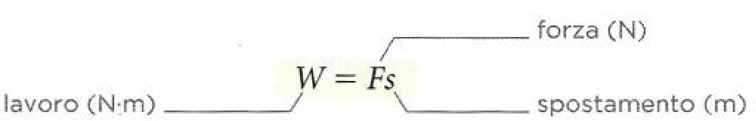
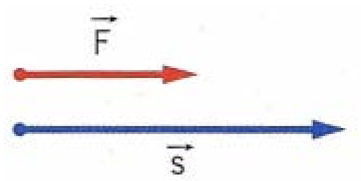
Lavoro di una forza costante

Il lavoro

Una forza compie lavoro quando il suo punto di applicazione subisce lo spostamento $\vec{s}$. Ogni volta che una forza provoca uno spostamento compie lavoro. Il lavoro compiuto dalla forza dipende sia dalla direzione della forza sia dalla direzione dello spostamento.

Forza e spostamento paralleli ed equiversi: In questo caso il lavoro è uguale alla forza per lo spostamento. **$L = W = Fs$** ed il lavoro è detto motore.



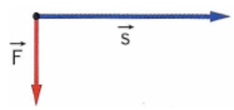


Nel SI l'unità di misura del lavoro è il joule definito come il lavoro compiuto da una forza di un newton quando sposta il suo punto di applicazione di un metro nella direzione e nel verso della forza. **$1J = 1N \cdot 1m$**

Forza e spostamento antiparalleli: In questo caso abbiamo: **$L = W = -Fs$**

La forza che sposta il suo punto di applicazione agisce in modo da opporsi al moto del corpo compiendo un lavoro resistente.

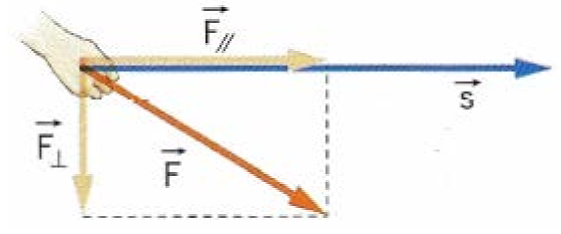
Forza e spostamento perpendicolari: In questo caso il lavoro compiuto dalla forza è nullo.



La definizione di lavoro nel caso generale

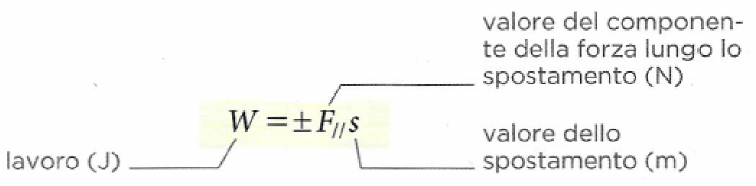
In generale la forza $\vec{F}$ e lo spostamento $\vec{s}$ non hanno la stessa direzione ma formano un angolo α.

In questo caso conviene decomporre la forza $\vec{F}$ in due componenti: • una, indicata col simbolo $\vec{F}_{\parallel}$, parallela allo spostamento • l'altra, indicata col simbolo $\vec{F}_{\perp}$, perpendicolare allo spostamento.



Poiché la forza $\vec{F}_{\perp}$ non compie lavoro possiamo affermare che: $W = W_1 + W_2 = \pm F_{\parallel} \cdot s + 0 = \pm F_{\parallel} \cdot$

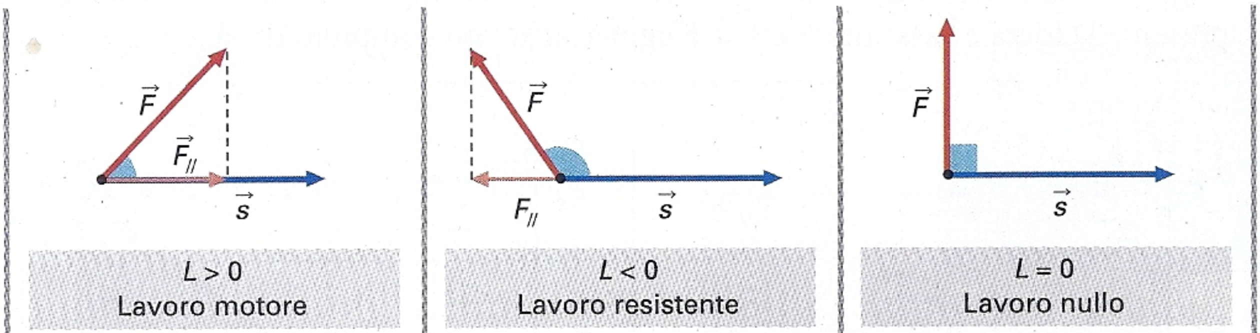
Il lavoro compiuto da una forza $\vec{F}$ durante uno spostamento $\vec{s}$ è dato dal valore del componente $\vec{F}_{\parallel}$ di $\vec{F}$ parallelo ad $\vec{s}$, moltiplicato per il modulo dello spostamento $\vec{s}$. Il segno è positivo per un lavoro motore, negativo per un lavoro resistente.



