I segmenti orientati

Dalla geometria euclidea sappiamo che il **segmento** è la parte finita di retta delimitata da due punti detti **estremi** del segmento. Definiamo segmento orientato un qualsiasi segmento sul quale è stato fissato un verso positivo. **P** ⟶ **Q**

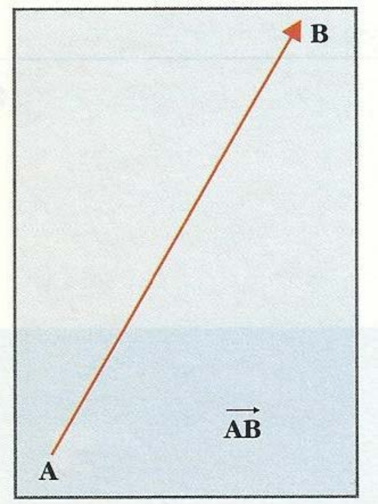
Il segmento orientato PQ è quel segmento che ha come **verso positivo** quello che va dal punto P (detto **primo estremo** o **origine**) al punto Q (detto secondo estremo o semplicemente **estremo**). Esso è indicato col simbolo $\overrightarrow{PQ}$ Ogni segmento orientato $\overrightarrow{PQ}$ è caratterizzato dalla lunghezza la cui misura è detta modulo (del segmento orientato), dalla direzione (retta PQ o una sua qualsiasi parallela), dal verso che è quello scelto arbitrariamente in uno dei due modi possibili. La retta che contiene il segmento orientato PQ dicesi il sostegno del segmento orientato o la retta d'azione del segmento orientato.

I vettori

Un vettore è l'ente matematico completamente individuato da una direzione, da una lunghezza e da un verso. Un vettore può essere rappresentato con uno dei seguenti simboli:

$\vec{a}$ (una lettera sormontata da una freccia) $\overrightarrow{PQ}$ (un segmento orientato)

Tutte le grandezze che studiamo in fisica sono di due tipi: **grandezze scalari** e **grandezze vettoriali**. Definiamo scalare una grandezza completamente individuata da un numero (**positivo o negativo**) che ne esprime la misura rispetto ad un'altra grandezza della stessa specie scelta come unità di misura (**scala**).



Rappresentazione di un vettore con un segmento orientato.

Sono esempi di **grandezze scalari** le temperature, le masse dei corpi, l'area di una superficie, il lavoro eseguito da una forza, etc....

Definiamo vettoriale una grandezza completamente individuata da un numero positivo (**modulo**), da una direzione e da un verso.

Sono **grandezze vettoriali** gli spostamenti, le velocità, le accelerazioni, le forze, etc.

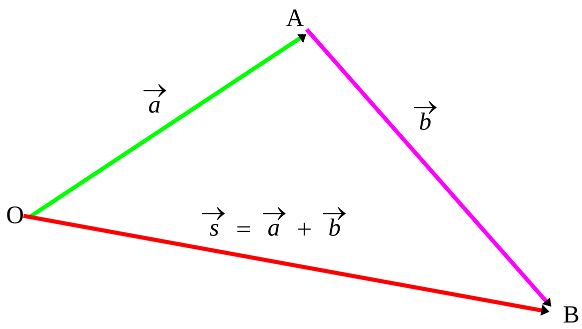
Il vettore spostamento è rappresentato da un segmento orientato avente come origine la posizione iniziale del punto mobile e come estremo la posizione finale.

Somma di due vettori

Per sommare due o più vettori si procede come segue.

- **I vettori da sommare sono rappresentati da due segmenti orientati consecutivi**

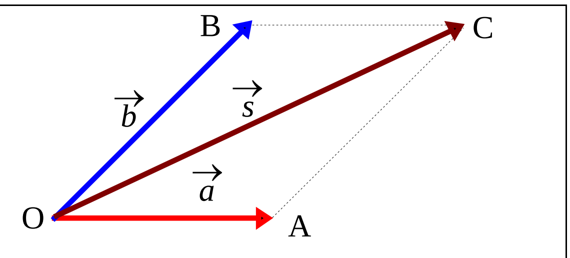
Supponiamo di volere eseguire la somma $\vec{s}$ di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ quando questi sono rappresentati da due segmenti orientati consecutivi.

