Sistemi di riferimento e moto

Un corpo è in moto quando la sua posizione rispetto ad un altro corpo , assunto come riferimento, varia nel tempo.

Il punto materiale P durante il suo moto descrive una linea ℓ detta **Traiettoria** del moto. Essa può essere rettilinea o curvilinea ed il moto dicesi **rettilineo** o **curvilineo**.

La l**egge oraria del moto** esprime la relazione che intercorre tra l'ascissa s (che individua la posizione del punto materiale al tempo t) ed il tempo t. Ad esempio $s=2t^2-3t+5$ rappresenta la legge oraria di un moto uniformemente vario. Se riferiamo il piano ad un sistema di assi cartesiani e riportiamo in ascissa il tempo ed in ordinata l'ascissa s, allora l'equazione $s=s(t)$ rappresenta una curva detta **Diagramma orario**.

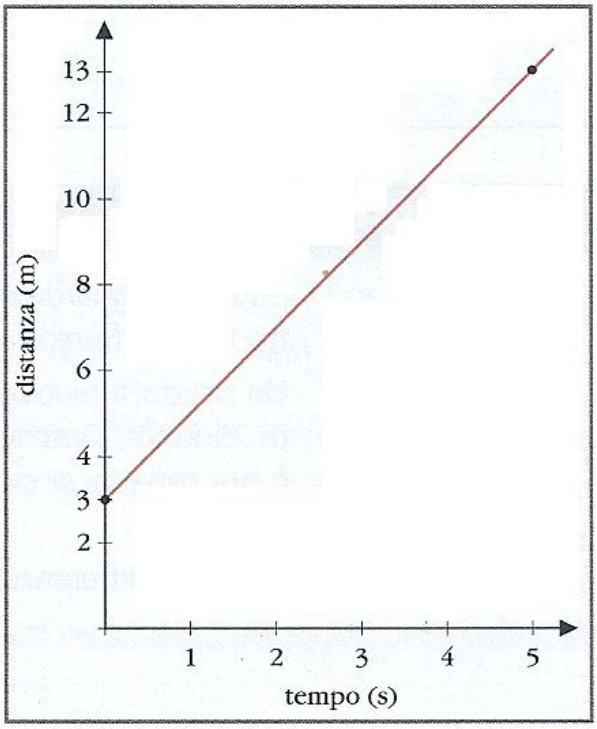
Diagramma orario del moto di un punto materiale che si muove lungo una retta con legge oraria $s=3+2t$ con s espresso in metri, t in secondi v in $\frac{m}{s}$.

$s_o=3m$ è la posizione iniziale

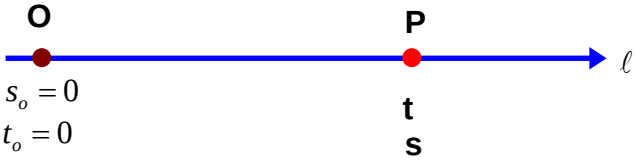
$\mathrm{v}=2\frac{m}{s}$ è la velocità costante del punto materiale e rappresenta la pendenza del diagramma orario

$s(5)=13m$ è la posizione occupata dal punto materiale dopo $5s$.

$$\mathrm{v}=\frac{s_f-s_i}{t_f-t_i}=\frac{s(5)-s(0)}{5-0}=\frac{13-3}{5}=\frac{10}{5}=2\frac{m}{s}$$



L'ascissa s rappresenta anche lo **spazio percorso** nel tempo t solo se la posizione iniziale del mobile coincide col riferimento O scelto sulla traiettoria l .

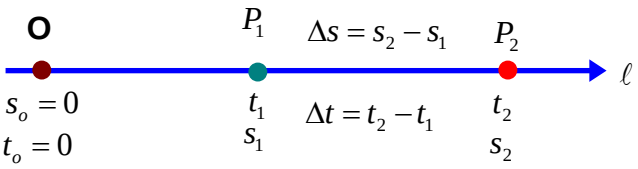


La traiettoria del punto materiale P sia la retta ℓ sulla quale fissiamo un'origine O, un verso positivo ed una unità di misura per le lunghezze

Per individuare il moto del punto P sulla traiettoria prestabilita ℓ basta conoscere come varia l'ascissa s del punto P al variare del tempo.