Lavoro motore e lavoro resistente

Il lavoro compiuto da una forza può essere positivo, negativo o nullo:

- è positivo quando la $F_{//}$ ha lo stesso verso dello spostamento [▶ figura 2*a*], in tal caso si dice che la forza compie un **lavoro motore**;
- è negativo quando la $F_{//}$ ha verso opposto a quello dello spostamento [▶ figura 2*b*], la forza compie un **lavoro resistente**;
- è nullo se forza e spostamento sono perpendicolari [▶ figura 2*c*]; infatti, in tal caso, la $F_{//}$ è nulla, quindi anche il lavoro è zero.

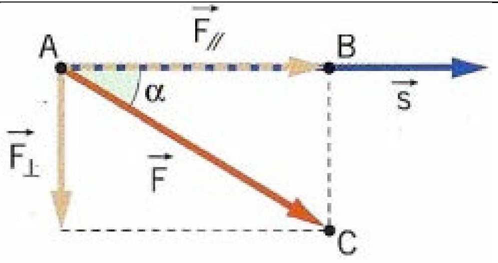


a L'angolo tra forza e spostamento è acuto, il lavoro è positivo (lavoro motore).

b L'angolo tra forza e spostamento è ottuso, il lavoro è negativo (lavoro resistente).

c L'angolo tra forza e spostamento è retto, il lavoro è nullo.

La formula goniometrica del lavoro

Noto l'angolo α formato dalla forza e dallo spostamento, ricordando una proprietà di trigonometria possiamo calcolare il lavoro utilizzando la formula: $W = L = F \cdot s \cdot \cos\alpha$	

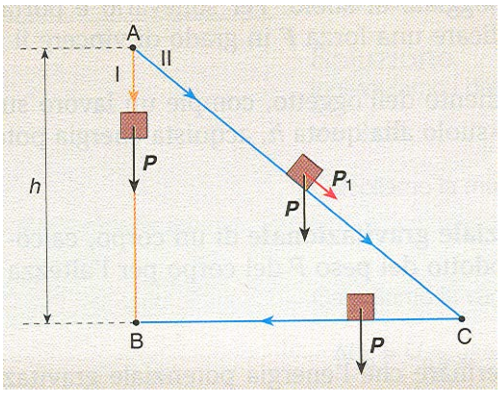
Lavoro della forza peso

Un corpo di massa m viene portato dalla posizione A alla posizione B lungo due percorsi diversi. Vogliamo fare vedere che il lavoro compiuto dalla forza peso del corpo, $\vec{P} = m\vec{g}$, ha lo stesso valore sia lungo il percorso **I**, sia lungo il percorso **II**. Lungo il percorso I il corpo si muove lungo la verticale passante per A e si sposta di un tratto h . Il lavoro compiuto dalla forza peso vale: $L = Fs = Ph = mgh$ Calcoliamo adesso il lavoro compiuto dalla forza peso lungo il tratto II:

$$L_{AB} = L_{AC} + L_{CB} = P_t \cdot \ell + 0 = \frac{h}{\ell} mg\ell = mgh$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso quando sposta il suo punto di applicazione dalla posizione iniziale **A** a quella finale **B** assume lo stesso valore lungo due percorsi diversi che congiungono questi punti. Si potrebbe dimostrare che il lavoro compiuto dalla forza peso è sempre **mgh** qualunque sia il percorso curvilineo che congiunge la posizione iniziale A con la posizione finale B. Vedremo in seguito che tutte le forze che si comportano come la forza peso sono dette forze conservative e godono di particolari proprietà.

Un corpo di massa m viene portato dalla posizione **A** alla posizione **B** lungo due percorsi diversi. Il lavoro compiuto dalla forza peso lungo il percorso **I** è uguale a quello compiuto lungo il percorso **II**.



Se il corpo cade dall'altezza h_A iniziale fino all'altezza h_B finale (Figura 7), essendo in tal caso lo spostamento uguale alla differenza $h_A - h_B$ delle altezze dal suolo, il lavoro vale: $L = mg(h_A - h_B)$

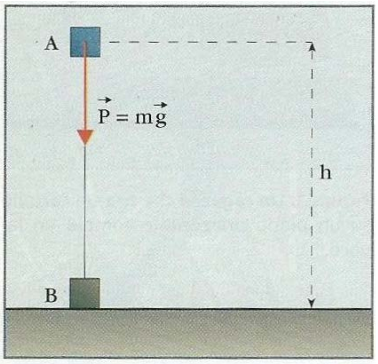


Figura 5. Il lavoro compiuto dalla forza peso quando un corpo di massa *m* cade liberamente da *A* a *B* è *mgh*.

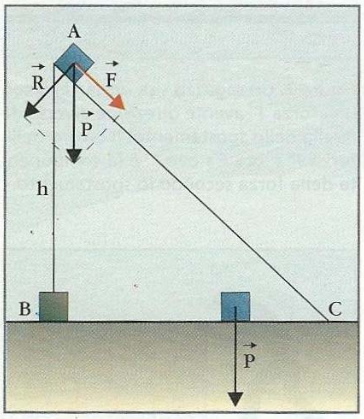


Figura 6. Se si lascia scivolare il corpo della figura precedente lungo un piano inclinato di altezza *h* da *A* a *C* e poi lo si spinge da *C* a *B*, il lavoro compiuto dal peso è ancora *mgh*, come nella caduta libera.