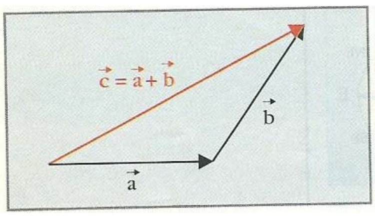


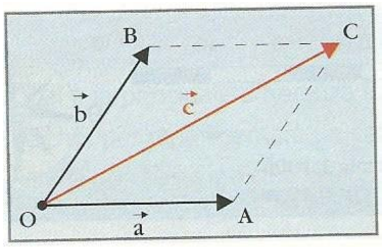
Il vettore **somma** $\vec{s} = \overrightarrow{OB}$ è stato ricavato applicando il metodo punta-coda, cioè congiungendo la coda O del primo vettore con la punta B del secondo vettore. Potremo dire anche che il vettore somma è il vettore scorciatoia che come origine l'origine del primo vettore e come estremo l'estremo del secondo vettore.

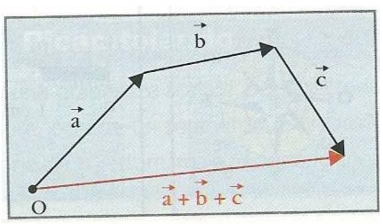
- I due vettori sono applicati allo stesso punto O

Il vettore somma è la **diagonale** del parallelogramma avente come lati consecutivi i due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

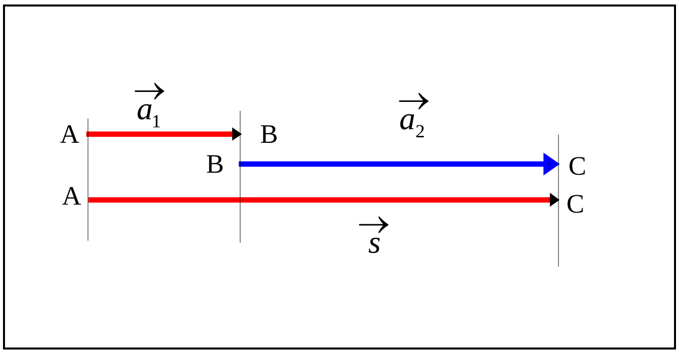
Si esprime questa circostanza affermando che i due vettori si sommano applicando la regola del parallelogramma. Il vettore $\vec{s}$ è detto anche **vettore risultante**.	







Vettori paralleli ed equiversi



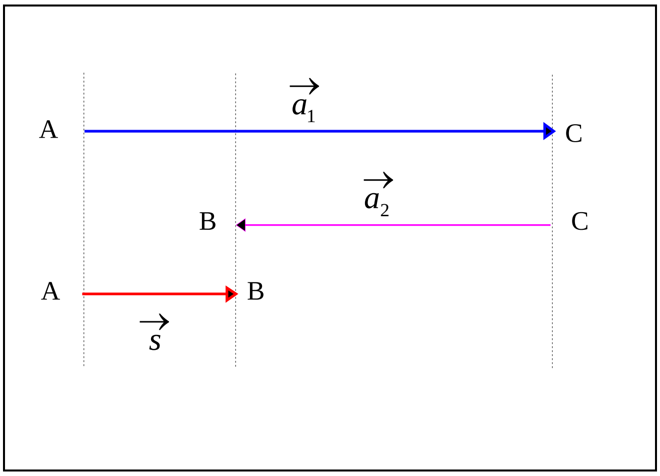
$\vec{s} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \overrightarrow{AC}$ Il vettore $\vec{s}$ ha:

1) la stessa direzione di $\vec{a}_1$ ed $\vec{a}_2$

2) lo stesso verso di $\vec{a}_1$ ed $\vec{a}_2$

3) come **modulo** la somma dei moduli dei vettori $\vec{a}_1$ ed $\vec{a}_2$

Vettori aventi la stessa direzione ma versi opposti



$\vec{s} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \overrightarrow{AB}$

Il vettore $\vec{s}$ ha:

1) la stessa direzione di $\vec{a}_1$ ed $\vec{a}_2$

2) modulo uguale alla differenza tra il modulo maggiore ed il modulo minore

3) verso del vettore che ha modulo maggiore

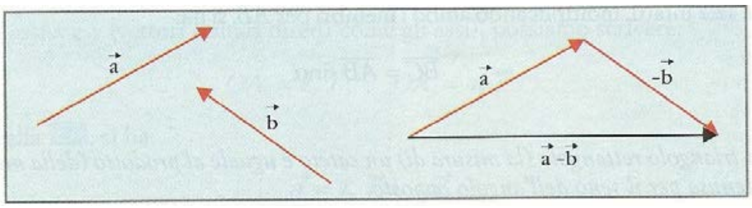
Vettori opposti

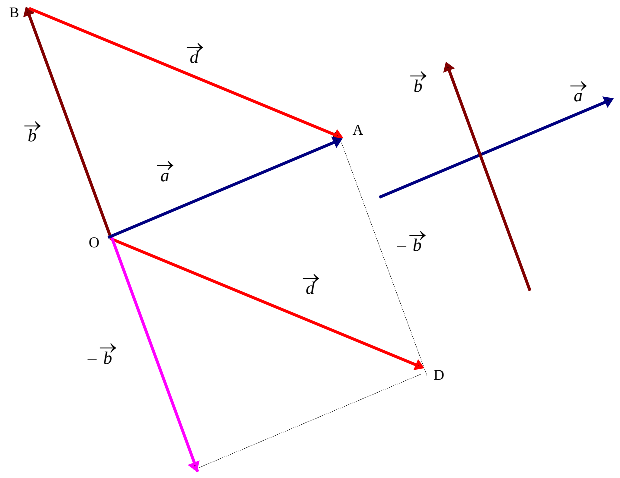
La **somma di due vettori opposti** (vettori aventi la stessa direzione, lo stesso modulo e versi opposti) è il **vettore nullo**, cioè: $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{o}$ L'**opposto** del vettore $\vec{a}$ si indica col simbolo $-\vec{a}$.

Differenza di due vettori

Si chiama differenza fra due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, e si indica col simbolo $\vec{a} - \vec{b}$ il vettore $\vec{d}$ che si ottiene addizionando ad $\vec{a}$ l'opposto di $\vec{b}$, cioè: $\vec{d} = \vec{a} + (-\vec{b}) \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b} + \vec{d}$

$\vec{d}$ è un vettore che ha come **origine** l'estremo di $\vec{b}$ e come **estremo** l'estremo di $\vec{a}$.





Prodotto di un numero per un vettore

Se **k** è un numero reale qualsiasi ed $\vec{a}$ un vettore , si definisce **prodotto** di **k** per $\vec{a}$ e si designa col simbolo $k\,\vec{a}$ il vettore $\vec{p}$ che ha:

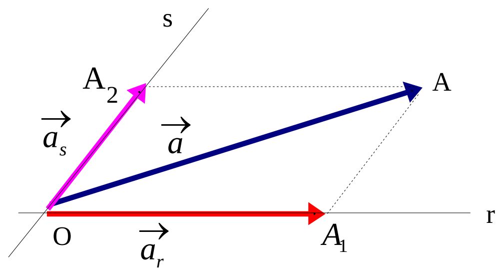
1) la stessa direzione di $\vec{a}$ 2) lo stesso verso di $\vec{a}$ se **k** è **positivo** e verso opposto ad $\vec{a}$ se **k** è **negativo** 3) come **modulo** il prodotto del modulo di $\vec{a}$ per il valore assoluto di **k**, cioè: $|\vec{p}| = |k| \cdot |\vec{a}|$ $\vec{p} = k\,\vec{a}$