L'equazione $s = s(t)$ [1] fissa la legge oraria del moto.

L'istante $t_o = 0$ dicesi l'**istante iniziale** del moto perché fisicamente è l'istante in cui si comincia ad osservare il moto. Per $t_o = 0$ la [1] dà un valore speciale $s_o = s(0)$ di s. Questo speciale valore s_O individua una speciale posizione P_O di P (**posizione iniziale**) che può coincidere con l'origine O.



Siano $P(t_2)$ e $P(t_1)$ le posizioni del mobile occupate rispettivamente agli istanti t_1 e $t_2 > t_1$.

$$P_1P_2 = \Delta s = s(t_2) - s(t_1) = s_2 - s_1 = s_f - s_i$$

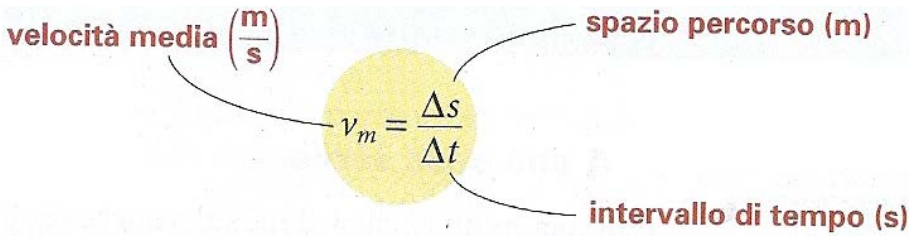
è lo spazio percorso dal mobile nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

Lo spazio percorso dal punto materiale P è la differenza fra la sua posizione finale s_2 e quella iniziale s_1, calcolate entrambe rispetto all'origine O.

Definizione di velocità media ed istantanea

La **velocità media** di un punto materiale P è il rapporto tra lo spazio percorso Δs ed il tempo impiegato a percorrerlo Δt:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} \quad [2]$$



Se poi calcoliamo le velocità medie relative ad intervalli di tempo Δt sempre più piccoli otteniamo valori della velocità sempre più prossimi al valore della velocità del punto P all'istante t. Quindi possiamo immaginare un intervallo di tempo tanto piccolo che ogni sua ulteriore riduzione non

alteri la velocità media. Questa velocità media limite è chiamata **velocità scalare istantanea** e viene indicata col simbolo $v(t)$.

$v(t)$ = velocità scalare media relativa ad un intervallo di tempo piccolissimo

Nel $S.I.$ la velocità si misura in $\frac{m}{s}$. Una sua misura non coerente nel $S.I.$ è il $\frac{km}{h}$

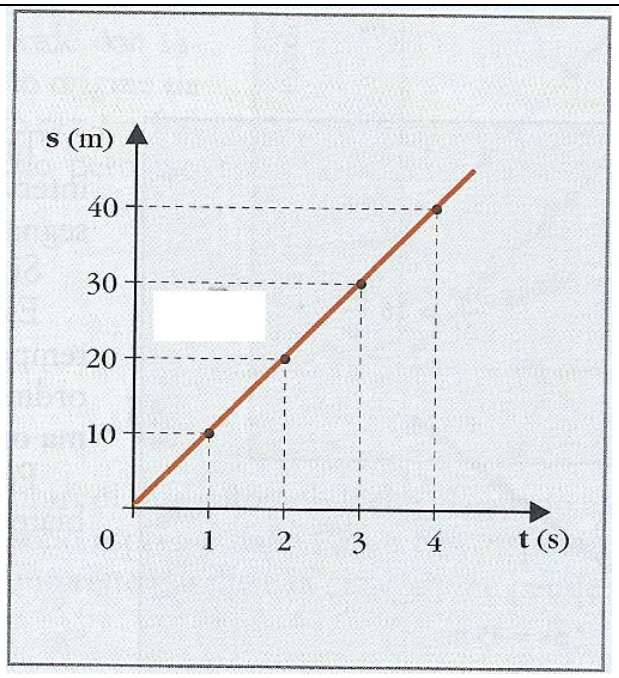
Risulta: $1\frac{km}{h}=0{,}278\frac{m}{s}=\frac{5}{18}\frac{m}{s}$ $1\frac{m}{s}=3{,}6\frac{km}{h}=\frac{18}{5}\frac{km}{h}$