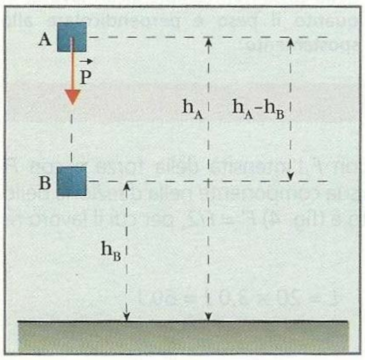
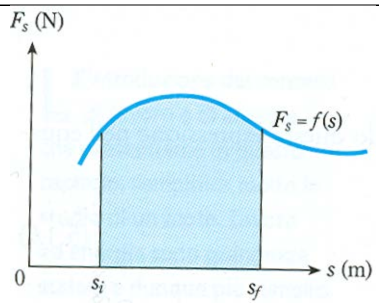
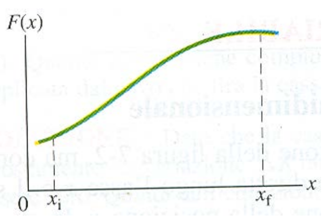
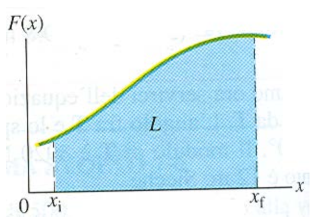


Figura 7. Il lavoro compiuto dalla forza peso quando il corpo di massa *m* si sposta da *A* a *B* è $mg(h_A - h_B)$ indipendentemente dalla traiettoria seguita.

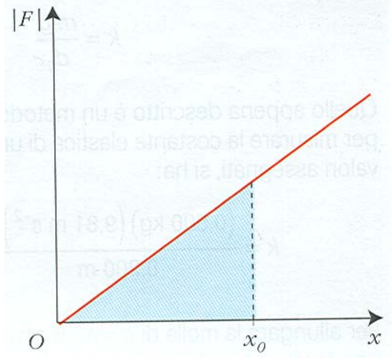
Lavoro di una forza variabile

Se la componente della forza lungo lo spostamento $\vec{s}$ (ad esempio l'asse x) è variabile , allora la definizione di lavoro va opportunamente modificata. Sia $F_s = f(s)$ è la legge con la quale F_s varia al variare della posizione s. Consideriamo il grafico γ della funzione $F_s = f(s)$ ottenuto riportando in ascissa la posizione s ed in ordinata il valore della forza F_s. Se la particella si sposta dalla posizione s_i alla posizione s_f, il lavoro compiuto dalla forza che determina tale spostamento coincide numericamente con l'area individuata dalla curva γ e dalle rette $s = s_i$ ed $s = s_f$, cioè con l'area colorata della figura.

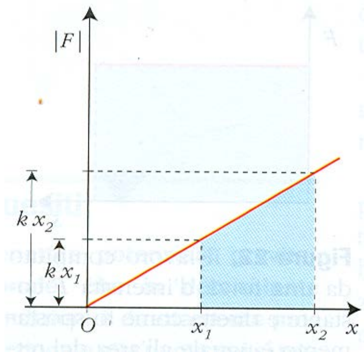
Il grafico della componente della forza $\vec{F}$ lungo la direzione di $\vec{s}$ in funzione di s. L'area colorata della figura ci fornisce la misura del **lavoro compiuto** dalla forza $\vec{F}$ durante lo spostamento dalla posizione s_i alla posizione s_f	

Curva che descrive una generica forza unidimensionale in funzione dello spostamento della particella sulla quale agisce. La particella si sposta da x_i ad x_f			Il lavoro compiuto dalla forza è rappresentato geometricamente dall'area colorata sotto la curva compresa tra gli estremi.

Se la forza $\vec{F}$ agente su una particella lungo l'asse x ha modulo $F = kx$ allora il lavoro compiuto da tale forza per spostare la particella dalla quiete alla posizione x_o vale: $L = \frac{1}{2} k\, x_o^2$ come risulta calcolando l'area del triangolo della figura.

L'area del triangolo colorato rappresenta il lavoro compiuto dalla forza $F = kx$ quando sposta la particella dall'origine alla posizione x_o	

Il lavoro compiuto dalla forza $\vec{F}$ dalla posizione x_1 alla posizione x_2 vale: $L = \frac{1}{2} k\, x_2^2 - \frac{1}{2} k\, x_1^2$ come risulta calcolando l'area del trapezio della figura.

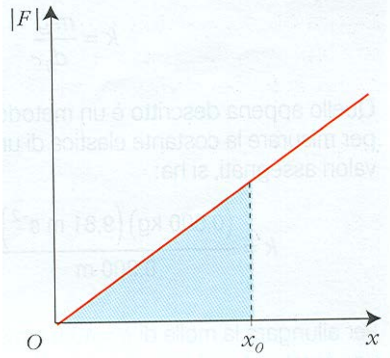
L'area del trapezio colorato rappresenta il lavoro compiuto dalla forza $F = kx$ quando sposta la particella dalla posizione iniziale x_1 alla posizione finale x_2.	

