Il punto materiale e il corpo rigido

Per punto materiale intendiamo un qualsiasi corpo le cui dimensioni sono trascurabili rispetto all'ambiente in cui si trova.

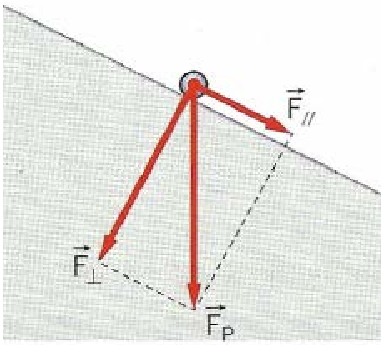
Il corpo rigido è un oggetto esteso che non subisce alcuna deformazione qualunque siano le forze applicate.

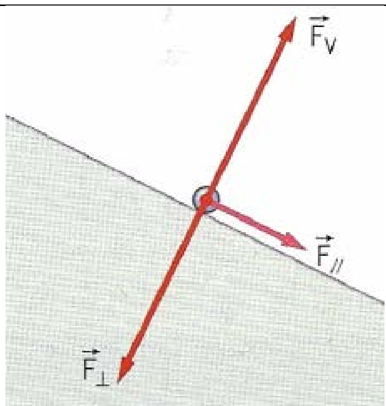
Un punto materiale fermo, rimane in equilibrio quando è nullo il risultante delle forze che agiscono su di esso.

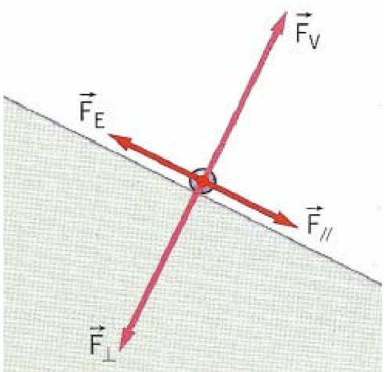
Un vincolo è un oggetto che impedisce ad un corpo di compiere alcuni movimenti.

L'equilibrio su un piano inclinato

Quale forza dobbiamo applicare ad corpo poggiato su un piano inclinato perché resti in equlibrio?

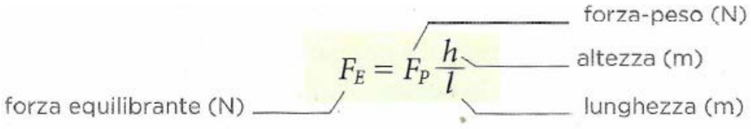
<table>
<tr>
<td>


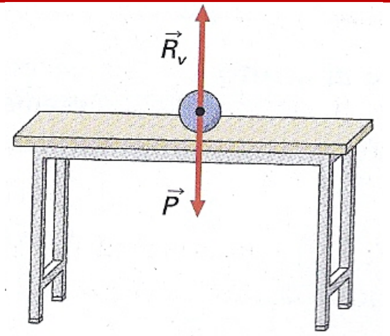
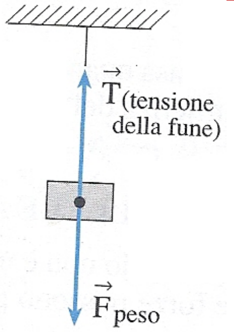
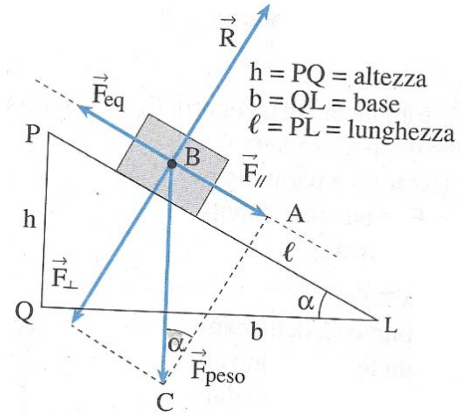
Scomponiamo la forza peso $\vec{F}_P$ lungo la parallela al piano inclinato ($\vec{F}_{\parallel}$) e lungo la perpendicolare ($\vec{F}_{\perp}$) al piano inclinato
</td>
<td>


