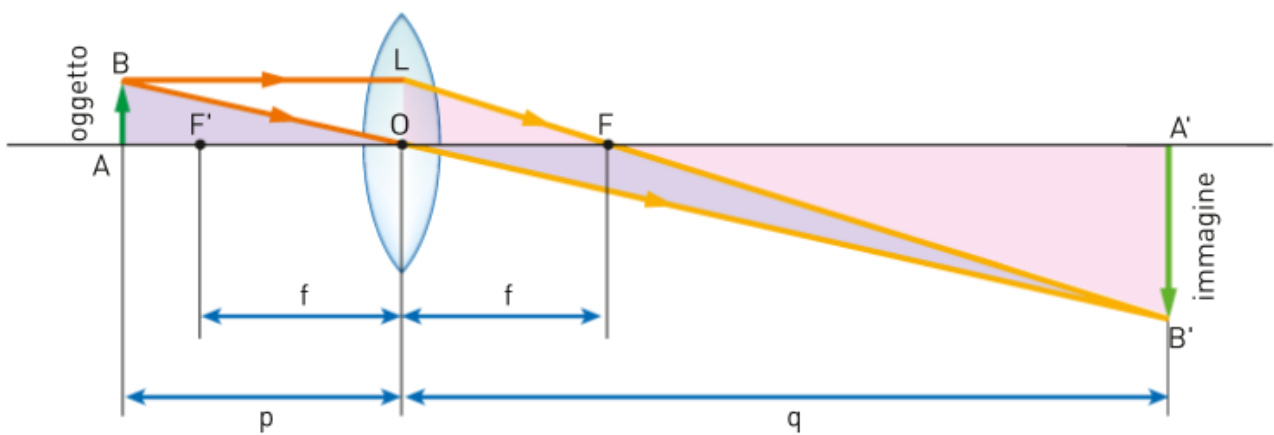
L'immagine è reale, ha le stesse dimensioni dell'oggetto, è capovolta rispetto all'oggetto (immagine reale, uguale, capovolta)

$p > 0$  ,  $q > 0$  ,  $f > 0$  ,  $G < 0$  **OD=2f**

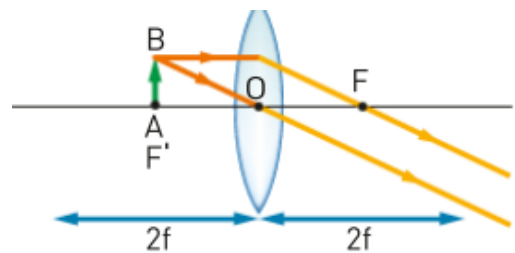
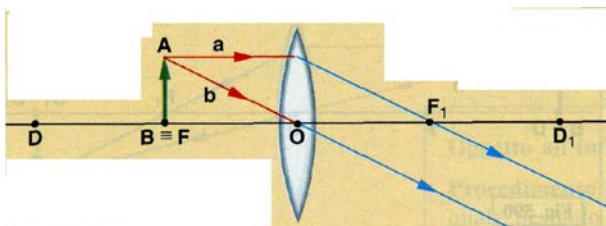


$$f < p < 2f$$

L'immagine è reale, ingrandita, capovolta rispetto all'oggetto



$$p = f$$

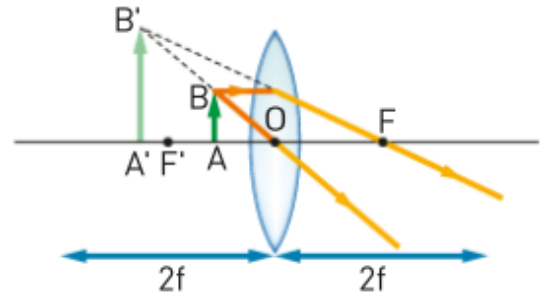
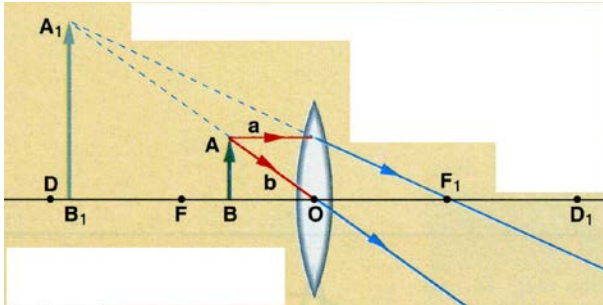