Lavoro compiuto dalla forza elastica

Una forza elastica è una forza del tipo $\vec{f} = -k \cdot \vec{x}$ che, scritta in forma scalare, diventa: $f = -k \cdot x$

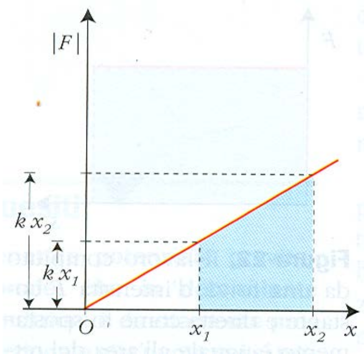
Una molla realizza una forza elastica. Consideriamo un corpo poggiato sopra un tavolo orizzontale ed attaccato ad una molla, della quale l'altro estremo è fisso; il corpo può essere un carrello oppure un disco. Fissiamo anche un sistema di ascisse con l'origine nella posizione di equilibrio dell'estremità della folla fissata al corpo. Per spostare il carrello verso destra dobbiamo applicare uno sforzo contro la forza elastica che si oppone a tale movimento. La forza che agisce sulla molla è la forza deformante $F = kx$ che compie un lavoro positivo, la forza che agisce sul carrello quando questi si sposta verso destra è la forza elastica $\vec{f} = -k \cdot \vec{x}$ che compie un lavoro negativo.

Durante lo spostamento la forza elastica è costantemente diretta in senso contrario allo spostamento e la sua intensità varia con continuità. Come possiamo calcolare il lavoro compiuto dalla forza elastica $\vec{f} = -k \cdot \vec{x}$? Basta utilizzare il metodo geometrico, come abbiamo fatto per la forza deformante $F = kx$. Se la molla si allunga del tratto x compie il lavoro negativo $L = -\frac{1}{2} k \cdot x^2$

L'**area del triangolo colorato cambiata di segno rappresenta il lavoro compiuto dalla forza elastica** $F = -k \cdot x$ di una molla allungata di un tratto uguale ad x_o	

Se la molla, dopo che è stata allungata, viene lasciata libera di ritornare nella posizione di equilibrio, la forza elastica ha lo stesso verso dello spostamento e compie un lavoro positivo pari a: $L = \frac{1}{2} k \cdot x^2$

Più in generale, se l'allungamento della molla aumenta da x_1 ad x_2 il lavoro compiuto dalla forza elastica vale: $L = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$

L'**area del trapezio colorato cambiata di segno rappresenta il lavoro compiuto dalla forza elastica** $F = -k \cdot x$ di una molla quando sposta la particella dalla posizione iniziale x_1 alla posizione finale x_2.	

Se la molla ritorna indietro passando dalla posizione x_2 alla posizione x_1, il lavoro è l'opposto del precedente in quanto, adesso, la forza elastica ha lo steso verso dello spostamento. In questo caso il lavoro motore compiuto dalla forza elastica vale: $L = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$

L'espressione del lavoro rimane invariata se x esprime la misura di una compressione della molla, anziché di un allungamento.

Lavoro compiuto dalla forza gravitazionale

Per calcolare il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale $\mathbf{F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$ per spostare una massa $\mathbf{m}$ che si trova alla distanza $\mathbf{r_1}$ dal centro della Terra per portarla alla distanza $\mathbf{r_2}$ dobbiamo applicare la seguente formula: $\mathbf{F = G\,m\,M_T\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$. Il lavoro è negativo se la massa $\mathbf{m}$ si allontana dal centro della Terra, è positivo se si avvicina al centro della Terra.

La potenza

La potenza di un sistema fisico è data dal rapporto tra il lavoro compiuto o assorbito dal sistema e l'intervallo di tempo necessario per eseguire tale lavoro: $\mathbf{P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F \cdot s}{\Delta t} = F \cdot v}$ dove F è la forza che compie lavoro e v la velocità del corpo sul quale agisce la forza F.

Nel *SI* l'unità di misura della potenza è il watt ($\mathbf{W}$) definito come la potenza di un sistema fisico che compie il lavoro di un joule in un secondo. $\mathbf{1\,W = \frac{1\,J}{1\,s}}$

$\mathbf{P = \frac{L}{\Delta t}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L = P \cdot \Delta t}$ = lavoro compiuto nel tempo $\mathbf{\Delta t}$ da qui la definizione di un'altra unità di misura del lavoro largamente usata nella pratica; ad esempio il kilowattora ($\mathbf{kWh}$).

Il kilowattora ($\mathbf{kWh}$) è l'energia prodotta in un'ora da un dispositivo che eroga la potenza di un kilowatt ($=10^3\,W$). $\mathbf{1\,megawatt = 1\,MW = 10^6\,W}$ $\mathbf{1\,gigawatt = 1\,MW = 10^9\,W}$

L'energia

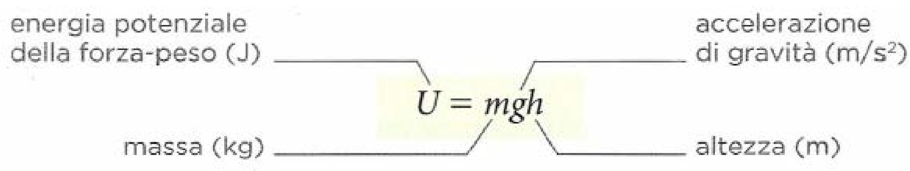
Si chiama energia la capacità di un sistema fisico di compiere lavoro. L'energia, essendo un lavoro, si misura in joule. Esistono diversi tipi di energia: l'energia cinetica, l'energia potenziale, l'energia gravitazionale, l'energia elettrica, l'energia nucleare. Un corpo possiede energia quando è in grado di compiere lavoro. **Il lavoro misura quanta energia passa da una forma all'altra**.