La componente $\vec{F}_{\perp}$ è equilibrata dalla reazione vincolare $\vec{F}_V$ del piano inclinato.
</td>
<td>


L'unica forza non equilibrata è $\vec{F}_{\parallel}$. Il corpo rimane fermo in equilibrio se ad esso applichiamo equilibrante $\vec{F}_E = -\vec{F}_{\parallel}$ uguale ed opposta alla forza $\vec{F}_{\parallel}$.
</td>
</tr>
</table>

Il modulo della forza equilibrante ci viene fornito dalla seguente formula:

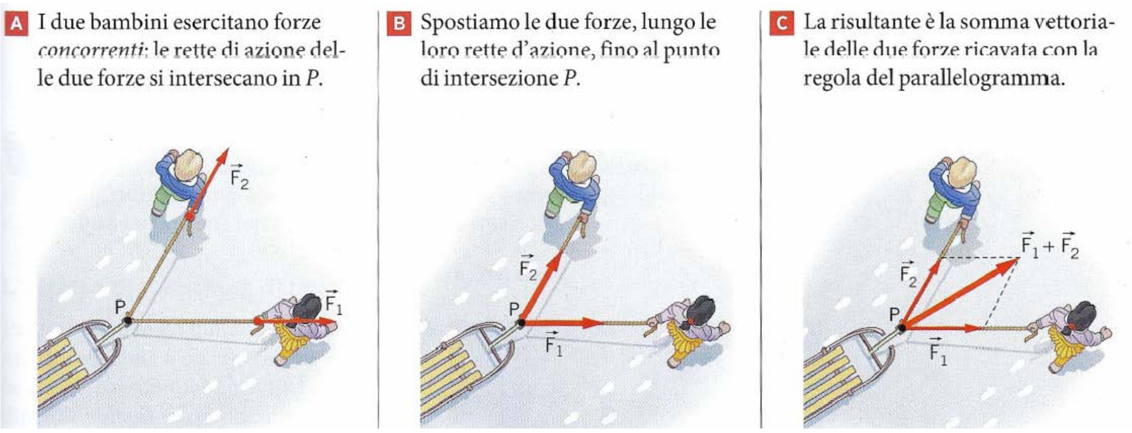


 Il corpo (punto materiale) posto sul tavolo è in equilibrio in quanto su di esso agiscono due forze uguali ed opposte: il peso del corpo $\vec{P}$ e la reazione vincolare $\vec{R}_v$	 Un corpo è sospeso ad una fune che sviluppa una reazione vincolare detta tensione, diretta lungo la fune e con verso opposto al peso del corpo.	 Blocco in equilibrio poggiato su un piano inclinato. Il peso $\vec{F}_{peso}$ può essere sostituito da $\vec{F}_{\parallel}$ e $\vec{F}_{\perp}$. $\vec{F}_{\perp}$ è equilibrata dalla reazione vincolare $\vec{R}$ del piano. Il corpo è in equilibrio se applichiamo al corpo una forza $\vec{F}_{eq}$ opposta alla forza $\vec{F}_{\parallel}$. $F_{\parallel} = \frac{F_{peso} \cdot h}{\ell}$

L'effetto di più forze su un corpo rigido

Una forza che agisce su un corpo rigido può essere spostata lungo la sua retta d'azione in un altro punto dello stesso corpo, senza che l'effetto della forza cambi.

Le forze concorrenti agenti su uno stesso corpo rigido si sommano applicando la regola del parallelogramma, come si evince dalle seguenti figure:

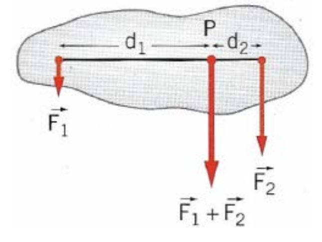


A I due bambini esercitano forze *concorrenti*: le rette di azione delle due forze si intersecano in *P*.

