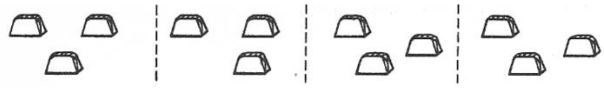
La divisione

La divisione senza resto

Una maestra ha 12 cioccolatini che distribuisce ai suoi alunni. Se ogni alunno riceve 3 cioccolatini, quanti sono gli alunni?

Dividiamo i cioccolatini in gruppi di 3. Lo schema sottostante



ci dice che otteniamo 4 gruppi. Questo ci consente di affermare che gli alunni sono 4.

Scriviamo: $12:3=4$

12 = **dividendo** 3 = **divisore** 4 = **quoziente esatto**

Diciamo pure che $12:3=4$ perché $3\times4=12$

La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione. Infatti il **quoziente è quel numero che moltiplicato per il divisore ci dà il dividendo**.

Otteniamo lo stesso risultato utilizzando il metodo delle sottrazioni ripetute.

$$\begin{array}{rl} 12 & = \text{numero degli elementi nell'insieme originale} \\ -\ 3 & \quad 1 \\ \hline 9 & \\ -\ 3 & \quad 1 \\ \hline 6 & \\ -\ 3 & \quad 1 \\ \hline 3 & \\ -\ 3 & \quad 1 \\ \hline 0 & \quad 4 \end{array}$$

Quante volte il 3 può essere sottratto dal 12?

Quattro volte.

Applichiamo questo metodo al seguente problema. Procopio ha $25€$ da spendere in figurine dorate. Se ciascuna figurina costa $5€$,quante figurine dorate può comprare?

La divisione

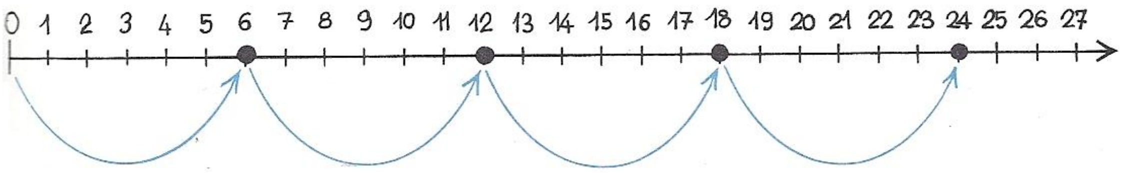
$$
\begin{array}{rr}
25 & \\
-\ 5 & 1 \\
\hline
20 & \\
-\ 5 & 1 \\
\hline
15 & \\
-\ 5 & 1 \\
\hline
10 & \\
-\ 5 & 1 \\
\hline
5 & \\
-\ 5 & 1 \\
\hline
0 & 5
\end{array}
$$

Quante volte si può sottrarre il 5 dal 25?

Cinque volte.

Procopio può comprare 5 figurine dorate.

Possiamo utilizzare la linea dei numeri per calcolare il seguente quoziente esatto $24:6$



Basta contare i salti effettuati che sono 4 e scrivere: $24:6=4$ La sua conferma ci viene fornita dalla seguente uguaglianza $4\times 6=24$, cioè: il **dividendo è uguale al prodotto del quoziente per il divisore**.

Definizione: Dati due numeri a, b la divisione $a:b$ è definita nell'insieme N se e solo se:

- $b\neq 0$ • a è multiplo di b. $a:b=q \Leftrightarrow a=b\cdot q$. Il numero a si chiama **dividendo**, il numero b si chiama **divisore**, il numero q si chiama **quoziente**.

Quando il divisore è lo zero, la divisione è priva di significato. Quindi non è possibile dividere un numero a per un numero $b=0$.

Se a non è multiplo di b, la divisione non è definita in N perché non esiste nessun numero naturale q che moltiplicato per b dia a. In questo caso si parla di divisione impropria o divisione con resto. In questo caso scriviamo: $a=b\cdot q+r$ e diciamo che q è un **quoziente approssimato** o **quoziente intero**.

- La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione

La divisione propria

dividendo
divisore
quoziente esatto

$\boxed{6 : 3 = 2}$

Infatti: $3 \neq 0$ e $2 \cdot 3 = 6$

Una divisione è detta **propria** quando non lascia alcun resto, cioè quando il suo quoziente è **esatto**.