Energia potenziale

Abbiamo detto in precedenza che un corpo possiede energia se ha la capacità di compiere un lavoro. Un corpo dotato di velocità possiede energia cinetica. Anche un corpo fermo ha la capacità di compiere lavoro per il semplice motivo di occupare una certa posizione nello spazio. Diciamo che il corpo possiede energia di posizione o , meglio, energia potenziale.

Energia potenziale gravitazionale

Un corpo di massa m che si trova ad un'altezza h rispetto ad un piano orizzontale possiede la seguente energia potenziale gravitazionale: $\mathbf{U = mgh}$



L'energia gravitazionale di un corpo è uguale al lavoro che deve compiere la forza peso per spostare il corpo dalla posizione iniziale alla posizione finale posta sul piano orizzontale.

Consideriamo un corpo di massa $\mathbf{m}$ che, sotto l'azione del suo peso $\vec{\mathbf{P}}$, passa dall'altezza $\mathbf{h_A}$ all'altezza $\mathbf{h_B}$ e siano $\mathbf{U_A = mgh_A}$ e $\mathbf{U_B = mgh_B}$ le energie potenziali gravitazionali della massa $\mathbf{m}$ alle altezze $\mathbf{h_A}$ e $\mathbf{h_B}$. Il lavoro compiuto dalla forza peso $\vec{\mathbf{P}}$ è uguale a:

$$\mathbf{L = U_A - U_B = mgh_A - mgh_B = mg(h_A - h_B)}$$

Energia potenziale elastica

E' l'energia di una molla di costante elastica $\mathbf{k}$ compressa o allungata di un tratto $\mathbf{x}$ corrisponde al lavoro che la forza elastica compie quando la molla ritorna nello stato di equilibrio, che si ottiene per $\mathbf{x = 0}$. Il suo valore è: $\mathbf{U = \frac{1}{2} k x^2}$

Energia cinetica

L'energia cinetica di un corpo esprime la capacità che ha un corpo di compiere lavoro per il semplice fatto di possedere una velocità.

L'energia cinetica $\mathbf{E_c}$ di massa $\mathbf{m}$ e velocità v è uguale al semiprodotto della massa per il quadrato della velocità: $\mathbf{E_c = \frac{1}{2} m\, v^2}$

L'energia cinetica di un corpo è uguale al lavoro che una forza deve compiere per portare un corpo di massa $\mathbf{m}$, inizialmente fermo, fino alla velocità v, oppure, in termini equivalenti, il lavoro che il corpo è in grado di compiere quando si ferma.

Il teorema dell'energia cinetica

Il lavoro compiuto dalle forze agenti su un corpo di massa m, la cui velocità passa dal valore v_A al valore v_B è uguale alla corrispondente varia zione di energia cinetica. In formule abbiamo:

$$\mathbf{L = E_{cB} - E_{cB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2}$$

Conservazione dell'energia meccanica

L'energia cinetica e l'energia potenziale sono le due forme in cui può presentarsi l'energia meccanica di un corpo. Consideriamo una massa m soggetta all'azione di forze conservative e supponiamo che si sposti dalla posizione iniziale A , dove ha velocità $\vec{v}_A$, alla posizione finale B, dove ha velocità $\vec{v}_B$. Poiché l'unica forza che agisce su m è la forza conservativa del campo, possiamo scrivere : $L_{A\to B}(\vec{F}) = E_{cB} - E_{cA} = U_A - U_B$ cioè: $\mathbf{U_B + E_{cB} = U_A + E_{cB} = U + E_c = costante}$

La somma dell'energia potenziale e dell'energia cinetica è chiamata energia meccanica totale della massa m.

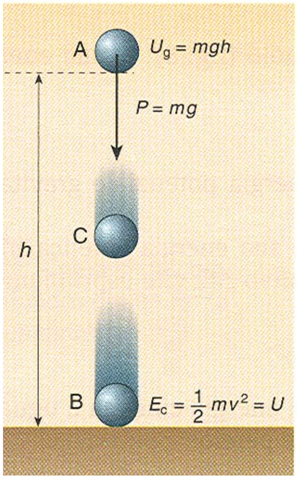
Caso gravitazionale

Nel caso in cui la massa m si muove in prossimità della terra ed è soggetta alla sola forza peso, l'equazione precedente assume la forma:

$$\mathbf{\frac{1}{2} m\, v_A^2 + m\, g\, h_A = \frac{1}{2} m\, v_B^2 + m\, g\, h_B = \frac{1}{2} m\, v^2 + m\, g\, h = costante}$$

Nel caso in cui il corpo di massa m si muove nel campo gravitazionale terrestre in una regione di spazio estesa, la forza gravitazionale (peso) non è più costante, ma varia con la distanza r dal centro della Terra. In questo caso l'energia potenziale della massa m vale $\mathbf{U = -G\frac{m_T \cdot m}{r}}$ e la relazione precedente assume la forma: $\mathbf{\frac{1}{2} m v^2 - G\frac{m_T \cdot m}{r} = costante}$

Un esempio di trasformazione dell'energia meccanica



Consideriamo un corpo di massa **m** che si trova fermo all'altezza h dal suolo. In questa posizione, chiamiamola A, l'energia potenziale gravitazionale del corpo vale: $U_A = mgh$ mentre la sua energia cinetica è uguale a zero, in quanto il copro è fermo. L'energia meccanica totale del corpo nella posizione A vale:

$$E_A = E_{cA} + U_A = 0 + mgh = mgh$$

Abbiamo scelto come punto ad energia potenziale zero un punto qualsiasi del suolo, che rappresenta un piano orizzontale.