Problema: Il diagramma orario del moto di un punto materiale è quello indicato in figura. Calcolare la sua velocità media quando ha percorso $20\,m$.

$$v_m=\frac{s(3)-s(1)}{3-1}=\frac{30-10}{2}=\frac{20}{2}=10\frac{m}{s}$$

$$v_m=\frac{s(4)-s(2)}{4-2}=\frac{40-20}{2}=\frac{20}{2}=10\frac{m}{s}$$

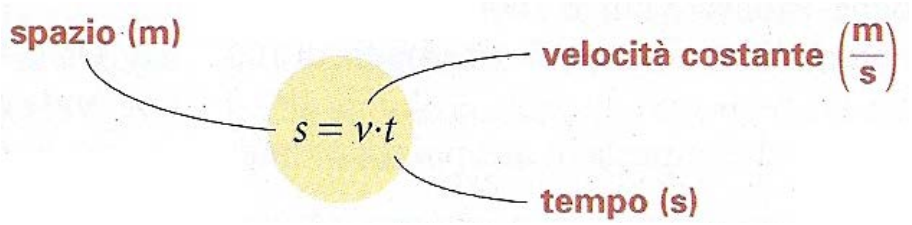
Si tratta di un moto rettilineo uniforme con velocità $v=10\frac{m}{s}$ che rappresenta la pendenza del diagramma orario del moto.



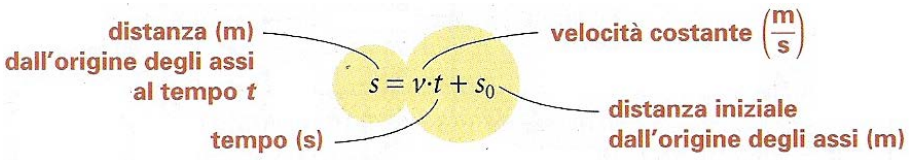
Moto rettilineo uniforme

Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniforme quando percorre una traiettoria rettilinea con velocità costante. In questo caso la velocità media e quella istantanea coincidono.

La legge oraria del moto, se $s_o=0$, è: $s=vt$ $v=\frac{s}{t}$ $t=\frac{s}{v}$



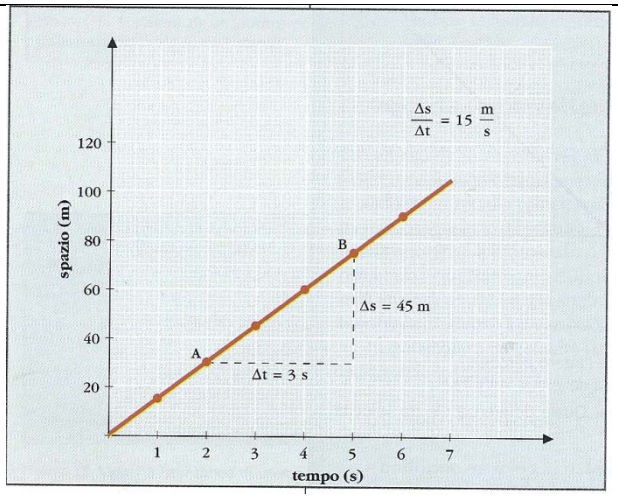
Se, invece, risulta $s_o\neq 0$,abbiamo: $s=s_o+vt$ $v=\frac{s-s_o}{t}$ $t=\frac{s-s_o}{v}$ Ruffo pag. 171