B Spostiamo le due forze, lungo le loro rette d'azione, fino al punto di intersezione *P*.

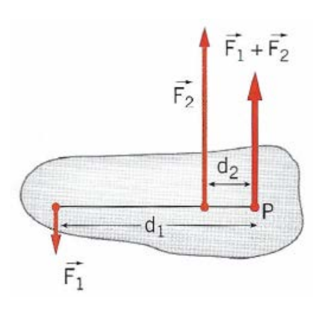
C La risultante è la somma vettoriale delle due forze ricavata con la regola del parallelogramma.

Forze parallele e concordi: Il risultante di due forze parallele e concordi agenti sullo stesso corpo rigido, ha la stessa direzione e lo stesso verso delle forze componenti, modulo uguale alla somma dei moduli, punto di applicazione individuato dalla seguente proporzione:



$$F_1 : F_2 = d_2 : d_1 \quad \text{cioè: } \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

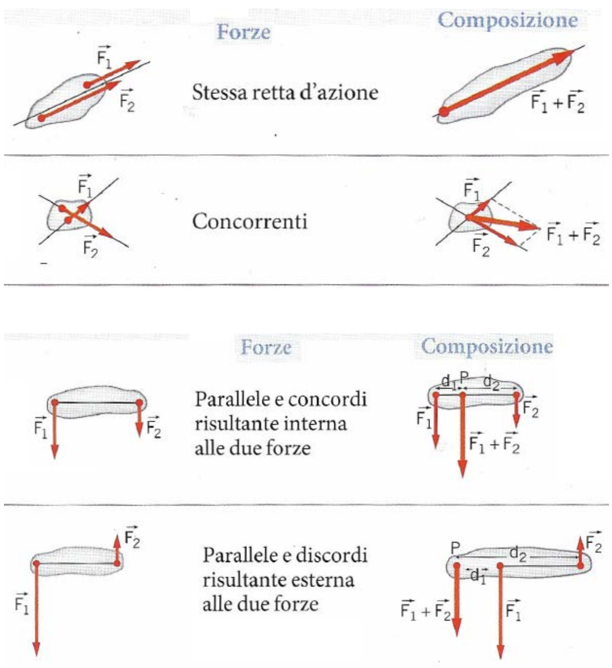
Forze parallele e discordi: Il risultante di due forze parallele e discordi agenti sullo stesso corpo rigido è una forza ● parallela alle forze date ● che ha verso concorde con la forza di intensità maggiore ● che ha come modulo la differenza tra il modulo maggiore e quello minore ● che ha come punto di applicazione un punto P esterno al segmento individuato dai punti di applicazione delle due forze parallele e discordi



● il punto P è più vicino alla forza avente modulo maggiore e verifica la seguente proporzione:

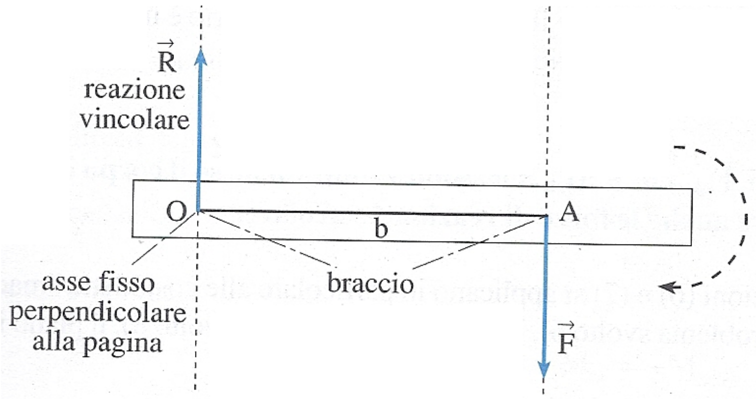
$$F_1 : F_2 = d_2 : d_1 \quad \text{cioè: } \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Somma delle forze che agiscono su un corpo rigido