Il **quoziente esatto** di due numeri naturali, il secondo dei quali sia diverso da zero, è il numero naturale (se esiste) che moltiplicato per il secondo dà come prodotto il primo.

$6 : 3 = 2$

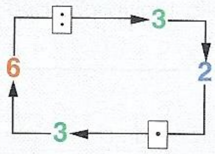
ovvero:

6 è divisibile per o multiplo di 3

3 è divisore o sottomultiplo di 6

Se tra due numeri esiste il quoziente esatto:

- il primo si dice **divisibile** per il secondo o **multiplo** del secondo;
- il secondo si dice **divisore** o **sottomultiplo** del primo.



La divisione propria è l'**operazione inversa** della moltiplicazione.

Le proprietà della divisione

$24 : 6 = 4$

$\boxed{24 \cdot 2} : \boxed{6 \cdot 2} = 48 : 12 = 4$

Proprietà invariantiva: moltiplicando, o dividendo se è possibile, il dividendo e il divisore per uno stesso numero, il quoziente non cambia.

$\boxed{21 + 6} : 3 = \boxed{21 : 3} + \boxed{6 : 3} = 7 + 2 = 9$

Infatti: 21 e 6 sono multipli di 3

$\boxed{21 - 6} : 3 = \boxed{21 : 3} - \boxed{6 : 3} = 7 - 2 = 5$

Infatti: 21 e 6 sono multipli di 3

Proprietà distributiva rispetto all'addizione e alla sottrazione: la divisione di una somma (o di una differenza) non ancora calcolata per un numero dato che sia divisore di tutti i termini, può essere eseguita:

- dapprima dividendo ciascun termine per il numero dato;
- poi calcolando la somma (o la differenza) dei quozienti parziali ottenuti.

$\boxed{10 \cdot 6} : 2 = \boxed{10 : 2} \cdot 6 = 5 \cdot 6 = 30$

Infatti: 10 è multiplo di 2

Se dobbiamo dividere un prodotto non ancora calcolato per un numero dato, possiamo:

- dapprima dividere per il numero dato uno solo dei fattori (purché il quoziente sia esatto);
- quindi moltiplicare il quoziente ottenuto per i fattori rimasti.

$\boxed{10 \cdot \cancel{6} \cdot 4} : \cancel{6} = 10 \cdot 4 = 40$

Infatti: $6 = 6$

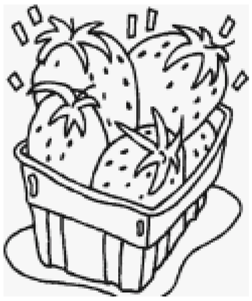
Se però il divisore è uguale a uno dei fattori del dividendo, è sufficiente sopprimere tale fattore e moltiplicare tra loro i fattori rimasti.

La divisione

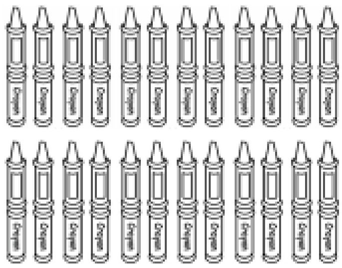
Problemi

Elisabetta ha raccolto 24 margherite e le distribuisce in parti ugual in 4 vasetti. Quante margherite contiene ogni vasetto?

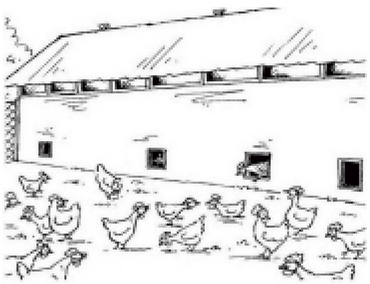
Giovanni ha raccolto 36 **fragole e le vuole mettere in cestini che contengono** 9 **fragole ciascuno. Quanti cestini gli serviranno?**



Giorgio riordina i suoi 24 **pastelli mettendone** 8 **in ogni astuccio. Quanti astucci gli serviranno?**



In un pollaio ho contato 18 **zampette. Quante sono le galline?**



- La maestra ha 20 fogli e li distribuisce in parti uguali fra i suoi 5 alunni. Quanti fogli possiede ogni alunno?