Lasciamo cadere il corpo. Mentre la massa **m** si avvicina al suolo la sua energia potenziale diminuisce, ma contemporaneamente esso acquista velocità e quindi la sua energia cinetica aumenta. Quando il corpo passa per la posizione C, che si trova alla distanza h_C dal suolo, la sua energia meccanica è in parte cinetica ed in parte potenziale e vale:

$$E_C = T_C + U_C = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 + mgh_C$$

dove v_C è la velocità del corpo quando passa per il punto C.

Al momento dell'impatto col suolo il corpo ha perso tutta la sua energia potenziale che si è trasformata completamente in energia cinetica. Se v è la velocità con la quale il corpo tocca il suolo abbiamo:

$$E_B = T_B + U_B = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 + 0 = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2$$

<<**La caduta libera di un corpo è un classico esempio di trasformazione dell'energia potenziale in energia cinetica**>>

Principio di conservazione dell'energia meccanica per una forza elastica

Consideriamo un corpo di massa **m** soggetto ad una forza elastica di costante elastica k. Per una elongazione x il principio di conservazione meccanica assume la forma:

$$\frac{1}{2}\mathbf{m}\,\mathbf{v}^2+\frac{1}{2}\mathbf{k}\,\mathbf{x}^2=\mathbf{costante}$$

Durante il moto si hanno trasformazioni di energia potenziale elastica in energia cinetica e viceversa. Agli estremi di oscillazione l'energia è solo potenziale mentre nel centro di oscillazione è solo cinetica. Se x_o è l'ampiezza dell'oscillazione allora il principio di conservazione meccanica assume la forma: $\frac{1}{2}\mathbf{m}\,\mathbf{v}^2+\frac{1}{2}\mathbf{k}\,\mathbf{x}^2=\frac{1}{2}\mathbf{k}\,\mathbf{x}_0^2$

Definizione di quantità di moto

La quantità di moto $\vec{\mathbf{Q}}$ di un corpo di massa **m** che si muove con velocità $\vec{\mathbf{v}}$ è la grandezza vettoriale $\vec{\mathbf{Q}}=\mathbf{m}\cdot\vec{\mathbf{v}}$ data dal prodotto della massa **m** per il vettore velocità $\vec{\mathbf{v}}$. Il vettore $\vec{\mathbf{Q}}$ ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore velocità $\vec{\mathbf{v}}$.

Nel **SI** l'unità di misura della quantità di moto è il $\frac{\mathbf{Kg}\cdot\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$. La quantità di moto totale di un sistema di corpi è la somma vettoriale delle quantità di moto $\vec{\mathbf{Q}}_1=\mathbf{m}_1\,\vec{\mathbf{v}}_1$, $\vec{\mathbf{Q}}_2=\mathbf{m}_2\,\vec{\mathbf{v}}_2$, $\vec{\mathbf{Q}}_3=\mathbf{m}_3\,\vec{\mathbf{v}}_3\cdots\cdots$ dei singoli corpi. $\vec{\mathbf{Q}}_{tot}=\vec{\mathbf{Q}}_1+\vec{\mathbf{Q}}_2+\vec{\mathbf{Q}}_3+\mathbf{L}=\mathbf{m}_1\,\vec{\mathbf{v}}_1+\mathbf{m}_2\,\vec{\mathbf{v}}_2+\mathbf{m}_3\,\vec{\mathbf{v}}_3\cdots$

Definizione di impulso di una forza

Supponiamo che una forza $\vec{F}$, che per semplicità supponiamo costante, agisca per un intervallo di tempo $\Delta t=t_2-t_1=t_f-t_i$ su un punto materiale di massa **m**. Definiamo impulso della forza $\vec{F}$ relativo all'intervallo di tempo Δt la grandezza vettoriale:

$$\vec{I}=\vec{F}\cdot\Delta t=\vec{F}\cdot(t_2-t_1)=\vec{F}\cdot(t_f-t_i)$$

$$[I]=[F\cdot t]=\left[M\cdot L\cdot T^{-1}\right]\quad,\quad\{I\}=\{F\}\cdot\{t\}=N\cdot s$$

Per la seconda legge della dinamica possiamo scrivere :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \frac{m \cdot \left(\vec{v}_f - \vec{v}_i \right)}{t_f - t_i} \quad ; \quad \vec{F} \cdot \left(t_f - t_i \right) = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i = \Delta \vec{Q}$$

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i = \Delta \vec{Q} \quad = \quad \textbf{teorema dell'impulso}$$

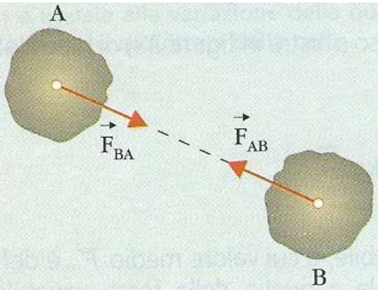
<< **La variazione della quantità di moto $\Delta \vec{Q} = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i$ di un punto materiale soggetto all'azione di una forza $\vec{F}$ nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ è uguale all'impulso corrispondente.**>>

In termini equivalenti possiamo dire che: "l'impulso trasmesso da una forza $\vec{F}$ agente su un corpo per un certo intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ è uguale alla variazione della quantità di moto del corpo prodotta durante lo stesso intervallo di tempo.