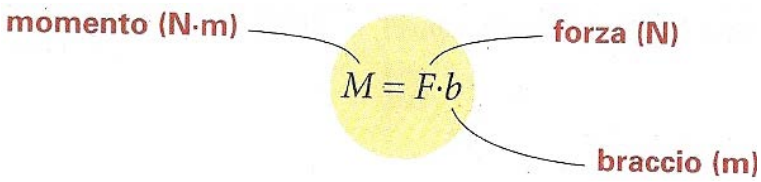
Il momento di una forza

Il corpo rigido, a differenza del punto materiale, può anche ruotare. Se ad un corpo rigido, vincolato ad un asse fisso, applichiamo una forza $\vec{F}$ in un punto diverso dall'asse, otteniamo come effetto una rotazione del corpo rigido.



Per studiare la rotazione di un corpo rigido attorno ad un asse dobbiamo introdurre il momento di una forza rispetto ad un punto.

Definizione: il momento **M** di una forza applicata ad un corpo rigido è uguale al prodotto dell'intensità della forza per il suo braccio, definito come la distanza fra il punto O e la retta di azione della forza $\vec{F}$. In simboli abbiamo: $\mathbf{M} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{b}$

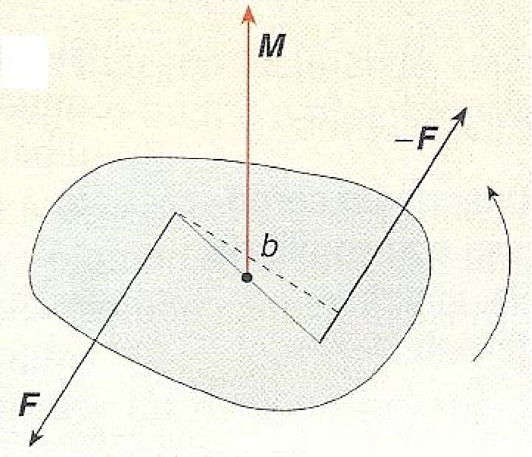


Una forza può fare ruotare un corpo rigido in senso orario o in senso antiorario. Per convenzione assumiamo che il momento di una forza abbia valore positivo (negativo) quando la forza genera una rotazione antioraria (oraria).

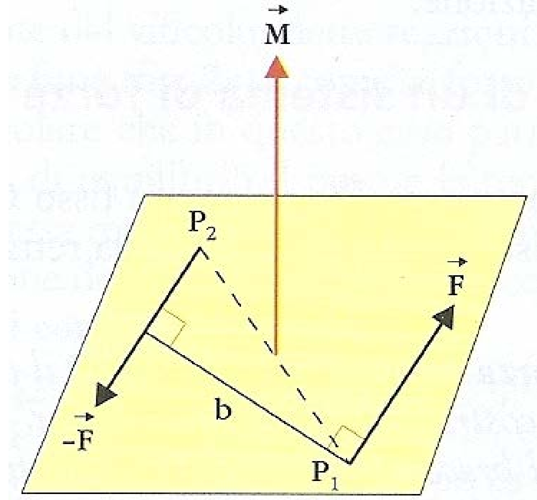
Nel S.I. il momento si misura in **newton × metro** ($N \cdot m$).