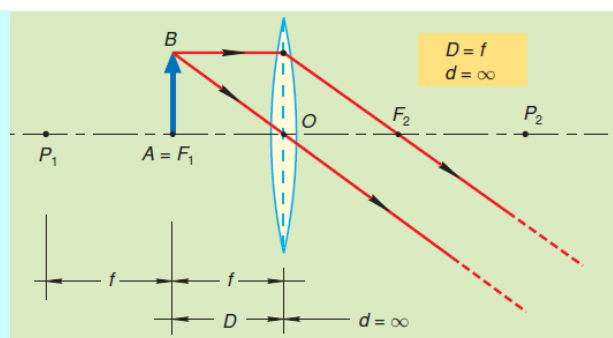
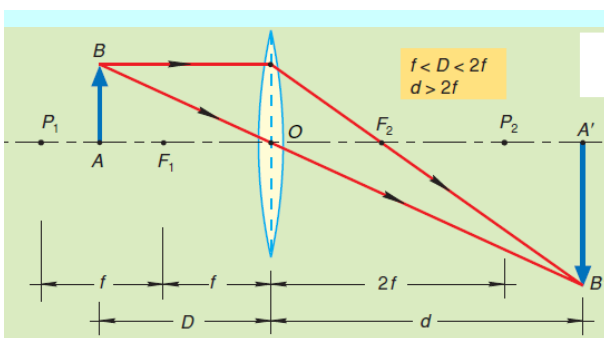
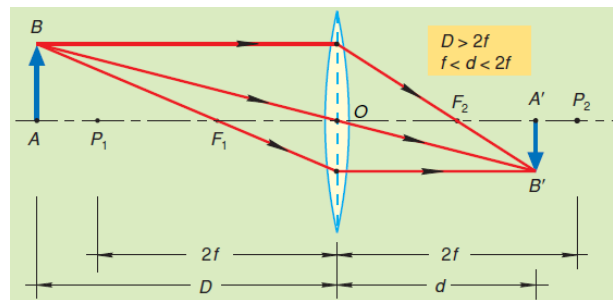
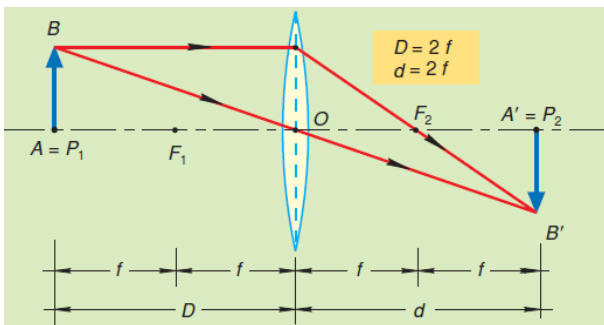
Nessuna immagine, in quanto i raggi rifratti sono fra loro paralleli e non convergono. Si dice anche che si forma all'infinito.