La scomposizione di un vettore lungo due rette

Siano **r** ed **s** due rette non orientate complanari. Sia **O** il loro punto d'intersezione . Sia $\vec{a}$ un vettore non nullo nel punto O. $\overrightarrow{OA}$ sia un segmento orientato rappresentativo del vettore $\vec{a}$. Dal punto A tracciamo le rette parallele ad **r** ed **s**. Otteniamo i punti A_1, A_2 e la seguente relazione vettoriale:

$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_s$ ottenuta applicando la regola del parallelogramma

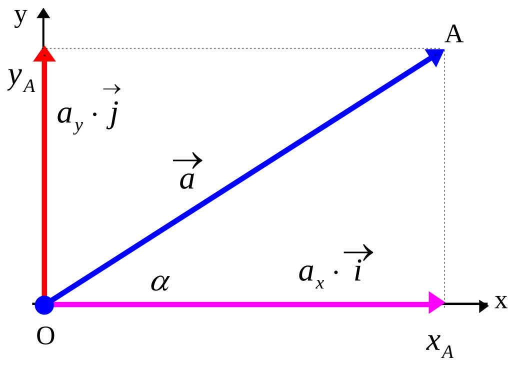
I vettori $\vec{a}_r$ ed $\vec{a}_s$ si dicono i **componenti** del vettore $\vec{a}$ secondo le due direzioni non orientate **r** ed **s**.



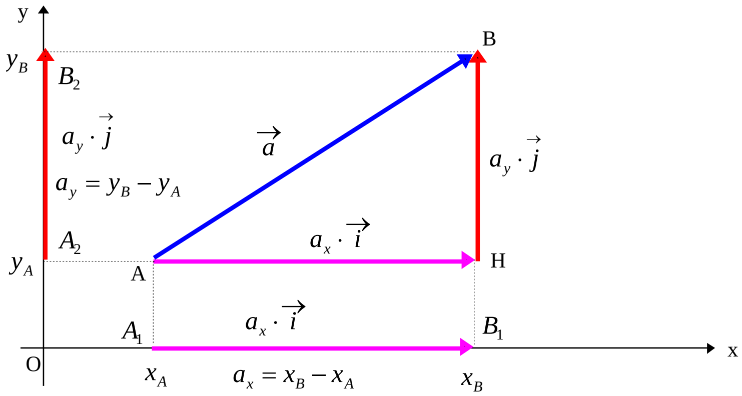
Rappresentazione cartesiana di un vettore

Si consideri il vettore $\vec{a}$ rappresentato dal segmento orientato $\vec{OA}$. Se riferiamo il vettore $\vec{OA}$ ad un sistema di assi cartesiani Oxy otteniamo: $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}$ con $A(a_x, a_y)$ e $\begin{cases} a_x = a \cdot \cos\alpha \\ a_y = a \cdot \sin\alpha \end{cases}$

I numeri reali relativi a_x, a_y si dicono le **componenti cartesiane** del vettore $\vec{a}$ secondo le direzioni orientate di versori $\vec{i}$ e $\vec{j}$ (del riferimento cartesiano Oxy). Esse coincidono con le coordinate cartesiane del punto A. **Versore** è un vettore avente modulo unitario.



$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$



Operazioni vettoriali con le componenti cartesiane

Le componenti cartesiane del vettore somma di due vettori sono uguali alla somma delle componenti cartesiane dei due vettori.

$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow c_x = a_x + b_x \quad , \quad c_y = a_y + b_y$

$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} \quad \vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} \quad \vec{a} = \vec{b} \Rightarrow$

$a_x = b_x \ , \ a_y = b_y$

$\vec{b} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow b_x = ma_x \quad by_x = ma_y$ $\qquad \vec{b} = -\vec{a} \Rightarrow$

$b_x = -a_x , \quad b_y = -a_y$