Conservazione della quantità di moto nei sistemi isolati

Un sistema di punti materiali è isolato quando la forza risultante esterna agente su di esso è nulla.

Consideriamo due corpi A e B che interagiscono esercitando l'uno sull'altro una forza. Siano $\vec{F}_{AB}$ la forza che A esercita su B ed $\vec{F}_{BA}$ la forza che B esercita su A. Supponiamo che il sistema costituito dai due corpi sia isolato e che pertanto non agiscano sui corpi altre forze diverse dalle precedenti.



Applico ai corpi A e B il terzo principio della dinamica; ottengo: $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

Moltiplicando ambo i membri per l'intervallo di tempo Δt; ottengo: $\vec{F}_{BA} \cdot \Delta t = -\vec{F}_{AB} \cdot \Delta t$

Applico il teorema dell'impulso: $\Delta \vec{Q}_A = -\Delta \vec{Q}_B \quad \vec{Q}_{Af} - \vec{Q}_{Ai} = -\left(\vec{Q}_{Bf} - \vec{Q}_{Bi} \right) = \vec{Q}_{Bi} - \vec{Q}_{Bf}$

$$\vec{Q}_{Af} + \vec{Q}_{Bf} = \vec{Q}_{Ai} + \vec{Q}_{Bi} \quad \Rightarrow \quad \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \text{costante}$$

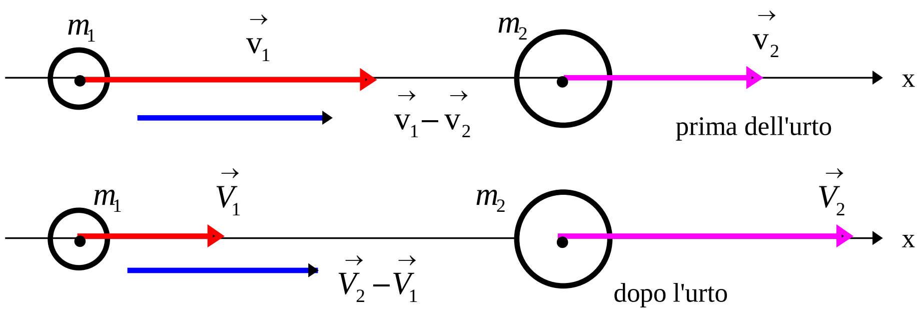
Questo principio ricavato per due corpi A e B continua a valere per un qualsiasi sistema isolato di corpi.

Principio di conservazione della quantità di moto

Se due o più corpi interagiscono in un sistema isolato, la quantità di moto totale rimane costante nel tempo. Se il sistema non è isolato la sua quantità di moto non si conserva perché le forze esterne che agiscono sul sistema modificano la sua quantità di moto.

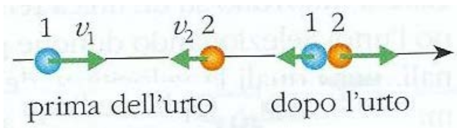
Urti

Un **urto** tra due corpi è un fenomeno nel corso del quale i corpi esercitano, l'uno sull'altro, forze molto intense, ma di durata estremamente breve**.** Si presuppone che l'urto sia un **fenomeno istantaneo** e che quindi nell'istante in cui esso avviene i corpi **cambino velocità ma non posizione** . Le forze che si manifestano durante gli urti sono dette **forze impulsive**, in quanto esse sono di breve durata. Concludendo possiamo affermare che gli urti son interazioni tra due corpi nelle quali si sviluppano forze intense e di breve durata (forze impulsive). Il caso più semplice è quello dell'**urto tra due sfere libere** (assimilabili a **due punti materiali**). Possiamo considerare due corpi che si urtano come un **sistema isolato**, in quanto le forze esterne che agiscono sui corpi hanno un'intensità trascurabile rispetto a quella delle forze che i corpi si scambiano durante l'urto. Di conseguenza in tutti i fenomeni di urto si mantiene costante la **quantità di moto totale**. Gli urti tra corpi vengono classificati in **urti elastici** ed **urti anelastici**. Nel primo caso l'**energia cinetica del sistema si conserva**, nel secondo caso *non si conserva*. L'**urto è totalmente anelastico** o PLASTICO se dopo l'urto i due corpi rimangono uniti e proseguono il loro cammino con la stessa velocità ($\vec{v}_2 = \vec{v}_1$). Per esempio, l'urto di una pallottola col bersaglio colpito è **completamente anelastico** quando la pallottola rimane conficcata nel bersaglio stesso. Nello studio della fisica l'espressione **urto** non significa necessariamente un contatto, esso esprime una interazione molto intensa agente per un tempo brevissimo e dovuta a forze impulsive interne



Casi particolari

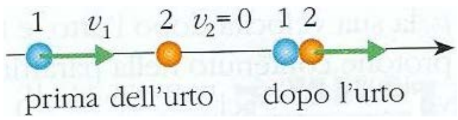
$m_1 = m_2 \quad \Rightarrow \quad V_1 = v_2 \;\; ; \;\; V_2 = v_1$ **Le sfere, dopo l'urto, si scambiano le velocità**



$v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \qquad V_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$

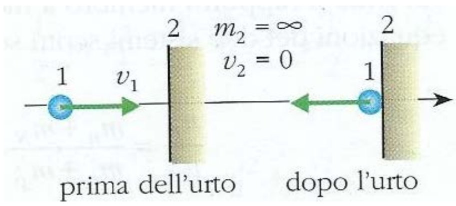
$m_1 = m_2 \;,\; v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0 \;,\; u_2 = v_1$

La prima sfera si ferma di colpo, mentre la seconda sfera scatta via con la velocità che possedeva la prima sfera.