Il momento di una coppia di forze

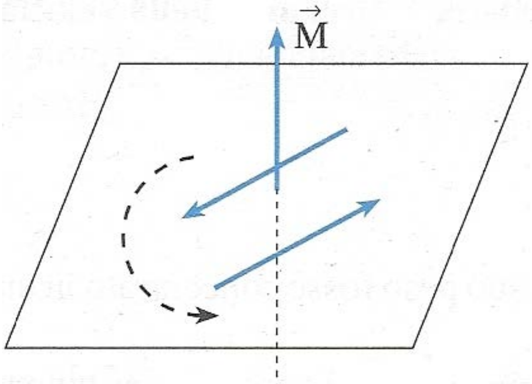
Una coppia di forze è un sistema formato da due forze parallele aventi la stessa intensità ma versi opposti. Applicata ad un corpo rigido una coppia di forze provoca la rotazione del corpo. Tale rotazione è regolata dal suo momento $M = F \cdot b$ dove F è l'intensità di ciascuna forza e b il braccio della coppia, cioè la distanza tra le rette d'azione delle due forze che costituiscono la coppia.



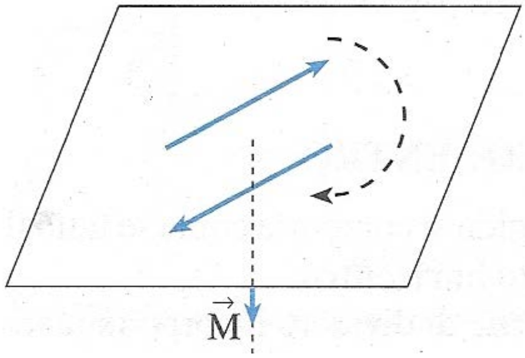
Il momento di una coppia di forze è un vettore $\vec{\mathbf{M}}$ diretto lungo l'asse di rotazione del corpo



Sono rappresentati una coppia di forze ed il suo momento $\vec{\mathbf{M}}$



La coppia ruota in senso antiorario, il vettore momento $\vec{\mathbf{M}}$ è perpendicolare al foglio ed è rivolto verso l'alto.



La coppia ruota in senso orario, il vettore momento $\vec{\mathbf{M}}$ è perpendicolare al foglio ed è rivolto verso il basso.

L'equilibrio di un corpo rigido

Un corpo rigido fermo rimane in equilibrio quando:

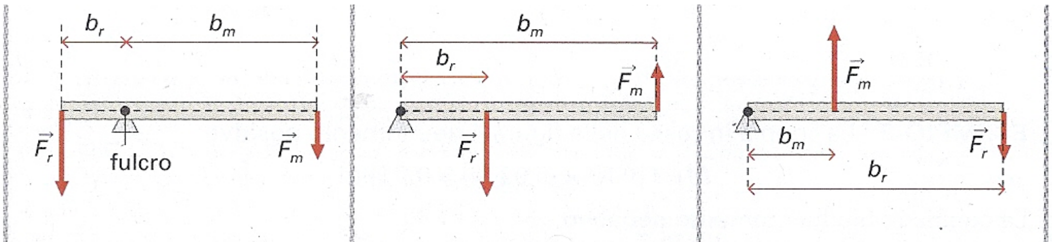
- la somma vettoriale delle forze applicate su di esso è uguale zero
- la somma vettoriale dei momenti delle forze applicate ad esso, calcolate rispetto ad un punto qualsiasi, è uguale a zero.

Queste condizioni si traducono nella formula: $\begin{cases} \vec{F}_{tot} = \vec{o} \\ \vec{M}_{tot} = \vec{o} \end{cases}$

Le leve

Una leva è un'asta rigida vincolata a ruotare attorno ad un punto detto fulcro. Per mezzo di una leva possiamo equilibrare una forza $\vec{F}_r$ detta forza resistente con un'altra $\vec{F}_m$ detta forza motrice. Affinché la leva sia in equilibrio debbono essere uguali e contrari i momenti rispetto al fulcro delle forze agenti, cioè deve valere la seguente relazione: $F_m \cdot b_m = F_r \cdot b_r \quad F_m : F_r = b_r : b_m$

Si distinguono tre tipi di leve a seconda della posizione del fulcro, della forza resistente $\vec{F}_r$ e della forza motrice $\vec{F}_m$.