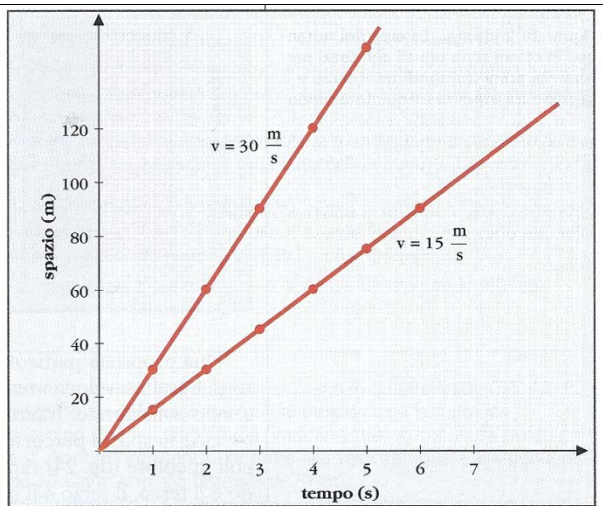


Il diagramma orario del moto rettilineo uniforme è una retta, mentre il diagramma della velocità è una retta parallela all'asse dei tempi.

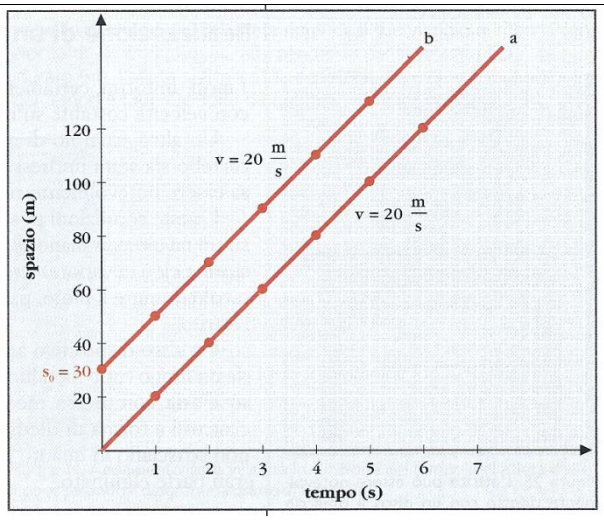
Diagramma orario di una moto che viaggia alla velocità di $54\frac{km}{h}$

$$v = 54\frac{km}{h} = 54 \cdot \frac{5}{18}\frac{m}{s} = 15\frac{m}{s}$$





Diagrammi di due automobili che viaggiano alle velocità $15\frac{m}{s}$ e $30\frac{m}{s}$



Diagrammi di due automobili che viaggiano entrambe alla velocità di $20\frac{m}{s}$ ma: (a) $s_o = 0$ (b) $s_0 = 30\,m$