La divisione

- Samuele sistema in parti uguali le sue 27 conchiglie in 3 scatole. Quante conchiglie contiene ogni scatola?

- Un giardiniere mette 32 rose in 4 aiuole. Trova il numero di rose disposte in ogni aiuola.

- Girolamo deve leggere 24 pagine in 4 giorni. Quante pagine dovrà leggere ogni giorno?

- La mamma vuole distribuire in parti uguali 24 ciliegie ai suoi 3 figli. Quante ciliegie spettano a ciascun figlio?

- Iacopo riordina i suoi 18 pastelli in 2 astucci. Quanti pastelli andranno in ogni astuccio?

- Beatrice ha 20 cioccolatini che vuole suddividere in 2 sacchetti. Quanti cioccolatini metterà in ogni sacchetto?

- In 7 giorni Andrea ha letto un piccolo libro di 56 pagine. Quante pagine ha letto al giorno se legge lo stesso numero di pagine al giorno?

- Agnese ha 30 matite colorate e ne vuole dare 6 a ciascuna delle sue amiche. Quante amiche potrà accontentare?

- Un pacco contiene 28 biscotti e Brunilde ne mangia a merenda sempre 4 . Per quanti giorni può fare merenda con quel pacco?

- In un cestino ci sono 9 mele. Il cameriere deve metterne 3 per piatto. Di quanti piatti avrà bisogno?

- In un acquario ci sono 24 pesci. Ne vengono messi 6 per vaso. Quanti vasi occorrono?

- Martina vuole disegnare un albero con 20 pere. Vuole mettere 5 pere per ogni ramo. Quanti rami dovrà disegnare?

- Davide possiede una piccola collezione di 35 francobolli. Ne vuole mettere 5 per pagina. Di quante pagine avrà bisogno?

- Giovanni ha acquistato 27 brioches, confezionate in scatole da 9 brioches ciascuna. Quante scatole ha acquistato?

La divisione

La divisione con resto

Il pirata **Barbanera** ha 14 dobloni d'oro che vuole dividere in parti uguali al mozzo **Bracciodolente**, al suo secondo **Testadibronzo** ed al suo timoniere **Barradritta**. Quanti dobloni riceve ognuno dei 3 pirati? Quanti dobloni rimangono a **Barbanera**?

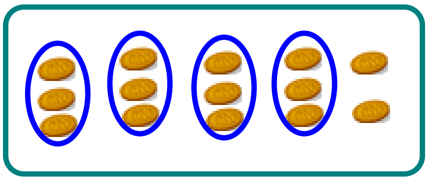
Eseguiamo la divisione utilizzando il metodo delle sottrazioni ripetute.

$$\begin{array}{ccccccccc} 14-3 & = & 11-3 & = & 8-3 & = & 5-3 & = & 2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & & 1 & & 1 & & 1 & & \text{resto} \end{array}$$

$14 =$ **dividendo** $3 =$ **divisore** $4 =$ **quoziente** intero $2 =$ **resto** $\text{resto} < \text{quoziente}$

Scriviamo: $14:3=4$ con $\mathbf{r}=2=\text{resto}$

Troviamo lo stesso risultato utilizzando il metodo degli insiemi equipotenti, cioè degli insiemi aventi lo stesso numero di dobloni.



Divido i 14 dobloni in gruppi 3 dobloni come indicato in figura. Ottengo 4 gruppi ognuno dei quali contiene 3 dobloni. Rimangono 2 dobloni.

4 è il **quoziente** intero della divisione; 2 è il **resto** della divisione.

Il **quoziente** intero di una divisione è il più grande numero naturale che moltiplicato per il **divisore** dà come risultato un numero più piccolo del **dividendo**.

$$\textbf{resto} = \textbf{dividendo} - \textbf{divisore} \times \textbf{quoziente intero}$$

Metodo pratico per eseguire la divisione con resto.

Cerchiamo il numero più grande che moltiplicato per 3 ci dà come risultato un numero minore di 14, cioè vediamo quante volte possiamo sottrarre il numero 3 dal numero 14. Il numero richiesto è il 4 in quanto possiamo sottrarre 4 volte il numero 3 dal numero 14.