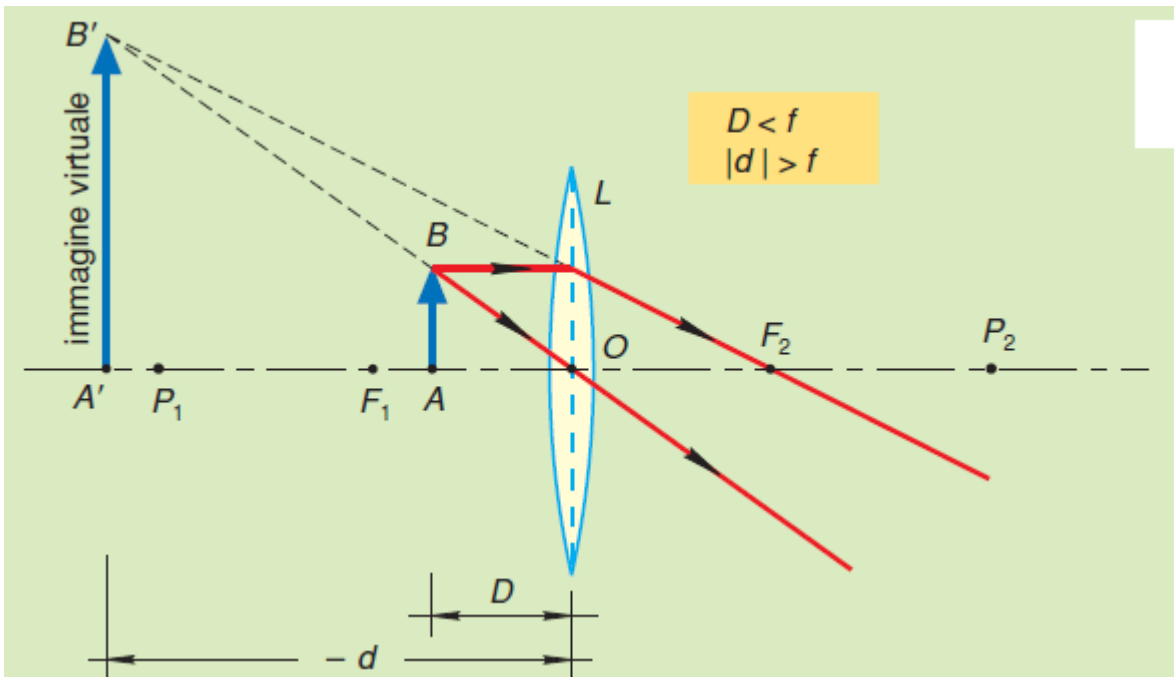
$p > 0$  ,  $q < 0$  ,  $f > 0$  ,  $G > 1$

$OD = 2f$   $0 < p < f$



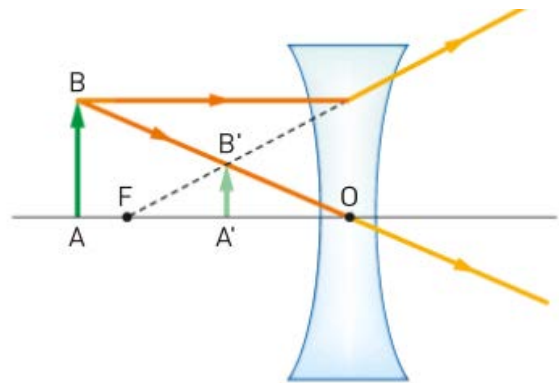
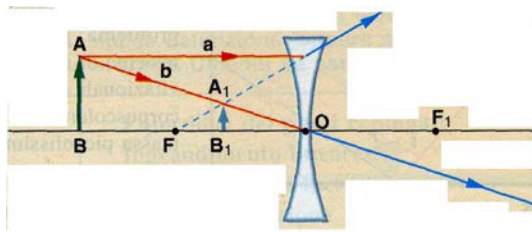
L'immagine è virtuale, diritta, ingrandita. Questa proprietà è sfruttata nelle lenti di ingrandimento.