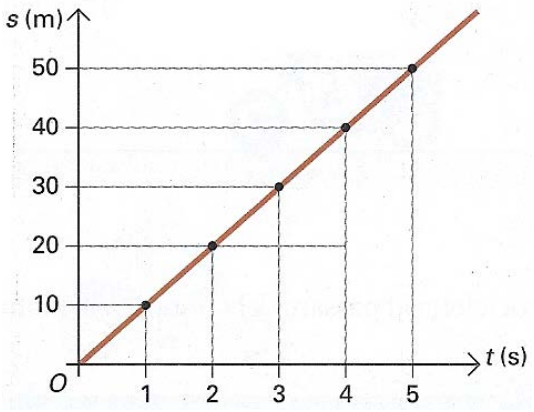


Diagramma orario di un moto rettilineo uniforme con $s_o = 0$

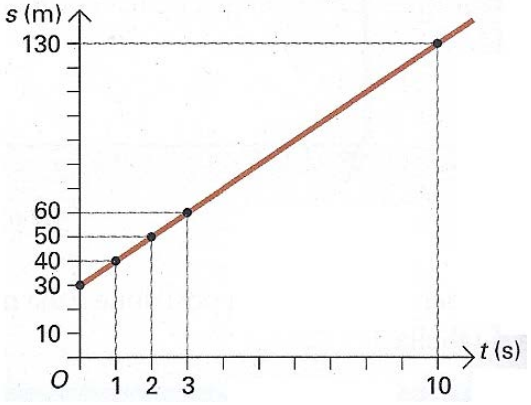
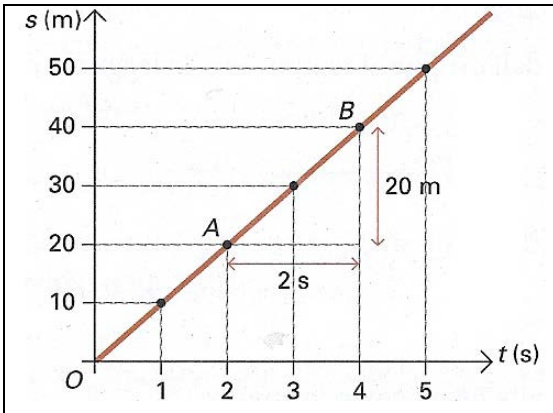


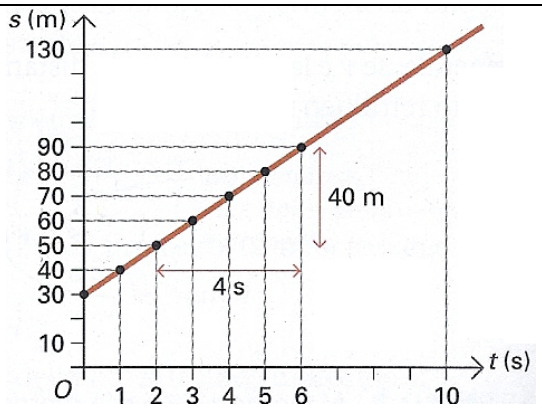
Diagramma orario di un moto rettilineo uniforme con $s_o \neq 0$

La velocità di un punto materiale che si muove di moto rettilineo uniforme è uguale alla pendenza della retta che rappresenta il suo diagramma orario. Essa coincide numericamente col coefficiente del tempo t.

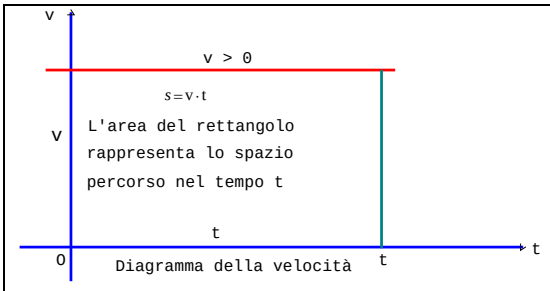
In un grafico **spazio - tempo** il moto rettilineo uniforme è rappresentato da una semiretta. La pendenza della semiretta coincide con la velocità



Per calcolare la pendenza abbiamo scelto $t_1 = 2s$ e $t_2 = 4s$, che corrisponde ad un intervallo di tempo $\Delta t = 2s$; durante tale intervallo di tempo lo spazio percorso è $\Delta s = 40 - 20 = 20m$ $\quad v = \frac{20}{2} = 10\frac{m}{s}$



Per calcolare la pendenza abbiamo scelto $t_1 = 2s$ e $t_2 = 6s$, che corrisponde ad un intervallo di tempo $\Delta t = 4s$; durante tale intervallo di tempo lo spazio percorso è $\Delta s = 90 - 50 = 40m$ $\quad v = \frac{40}{4} = 10\frac{m}{s}$



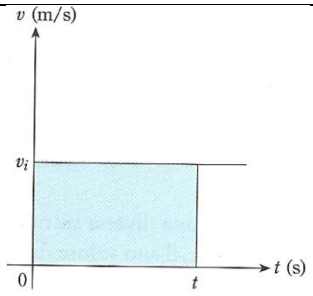
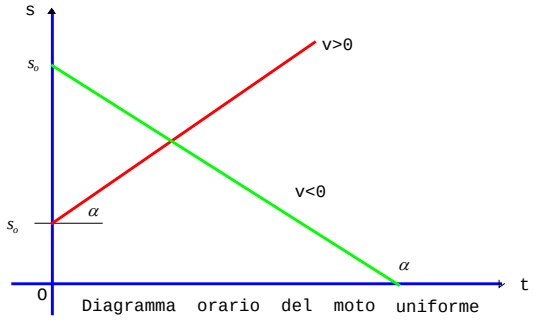


Grafico della velocità in funzione del tempo in un moto rettilineo uniforme con velocità v_i. L'area del rettangolo colorato è $\mathrm{v}_i \cdot t$ e rappresenta lo spazio percorso dall'istante iniziale al tempo t.