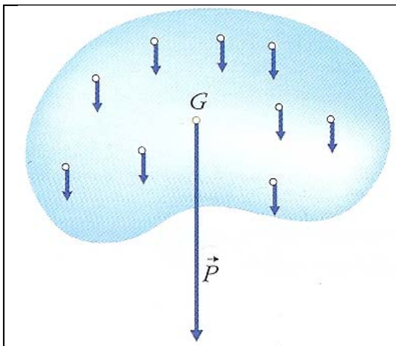
a Leva di primo genere: il fulcro sta tra le due forze.

b Leva di secondo genere: la forza resistente sta tra il fulcro e la forza motrice.

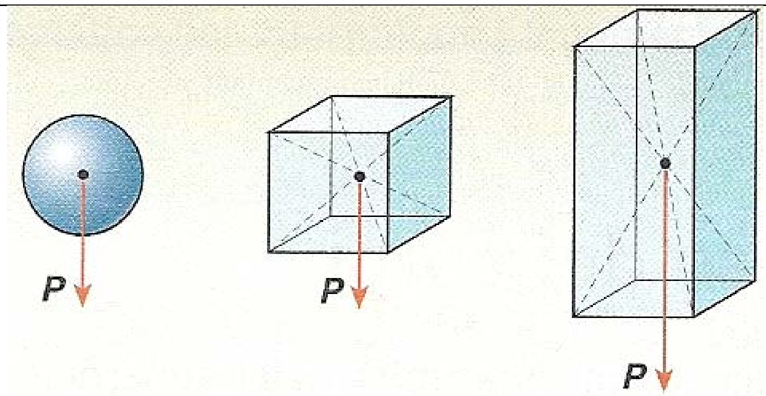
c Leva di terzo genere: la forza motrice sta tra il fulcro e la forza resistente.

Il baricentro di un corpo

Il punto di applicazione del peso di un corpo rigido si chiama baricentro o centro di gravità del corpo.



Il baricentro di un corpo è il punto in cui si può pensare applicato il peso del corpo, somma vettoriale dei pesi delle singole particelle.



Il peso di un corpo può essere rappresentato mediante un vettore applicato in un punto particolare di un corpo, chiamato baricentro

LE FORMULE

GRANDEZZA	FORMULA	SIGNIFICATO
Forza equilibrante su un piano inclinato (N)	$F_E = F_P \frac{h}{l}$	(Forza-peso) × $\frac{\text{Altezza}}{\text{Lunghezza}}$
Espressione goniometrica	$F_E = F_{//} = F_P \operatorname{sen} \alpha$	(Forza-peso) × (Seno dell'angolo alla base)
Forza premente (N)	$F_{\perp} = F_P \cos \alpha$	(Forza-peso) × (Coseno dell'angolo alla base)
Punto di applicazione di forze parallele	$\frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}$	Le distanze dal punto sono inversamente proporzionali ai moduli delle forze
Modulo della somma di forze parallele concordi (N)	$F_{tot} = F_1 + F_2$	Somma dei moduli delle forze interessate
Modulo della somma di forze parallele discordi (N)	$F_{tot} = F_1 - F_2$	Differenza dei moduli delle forze interessate
Momento di una forza (N·m)	$M = Fb$	(Modulo della forza) × Braccio
Momento di una coppia (N·m)	$M = Fd$	(Modulo di una forza) × (Distanza tra le rette delle forze)
Condizione di equilibrio di un corpo rigido	$\begin{cases} \vec{F}_{tot} = 0 \\ \vec{M}_{tot} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \text{Somma delle forze} = 0 \\ \text{Somma dei momenti} = 0 \end{cases}$
Condizione di equilibrio di una leva	$F_R b_R = F_M b_M$	(Forza resistente) × (Braccio resistente) = = (Forza motrice) × (Braccio motore)