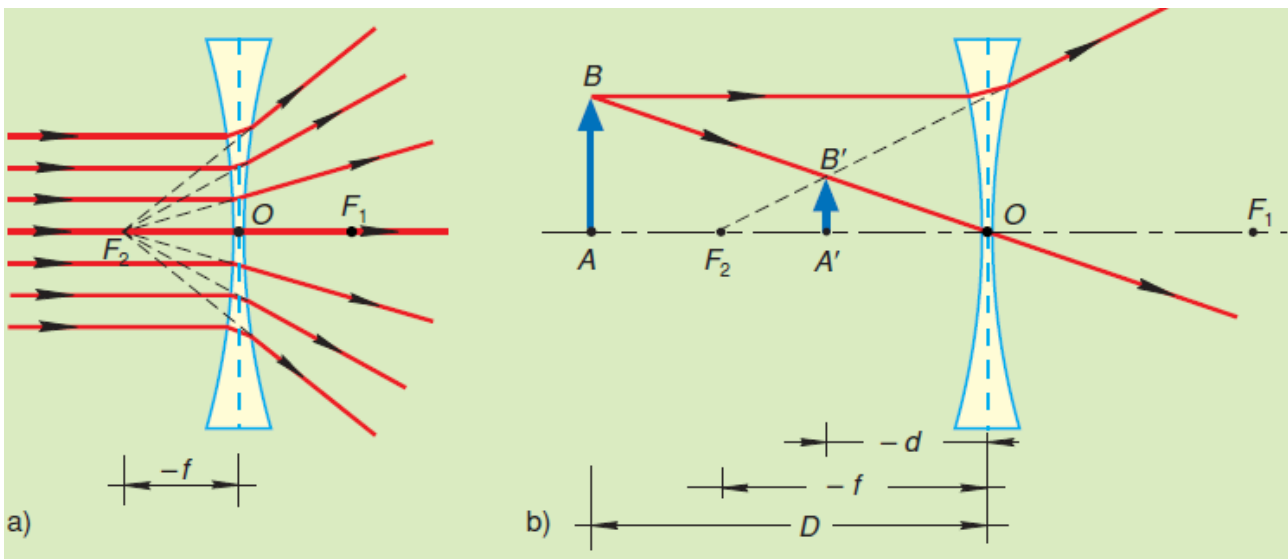
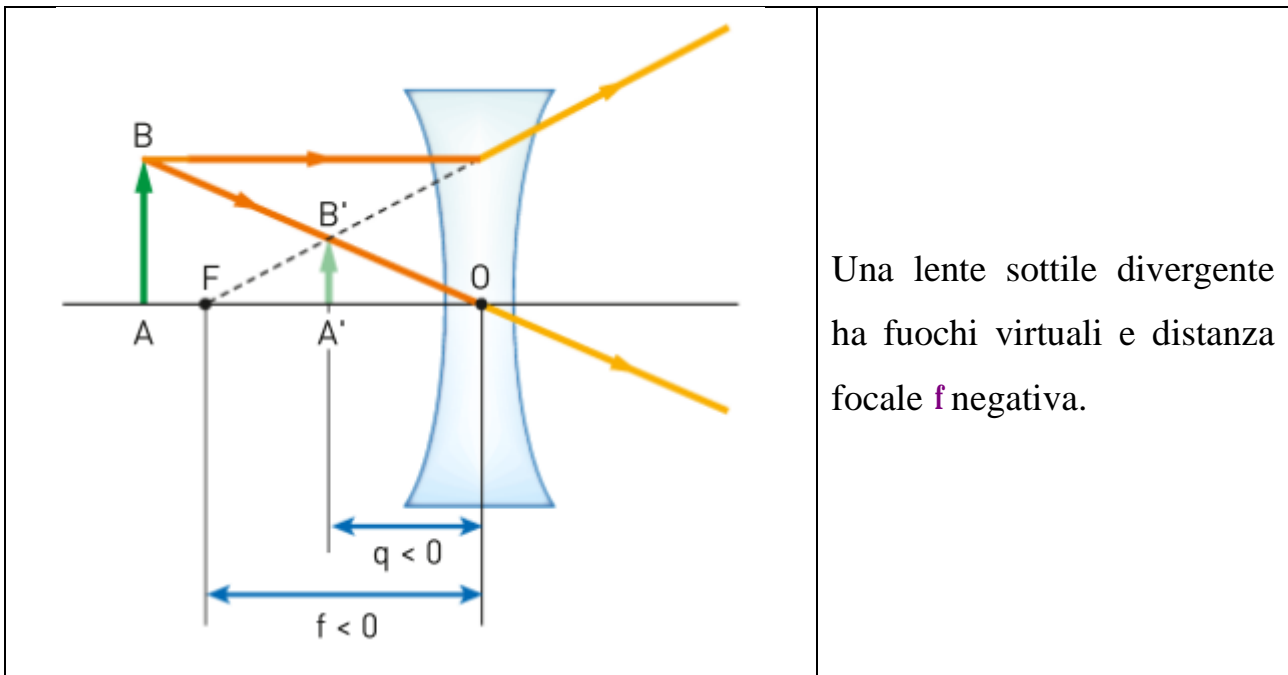
### Lenti divergenti

$p > 0$ ,  $q < 0$ ,  $f < 0$ ,  $G > 0$  Oggetto a distanza finita



L'immagine è virtuale, diritta, rimpicciolita.