Diagramma orario del moto rettilineo uniforme avente posizione iniziale s_o.

Se la velocità del moto è positiva (negativa) il diagramma orario del moto forma con l'asse dei tempi un angolo acuto (ottuso).



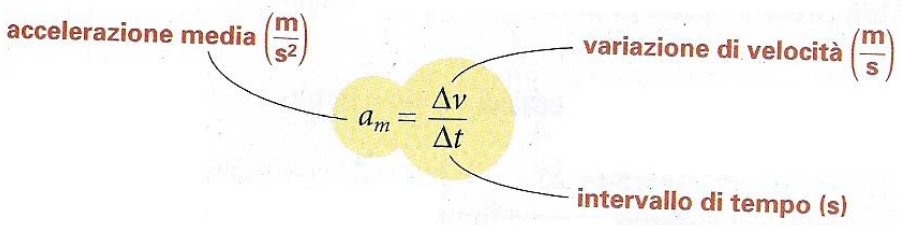
Definizione di accelerazione media ed istantanea

Un punto materiale possiede accelerazione quando la sua velocità varia al variare del tempo.

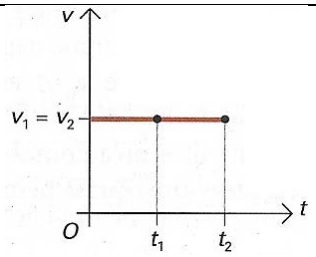
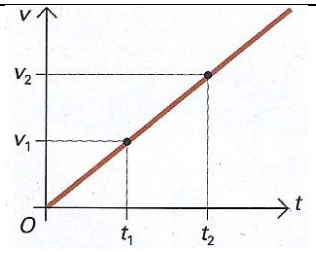
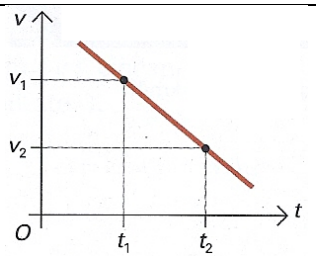
Definizione: L'accelerazione media di un punto materiale è il rapporto tra la variazione di velocità $\Delta \mathrm{v}$ e l'intervallo di tempo Δt in cui avviene. In simboli abbiamo:

$$a_m = \frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{v}_2 - \mathrm{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\mathrm{v}_f - \mathrm{v}_i}{t_f - t_i}$$

L'accelerazione si misura in $\frac{m}{s^2}$

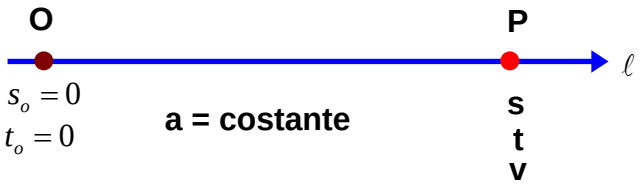


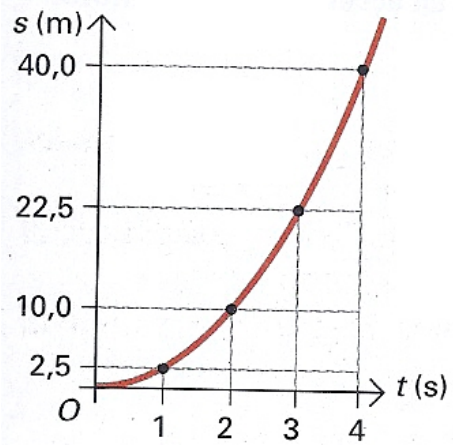
Se l'accelerazione è positiva ($a > 0$) il moto è accelerato e la velocità aumenta; se l'accelerazione è negativa ($a < 0$) il moto è accelerato e la velocità diminuisce. L'accelerazione media relativa ad un intervallo di tempo Δt piccolissimo dicesi accelerazione istantanea. Tanto più è piccolo l'intervallo di tempo Δt tanto più l'accelerazione media si identifica con quella istantanea.