$m_2 = \infty \;\;,\;\; v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = 0 \,, \quad u_1 = -v_1 \,, \quad u_2 = 0$ (urto contro una parete fissa)

La sferetta urtante m_1 torna indietro con la stessa velocità che aveva prima dell'urto.



Urto anelastico unidimensionale

Se l'**urto** è **anelastico**, non possiamo usare più la conservazione dell'energia cinetica. L'energia cinetica finale può essere minore di quella iniziale, la differenza essendosi convertita per esempio in calore o in energia potenziale di deformazione. La **conservazione della quantità di moto** continua a valere. Consideriamo un **urto completamente anelastico**. Le due particelle, dopo l'urto, proseguiranno con una velocità finale comune **u**. Utilizzando soltanto il **principio di conservazione della quantità di moto** otteniamo:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V} \qquad \vec{V} = \frac{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Nel caso di un urto unidimensionale la precedente relazione vettoriale può essere scritta in termini scalari nella seguente maniera: $V = \dfrac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ dove V, v_1 e v_2 sono valori algebrici.

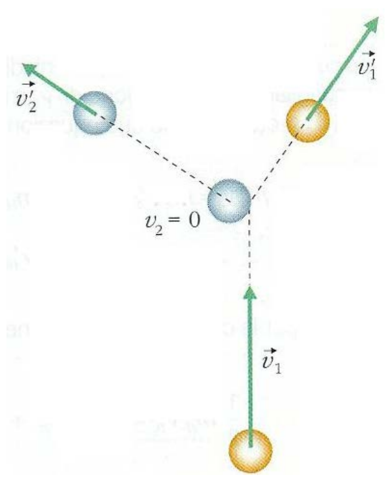
Urti obliqui

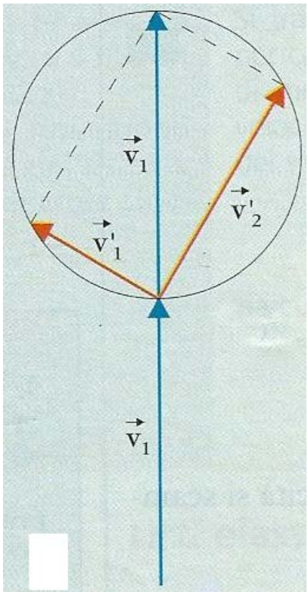
Consideriamo l'urto elastico obliquo fra due sfere aventi la stessa massa **m** delle quali una inizialmente ferma.

$\vec{\mathbf{v}}_1$ = velocità prima dell'urto della sferetta urtante, la cui direzione non passa per il centro della sfera ferma

$\vec{\mathbf{v}}_1'$ = velocità dopo l'urto della sferetta urtante

$\vec{\mathbf{v}}_2'$ = velocità dopo l'urto della sferetta inizialmente ferma





Per la conservazione della quantità di moto possiamo scrivere: $\cancel{m}\,\vec{v}_1 = \cancel{m}\,\vec{v}_1' + \cancel{m}\,\vec{v}_2'$ $\quad \vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$

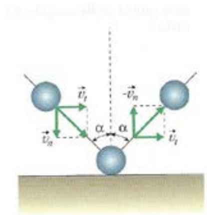
Cioè la velocità vettoriale $\vec{\mathbf{v}}_1$ della sferetta urtante prima dell'urto è uguale alla somma vettoriale delle velocità $\vec{\mathbf{v}}_1'$ e $\vec{\mathbf{v}}_2'$ della sferetta urtante e di quella urtata dopo l'urto.

Si ha anche conservazione dell'energia cinetica; questo ci consente di scrivere:

$$\frac{1}{2}m\,v_1^2=\frac{1}{2}m\,v_1'^2+\frac{1}{2}m\,v_2'^2 \quad\Rightarrow\quad v_1^2=v_1'^2+v_2'^2$$

Le velocità v_1, v_1', v_2' formano una terna pitagorica e questo ci consente di affermare che il parallelogrammo costruito sui vettori $\vec{v}_1'$ e $\vec{v}_2'$ è un rettangolo la cui diagonale coincide con $\vec{v}_1$.

Pertanto nell'urto elastico obliquo tra due corpi aventi la stessa massa, di cui uno è inizialmente fermo, le direzioni del moto dei corpi dopo l'urto sono tra loro perpendicolari.



Consideriamo adesso una sferetta che urta obliquamente ed elasticamente contro una parete fissa.
Le leggi che regolano questo tipo di urto sono le seguenti:

- **l'urto elastico di una sferetta contro una parete fissa si svolge sul piano individuato dalle direzioni delle velocità della sferetta prima e dopo l'urto e dalla perpendicolare alla parete nel punto di incidenza**

- **l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza**

Si definiscono angolo di incidenza e angolo di riflessione gli angoli che la velocità della sferetta, rispettivamente prima e dopo l'urto, forma con la direzione perpendicolare alla parete nel punto di incidenza.