(a) Un fascio di raggi luminosi paralleli all'asse ottico principale sono divergenti. I prolungamenti di questi raggi luminosi si incontrano nel fuoco  $F_2$  dalla stessa parte di provenienza dei raggi. Tale fuoco è virtuale e la distanza focale è negativa.

(b) Nelle lenti divergenti, qualunque sia la posizione dell'oggetto, l'immagine è sempre virtuale, dritta e più piccola dell'oggetto.

• Una **lente divergente** forma sempre un'immagine virtuale, dritta e rimpicciolita di un oggetto reale, indipendentemente dalla posizione occupata dall'oggetto di fronte alla lente.

- Una **lente convergente** forma un'immagine reale e capovolta di un oggetto reale, se l'oggetto si trova oltre il punto focale della lente. Invece, se l'oggetto è situato al di qua del punto focale, si ottiene un'immagine virtuale e dritta.

**Lente convergente** :  $f > 0$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{immagine reale} : p > 0 \quad q > 0 \quad G < 0 \\ \text{immagine virtuale} : 0 < p < f \quad q < 0 \quad G > 0 \end{array} \right.$

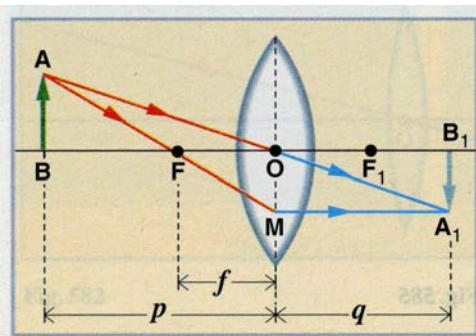
**Lente divergente**  $f < 0$  :  $\left\{ \text{immagine virtuale} : p > 0 \quad q < 0 \quad 0 < G < 1 \right.$

### Principio di reversibilità del cammino ottico

Se una sorgente puntiforme posta nel punto A ha l'immagine nel punto B, allora una sorgente puntiforme posta nel punto B ha l'immagine posta nel punto A rispetto ad uno stesso sistema ottico

### Ingrandimento lineare di una lente

Dicesi **ingrandimento lineare** o ingrandimento trasversale il rapporto fra la distanza di due punti dell'immagine e la distanza dei due punti coniugati appartenenti all'oggetto.



$$G = \frac{q}{p} = \frac{f}{p - f}$$

Se si vuole che tale rapporto esprima contemporaneamente sia l'ingrandimento dell'immagine rispetto all'oggetto, sia il senso dell'immagine, si converrà di prendere tale rapporto:

con segno positivo se l'immagine è dritta rispetto all'oggetto; con segno negativo se l'immagine è capovolta rispetto all'oggetto. Questa convenzione, universalmente accettata, unitamente alla convenzione dei segni per la formula dei punti coniugati, ci

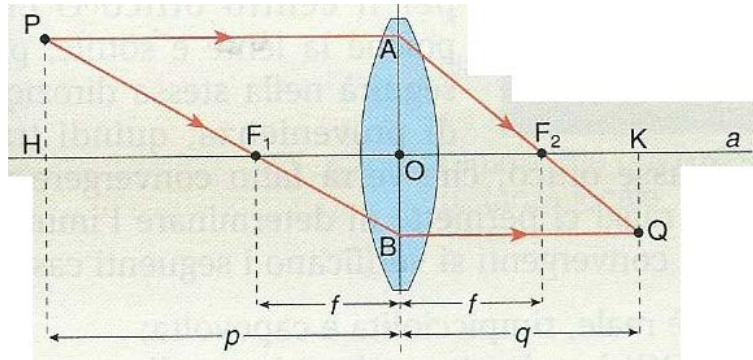
consente di scrivere:

$$G = -\frac{q}{p} = \frac{f}{f - p}$$

La legge dei punti coniugati per le lenti sottili

Consideriamo una lente sottile e di piccola apertura. Preso un punto luminoso, **P** la lente fornisce una sua immagine nel punto **Q**. I punti **P** e **Q** si dicono coniugati. Per una lente sottile vale la seguente legge dei punti coniugati:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \text{ per le lenti convergenti e } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \text{ per le lenti divergenti}$$



$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$  dove **n** è l'indice di rifrazione della lente, immersa in un mezzo (l'aria) con indice di rifrazione unitario.