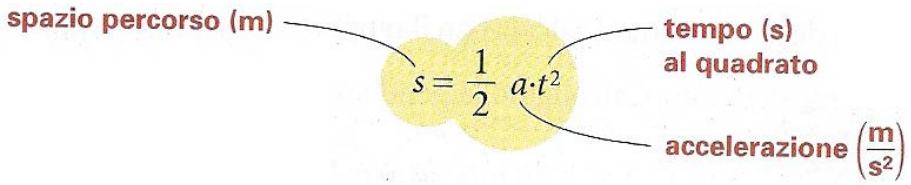
	$\Delta v = v_2 - v_1 = 0$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$ Il moto è uniforme
	$\Delta v = v_2 - v_1 > 0$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$ Il moto è accelerato
	$\Delta v = v_2 - v_1 < 0$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$ Il moto è decelerato

Moto rettilineo uniformemente accelerato

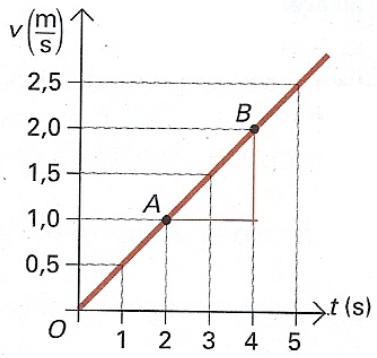
Definizione: Il moto rettilineo uniformemente accelerato è il moto di un punto lungo una traiettoria rettilinea che avviene con accelerazione costante.



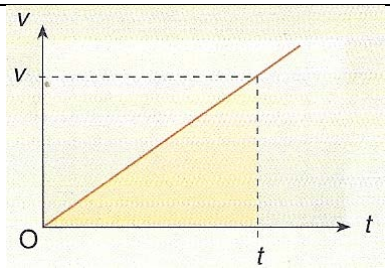
$s = \frac{1}{2} a t^2$ = legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato Il grafico spazio-tempo (diagramma orario del moto) di un moto uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla è una parabola.	



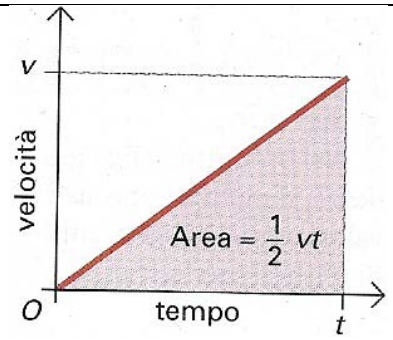
$v = a\,t$



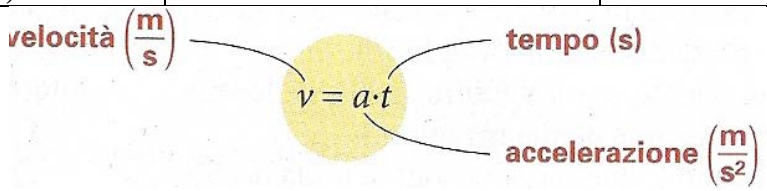
Il diagramma delle velocità è una semiretta uscente dall'origine degli assi. La pendenza è uguale all'accelerazione del moto (coefficiente del tempo t)



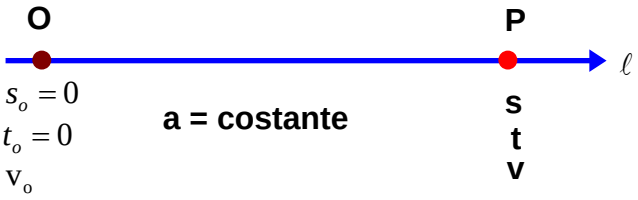
La distanza percorsa da un punto nell'intervallo di tempo t è uguale all'area colorata