La divisione

Lo schema convenzionale è il seguente:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \cline{2-2} 12 & 4 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

$4 \times 3 = 12 \quad 14 - 12 = 2$

4 è il **quoziente** intero della divisione; 2 è il **resto** della divisione.

Ogni pirata riceve 4 dobloni d'oro. A **Barbanera** rimangono 2 dobloni.

La divisione impropria

dividendo, divisore, quoziente intero

$17 : 3 = 5 \quad \boxed{2}$ resto

Infatti: $3 \neq 0$

e $3 \cdot 5 = 15 < 17$

$3 \cdot 6 = 18 > 17$

Una divisione è detta **impropria** quando lascia un **resto**.

Dati due numeri naturali, il secondo dei quali sia diverso da zero e non sia sottomultiplo del primo, è detto loro **quoziente intero** il più grande numero naturale che, moltiplicato per il secondo, dà come prodotto un numero minore del primo.

resto = **dividendo** – (**divisore** · **quoziente intero**)

Infatti: $17 - 3 \cdot 5 = 17 - 15 = 2$

Il **resto** è la differenza tra il dividendo e il prodotto del divisore e del quoziente intero.

resto < **divisore**

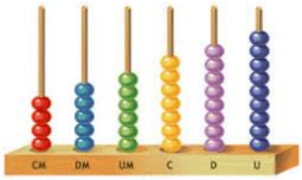
Infatti: $2 < 3$

Il resto è sempre **minore** del divisore.

La divisione

Dizionarietto dei termini usati

Abaco Antico dispositivo usato per effettuare calcoli. Consiste di un telaio con asticciole parallele. Le varie asticciole sono associate con le diverse posizioni delle unità, delle decine, delle centinaia e cosi di seguito. Nell'abaco della figura le aste verticali, da destra verso sinistra, rappresentano le unità, le decine, le migliaia, le unità di migliaia, le decine di migliaia, le centinaia di migliaia.



Addendo Uno dei numeri che si addizionano per determinare una somma. Quando una coppia di numeri viene associata alla propria somma mediante l'operazione di addizione, ciascun numero della coppia viene detto **Addendo** della somma. Nella uguaglianza $\mathbf{6+7=13}$, i numeri 6 e 7 sono gli **addendi**. Nella somma $6+\square=13$, uno degli addendi manca e viene chiamato **addendo mancante**.

Addendo mancante In una uguaglianza del tipo $8+\square=12$, uno degli addendi non è dato, ovvero è "**mancante**". Il simbolo $\square$, chiamato **cornice**, fornisce lo spazio nel quale collocare l'**addendo mancante**. Determinare l' **addendo mancante** in $8+\square=12$ corrisponde a sottrarre 8 dal 12. Infatti, poiché $8+4=12$, $4=12-8$. L' **addendo mancante** coincide con la differenza tra la somma e l'addendo noto.

Addendo noto In una uguaglianza del tipo $8+\square=12$ il numero 8 è l'**addendo noto** o addendo dato.

Addizione Ad ogni coppia di numeri naturali a e b l'addizione associa il numero $a+b$ detto somma. Per esempio, alla coppia 13 e 6, l'addizione associa il numero $13+6=19$. La somma $a+b$ può essere determinata nel modo seguente: se A e B sono insiemi disgiunti tali che $n(A)=a$ ed $n(B)=b$, ne segue che $a+b=n(A\cup B)$.

La divisione

Addizione ripetuta Se m ed n sono numeri naturali

$$m \times n = \underbrace{n + n + n + \cdots n + n}_{\text{m addendi}} = \underbrace{m + m + m + \cdots m + m}_{\text{n addendi}}$$

Cos', per esempio $\quad 3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

Cifre Simboli fondamentali in un sistema di numerazione. Nel sistema decimale (indo-arabico) le cifre sono $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Colonna Linea verticale di oggetti in uno schieramento. Lo schieramento disegnato ha 3 colonne.

$$\begin{matrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{matrix}$$

Coppia ordinata Si tratta di due oggetti considerati insieme con la precisazione di stabilire qual è il primo e qual è il secondo oggetto. La coppia ordinata di numeri $(4,7)$ è diversa dalla coppia ordinata $(7,4)$. In una coppia ordinata il primo ed il secondo elemento(chiamati anche componenti della coppia) possono essere uguali come nella coppia $(8,8)$.