Potere diottrico o convergenza o potenza di una lente

L'inverso della distanza focale di una lente sottile prende il nome di **potere diottrico** o **convergenza** o **potenza della lente**.  $D = \frac{1}{f}$  L'unità di

misura della grandezza **D** è la **diottria**. Una lente ha il potere diottrico di una **diottria** se la sua distanza focale è di un metro. Il potere diottrico, avendo lo stesso segno della distanza focale **f**, è **positivo** per le lenti convergenti, è **negativo** per le lenti divergenti.

Una lente avente potere diottrico pari a **5 diottrie** ha una distanza focale pari a  $f = \frac{1}{5} = 0,2\text{m} = 20\text{cm}$ . La **convergenza D** di una lente sottile e di conseguenza la sua distanza focale **f**, dipendono dall'indice di rifrazione **n** del vetro ottico con cui è costruita la lente e dai raggi di curvatura **R<sub>1</sub>** ed **R<sub>2</sub>** delle due calotte sferiche:

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

### Convenzione dei segni nella formula dei punti coniugati delle lenti sottili

Per potere usare la stessa relazione sia per le **lenti convergenti** che per le **lenti divergenti**, e per distinguere tra **immagini reali** ed **immagini virtuali**, è necessario stabilire una convenzione per il segno da attribuire alle distanze, **p**, **q**, **f**. Anche per le lenti, come per gli specchi, la convenzione più usata è il <<reale è positivo>>, in base alla quale si assume:

- **positiva** la distanza focale **f** delle lenti convergenti e **negativa** la distanza focale **f** delle lenti divergenti.
- **positive** le distanze **p** di oggetti reali e **q** di immagini reali, e **negative** le distanze di oggetti virtuali e di immagini virtuali, sia per le lenti convergenti che per le lenti divergenti

**Regola pratica:** quando una lente (convergente o divergente) forma un'immagine dalla parte opposta a quella dell'oggetto, allora oggetto ed immagine sono ambedue reali o ambedue virtuali. Viceversa, l'oggetto e l'immagine sono dalla stessa parte rispetto alla lente, quando l'uno è reale e l'altra è virtuale.

L'ingrandimento lineare **G** di una lente è il rapporto tra le dimensioni dell'immagine e quelle dell'oggetto. In formule abbiamo:  $G = -\frac{q}{p} = \frac{f}{f - p}$

Il segno <<**meno**>> è convenzionale e permette di stabilire l'orientamento dell'immagine: **diritta** rispetto all'oggetto per **ingrandimento positivo**, **capovolta** per **ingrandimento negativo**.

$G > 0 \Leftrightarrow$  **immagine dritta**;  $G < 0 \Leftrightarrow$  **immagine capovolta** per **ingrandimento negativo**.

<b>Lente divergente:</b> $f < 0$	$p > 0$ , $q < 0$ , $0 < G < 1$	<b>Immagine virtuale, diritta, rimpicciolita</b>
<b>Lente convergente:</b> $f > 0$	$p > f$ , $q > 0$	<b>immagine reale</b>
	$0 < p < f$ , $q < 0$	<b>immagine virtuale</b>

Abbiamo visto che per le lenti sottili vale la seguente formula di **Cartesio** detta anche

formula dei punti coniugati: 
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad [11]$$

In una lente sottile, la somma dei reciproci delle distanze di due punti coniugati dalla lente è sempre uguale al reciproco della distanza focale.

I valori di  $p$ ,  $q$ ,  $f$  sono valori relativi, cioè possono essere sia positivi che negativi.

Nella [11] si conviene di prendere:

$$p \begin{cases} \text{positivo} & \text{se l'oggetto é reale} \\ \text{negativo} & \text{se l'oggetto é virtuale} \end{cases} \quad q \begin{cases} \text{positivo} & \text{se l'immagine é reale} \\ \text{negativo} & \text{se l'immagine é virtuale} \end{cases}$$

$$f \begin{cases} \text{positivo} & \text{se il fuoco é reale} & (\text{lente convergente}) \\ \text{negativo} & \text{se il fuoco é virtuale} & (\text{lente divergente}) \end{cases}$$