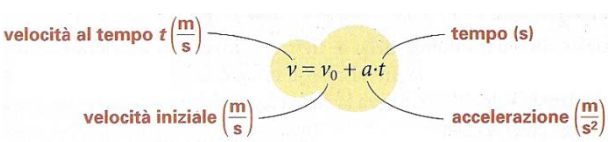
Lo spazio percorso nel tempo t è uguale all'area colorata

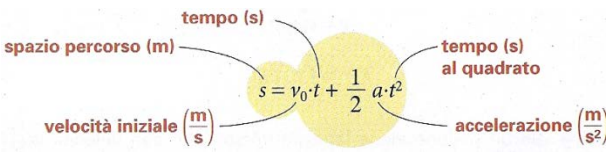


$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \qquad a = \frac{2s}{t^2} \qquad a = \frac{v}{t} \qquad t = \frac{v}{a}$$



$$s = v_o \cdot t \cdot + \frac{1}{2} a t^2 \qquad v = v_o + a \cdot t \qquad a = \frac{v - v_o}{t} \qquad t = \frac{v - v_o}{a} \qquad a = \frac{2(s - v_o t)}{t^2}$$





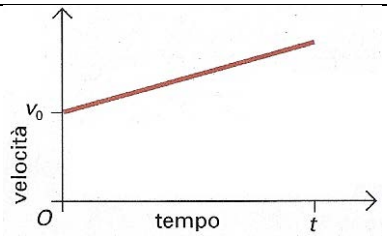
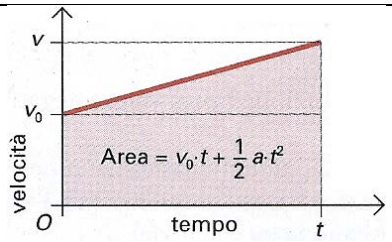


Diagramma delle velocità quando la velocità iniziale è $v_o \neq 0$



Lo spazio percorso è uguale all'area del trapezio colorato

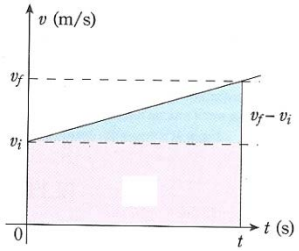
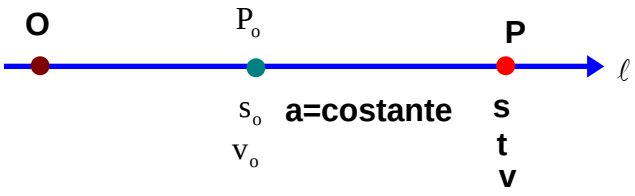


Grafico della velocità in funzione del tempo in un moto uniformemente accelerato con velocità v_i. L'area del trapezio colorato rappresenta lo spazio percorso dall'istante iniziale al tempo t.



$$s = s_o + v_o \cdot t \cdot + \frac{1}{2} a t^2 \qquad v = v_o + a \cdot t$$

Leggi della caduta dei gravi

L'accelerazione con la quale cade un corpo in prossimità della superficie della terra è costante, viene indicata col simbolo g e vale $9{,}8 \frac{m}{s^2}$. Tale accelerazione prende il nome di accelerazione di gravità. Le formule precedenti diventano: $s = \frac{1}{2} g t^2$ $v = g \cdot t$ ed il moto dicesi naturalmente accelerato

Per un corpo lanciato verticalmente verso l'alto con $v_o \neq 0$ valgono le seguenti relazioni:

$$s = v_o \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad v = v_o - g t$$

Per un moto naturalmente accelerato con $v_o \neq 0$ ed $s_o \neq 0$ abbiamo:

$$s = s_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} g t^2 \qquad v = v_o + g t \qquad g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$$

Per un corpo lanciato verticalmente verso l'alto abbiamo:

$$s = s_o + v_o \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad v = v_o - g \cdot t \qquad g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$$